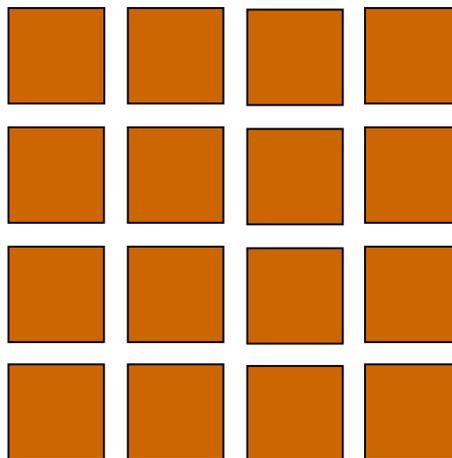


# ***Comportamiento elástico de la madera***

**Javier Ramón Sotomayor Castellanos**

**Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo**

**Morelia, Michoacán, México. Julio 2015**



**ISBN: 978-607-00-9162-9**

Comportamiento elástico de la madera/  
Javier Ramón Sotomayor Castellanos

Primera Edición 2015  
Morelia, Michoacán, México  
Derechos Reservados conforme a la ley

Responsable de la edición: Javier Ramón Sotomayor Castellanos. Diseño y formación: Laboratorio de Mecánica de la Madera, de la División de Estudios de Posgrado, de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México. Portada: Joel Benancio Olguín Cerón y Javier Ramón Sotomayor Castellanos.

Derechos reservados.

ISBN: 978-607-00-9162-9

© Javier Ramón Sotomayor Castellanos  
Calle Llano Grande 295  
Fraccionamiento Valle de Los Sauces  
C.P. 58190  
Morelia, Michoacán, México

© Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo  
Edificio "TR", Ciudad Universidad  
Avenida Francisco J. Mújica s/n., C.P. 58030  
Teléfono: 01 443 322 3500, Morelia Michoacán

El Contenido de esta obra es propiedad del autor y de las instituciones patrocinadoras de la publicación, queda prohibida conforme a la ley su reproducción total o parcial. Derechos reservados: ©Laboratorio de Mecánica de la Madera, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera y ©Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Editado digitalmente en México / Electronically edited in Mexico (4430 KB)

Consulta electrónica:

[www.cic.umich.mx](http://www.cic.umich.mx)  
[www.academia.edu](http://www.academia.edu)  
[www.researchgate.net](http://www.researchgate.net)  
[http://laboratoriodemecanicadelamadera.weebly.com/.](http://laboratoriodemecanicadelamadera.weebly.com/)

Sotomayor Castellanos, J.R. 2015. *Comportamiento elástico de la madera*. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 319 p.

## NOTA ACLARATORIA

El autor de este libro: Javier Ramón Sotomayor Castellanos, declara explícitamente que el manuscrito está basado en la Tesis de Maestría en Ciencias y Tecnología de la Madera, titulada “*Comportamiento elástico de la madera. Teoría y aplicaciones*”, presentada por el alumno Saúl Antonio Hernández Maldonado. La Tesis fue dirigida por el autor y el Codirector de la Tesis fue el Profesor Ying Hei Chui, de la Universidad de New Brunswick, Canadá. La Tesis se sustentó el 17 de diciembre de 2010, en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en Morelia, Michoacán, México. La mesa sinodal del examen de grado otorgó mención honorífica al sustentante.

Por considerarlo de interés para los alumnos de la Facultad de ingeniería en Tecnología de la Madera, el autor preparó la presente obra. Sus tareas principales consistieron en la selección y en el acomodo de capítulos para la presente versión, así como realizar, a partir del documento original, las adaptaciones de forma y fondo.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	6
2. COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE LA MADERA. CONSIDERACIONES TECNOLÓGICAS .....	10
2.1. Introducción. ....	10
2.2. Análisis de bibliografía .....	13
2.3. Problemática.....	19
2.4. Objetivos.....	20
2.5. Propiedades tecnológicas .....	20
2.6. Variables físicas.....	51
2.7. Conclusiones .....	65
Referencias .....	65
3. MODELO GENERAL DEL COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE LA MADERA.....	75
3.1. Introducción. ....	75
3.2. Análisis de bibliografía .....	79
3.3. Problemática.....	82

3.4. Objetivos.....	92
3.5. Ecuaciones de campo.....	92
3.6. Ecuaciones constitutivas.....	103
3.7. Variables físicas.....	160
3.8. Conclusiones .....	172
Referencias .....	172
Anexo .....	184
4. MODELOS DE PREDICCIÓN DE CARACTERÍSTICAS ELÁSTICAS DE LA MADERA.....	186
4.1. Introducción. ....	186
4.2. Análisis de bibliografía .....	187
4.3. Problemática.....	190
4.4. Objetivos.....	193
4.5. Síntesis de bases de datos .....	194
4.6. Análisis estadístico .....	198
4.7. Verificación de las propiedades del Modelo elástico general .....	201
4.8. Análisis de Modelos estadísticos .....	211

4.9. Conclusiones .....	213
Referencias .....	214
Anexos .....	218
5. CARACTERÍSTICAS ELÁSTICAS DE MADERAS MEXICANAS.....	235
5.1. Introducción. ....	235
5.2. Análisis de bibliografía .....	238
5.3. Problemática.....	239
5.4. Hipótesis.....	244
5.5. Objetivos.....	244
5.6. Metodología.....	245
5.7. Resultados.....	249
5.8. Análisis de resultados .....	268
5.9. Conclusiones .....	282
Referencias .....	283
Anexos .....	287
6. SÍNTESIS GENERAL .....	318

## 1. INTRODUCCIÓN

El libro “*Comportamiento elástico de la madera*” es una contribución al estudio de la madera, modelada y analizada, ésta como un sólido elástico, macroscópicamente homogéneo, con propiedades de un medio continuo y con simetrías materiales y elásticas ortotrópicas.

En la literatura científica y tecnológica relacionada con la caracterización mecánica de la madera, el paradigma actual es emplear, para fines de análisis conceptual y de investigación, un Modelo teórico general que explique el comportamiento elástico de la madera.

En México, particularmente en el contexto de Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la Madera, no existe una propuesta teórica, adaptada a las condiciones del País, que fundamente los resultados de investigación en este campo. Igualmente, es difícil identificar localmente una propuesta pertinente que explique las aplicaciones derivadas del estudio del comportamiento elástico de la madera.

Por otra parte, la información tecnológica sobre la respuesta mecánica de la madera de especies mexicanas, carece de un marco conceptual teórico, numérico y experimental que dé coherencia a los datos sobre las características elásticas de las maderas nacionales.

De lo anteriormente expuesto, se desprende que la investigación en Ciencias de la Madera y la práctica de la Ingeniería en Tecnología de la Madera, requieren de un Modelo que explique el comportamiento elástico de la materia ligno-celulósica. Igualmente, requieren datos experimentales útiles en el diseño de estructuras y productos de madera.

Esta problemática se puede visualizar desde dos perspectivas:

*Problema científico:*

El estudio del comportamiento elástico de maderas mexicanas no puede ser verificable por la carencia de un Modelo teórico apropiado.

*Problema tecnológico e industrial:*

El diseño de estructuras y productos de madera en México es deficiente entre otras causas, por la falta de parámetros de Ingeniería y de datos tecnológicos para asegurar la confiabilidad de las edificaciones de madera y mejorar el desarrollo de nuevos productos.

Los argumentos anteriores motivaron el tema de investigación.

La propuesta de una Teoría que explique el comportamiento mecánico de la madera, su marco teórico conceptual y su problemática práctica, son complejos y amplios. Razonamiento que sugiere que el tema debe ser delimitado. Los alcances son los siguientes:

La relación esfuerzo-deformación del comportamiento mecánico de la madera comprende principalmente tres dominios de estudio: el dominio elástico, el plástico y el de ruptura. El tema se concentra en el dominio elástico.

Las principales variables que intervienen en la respuesta elástica de la madera son: el contenido de humedad, la temperatura y la duración de la sollicitación. Es decir, la madera es un material higo-termo-visco-elástico. Para fines de modelado y análisis, se considera el comportamiento de la madera idealmente elástico.

La madera es un material estructuralmente jerárquico y se puede idealizar como un material compuesto. Las escalas de observación más aceptadas son: nivel molecular, nivel fibrilla, nivel pared celular y nivel capa de crecimiento. El estudio modela a la madera con un enfoque integral de estas escalas. Es decir, el volumen elemental de materia es de madera sólida, con propiedades de un medio continuo.

En el mismo enfoque, la madera puede ser estudiada como un material reconstituido de tipo laminar y/o aglomerado. El desarrollo del tema converge en el estudio de la madera sólida. Es decir, madera dimensionada a partir de troncos de árboles.

La respuesta mecánica de la madera puede ser estudiada utilizando ensayos mecánicos de tipo estático, dinámico y de flujo de deformaciones. Para el análisis de resultados, se pueden utilizar Modelos reológicos tales como el resorte Hookiano, el amortiguador Newtoniano y los cuerpos de Voigt y de Maxwell, así como sus combinaciones. El estudio

se realiza en el contexto de un Modelo general elástico, el cual idealiza al material como un resorte Hookiano trabajando en condición casi estática.

Las propiedades físicas de la madera pueden ser explicadas con argumentos que hacen referencia por una parte, a su constitución química y por otra, a su estructura anatómica. El estudio hace abstracción de estos aspectos y analiza la fenomenología elástica de la madera desde el punto de vista mecanicista.

### *Hipótesis de trabajo*

La hipótesis general de trabajo es:

El comportamiento elástico de la madera sólida puede ser descrito por Modelos de tipo material, matemático y numérico.

Esta hipótesis está restringida por los siguientes argumentos:

La madera sólida debe ser considerada como un material elástico, macroscópicamente homogéneo y de medio continuo, con una ortotropía material y elástica.

Además, en los procesos de modelado y de estudio del comportamiento elástico, la temperatura y la humedad en la madera, se mantienen constantes y distribuidas espacialmente de manera uniforme.

### *Objetivos*

Los objetivos generales son:

- Formular un Modelo teórico adaptado a las condiciones del país.
- Proponer Modelos de predicción para características elásticas.
- Generar valores de características elásticas de maderas mexicanas.

El Capítulo 1 “*Introducción general*”, presenta la problemática de la investigación, los objetivos, alcances y estructura.

El Capítulo 2 “*Comportamiento elástico de la madera. Consideraciones tecnológicas*”, desarrolla el concepto de madera ideal, como noción necesaria para el estudio del comportamiento elástico de la madera. Además, describe la influencia en el comportamiento elástico de la madera de las variables: densidad, contenido de humedad, temperatura y velocidad de sollicitación.

El Capítulo 3 “*Modelo general de comportamiento elástico de la madera*”, describe los argumentos de la Teoría de la Elasticidad, necesarios para proponer el Modelo elástico general empleado en el análisis del comportamiento elástico de la madera. Igualmente, expone la influencia de la temperatura, del contenido de humedad y de la estructura anatómica en el comportamiento elástico de la madera.

El Capítulo 4 “*Modelos de predicción para características elásticas de la madera*”, determina valores de referencia de las características elásticas de la madera, sintetizando la información existente en bases de datos. Además, verifica el Modelo elástico general, analizando los resultados experimentales en la bibliografía especializada. Adicionalmente, selecciona Modelos estadísticos que sirven para predecir numéricamente, valores de las características elásticas de la madera, a partir de un parámetro de determinación simple e intrínseco del material, como lo es su densidad.

El Capítulo 5 “*Características elásticas de maderas mexicanas*”, estima las características elásticas de maderas de 490 especies mexicanas utilizando Modelos de predicción que emplean la densidad de la madera como factor explicativo. Igualmente, evalúa los estadígrafos descriptivos de las características elásticas para los grupos taxonómicos:

Finalmente, el Capítulo 6 “*Síntesis general*”, sintetiza las conclusiones generales del estudio.

### Propuesta general

A partir de las reflexiones publicadas recientemente por Alexander (2008\*) sobre las Teorías científicas y los datos experimentales:

*“Las grandes Teorías de la Ciencia son como un organismo que consume partículas de comida para convertirlas después en parte de su cuerpo. Para las Teorías científicas, las partículas de comida son los fragmentos de información que emanan de los laboratorios. Mientras que la Teoría continúe dando sentido a los datos, la Teoría será coherente y continuará floreciendo. Si los resultados acumulados no pueden ajustarse confortablemente a la Teoría, ésta eventualmente colapsará o será modificada para ser remplazada por una mejor”* (Traducción libre).

\*Alexander, D.R. 2008. Science and religion – negotiating the 21st century rapids. In: Bentley, A. Editor. The Edge of Reason? Science and Religion in Modern Society. Continuum International Publishing Group. United Kingdom.

La propuesta general expone la siguiente argumentación:

En el estudio del comportamiento elástico de la madera existen principios, hipótesis y Modelos fundamentales que proveen Teorías necesarias para el establecimiento de las ecuaciones de campo y constitutivas.

Estas Teorías se basan en hipótesis generalmente aceptadas. Por ejemplo, en el carácter ortotrópico de la estructura material de la madera y en su comportamiento elástico. Igualmente, el estudio del comportamiento mecánico de la madera se apoya en las hipótesis que consideran al material -en una escala de observación macroscópica-, como un sólido deformable, homogéneo y de medio continuo.

Las Teorías e hipótesis se han desarrollado principalmente para estudiar fenómenos de interés científico. Al mismo tiempo, se han adecuado Modelos mecánicos y matemáticos para la caracterización de la madera como material de Ingeniería, por ejemplo, el Modelo elástico general.

Dado que la resolución de las ecuaciones constitutivas del Modelo elástico general requiere de variables materiales, las Teorías aplicadas al estudio del comportamiento elástico de la madera pretenden principalmente encontrar constantes físicas del material. Estos resultados experimentales que forman el cuerpo de conocimientos de esta disciplina, retroalimentan el desarrollo de hipótesis y de los mismos Modelos.

Estas características, particulares a cada tipo y calidad de madera, pretenden ser además, útiles en las Ciencias e Ingeniería de la madera y en la industria de productos forestales.

El modelado matemático del comportamiento elástico de la madera requiere idealizar su estructura material y aceptar simplificaciones. Para esto, son necesarios una Teoría congruente y datos experimentales adecuados. Como resultado, se obtendrá un Modelo teórico capaz de predecir una propiedad específica con un grado aceptable de confiabilidad.

## 2. COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE LA MADERA. CONSIDERACIONES TECNOLÓGICAS

### 2.1. Introducción

El estudio del comportamiento elástico de la madera puede ser abordado desde dos perspectivas. Por una parte, la organización anatómica de la madera es modelada a una escala de observación microscópica, que va desde la estructura de una microfibrilla, constituida ésta por la matriz lignocelulósica, hasta la estructura tejido celular, ordenado éste por células de diferentes tipos de crecimiento, y éstas a la vez, conformadas por diferentes capas de la pared celular. Este enfoque emplea con fines de análisis, los principios de la micromecánica, así como el uso extensivo del Método del elemento finito (Mark, 1967; Astley y col., 1998; Harrington y col., 1998; Neagu y Gamstedt, 2007; Strömbro y Gudmundson, 2008; Tekleyohannes y Avramidis, 2010).

Por otra parte, introduciendo el concepto de volumen elemental de materia, el análisis del comportamiento elástico de la madera es aproximado empleando el instrumental de la Mecánica del medio continuo. Este punto de vista, requiere de cuatro proposiciones que simplifiquen el análisis conceptual y matemático. Estas hipótesis son: elasticidad en la respuesta del material, homogeneidad de la estructura anatómica, continuidad en el medio y ortotropía material y elástica de la madera. En Ciencias de la madera, estas cuatro hipótesis se consideran propiedades tecnológicas de la madera (Hearmon, 1948; Kollmann y Côté, 1968; Bodig y Jayne, 1982).

Estas cuatro consideraciones tecnológicas permiten idealizar a la madera como un sólido elástico, homogéneo, de medio continuo y ortotrópico. Éste es el concepto de Modelo material de la madera ideal.

En el mismo contexto, el comportamiento elástico de la madera es modificado, entre otras variables, por: la densidad de la madera, su contenido de humedad, la temperatura y la velocidad de sollicitación. De estas cuatro variables, las tres primeras se consideran características físicas y la última, una variable mecánica.

Estos cuatro parámetros modifican el comportamiento elástico de la madera, de tal forma que la madera se puede analizar como un material mecanoelástico, higoelástico, termoelástico y viscoelástico.

A partir de un análisis de bibliografía sobre el tema de estudio, la investigación presenta la problemática que lleva a formular las preguntas de investigación. Y para alcanzar los objetivos de investigación, se desarrollan dos temas: las propiedades tecnológicas, tema que explica las cuatro hipótesis que soportan el concepto de madera ideal, y por otra parte, el tema de las variables físicas que explican las diferentes facetas del comportamiento elástico de la madera.

La Figura 2.01 detalla el diagrama conceptual de la investigación de acuerdo a las consideraciones de Yurén Camarena (2002) y López Cano (2006).

## 2.2. Análisis de bibliografía

El análisis de bibliografía comprende dos secciones: La primera se refiere al análisis de los trabajos recientes, relacionados con los conceptos concernientes a las cuatro hipótesis simplificadoras necesarias para la conceptualización, el modelado y el análisis del comportamiento elástico de la madera. Estos cuatro supuestos son: el comportamiento de la madera como un sólido deformable y elástico, la homogeneidad en su composición química y en su estructura anatómica, la propiedad de continuidad de la madera como un medio, y las propiedades de ortotropía material y elástica.

Por otra parte, la revisión de los trabajos anteriores se enfoca al examen de las publicaciones relacionadas con las variables físicas que alteran el comportamiento mecánico de la madera. A saber: densidad, contenido de humedad, temperatura y velocidad de sollicitación.

El análisis de bibliografía pretende sintetizar las referencias más relevantes a cada una de las hipótesis simplificadoras y a las variables físicas estudiadas en la investigación. Las conclusiones de este análisis conforman las secciones correspondientes.

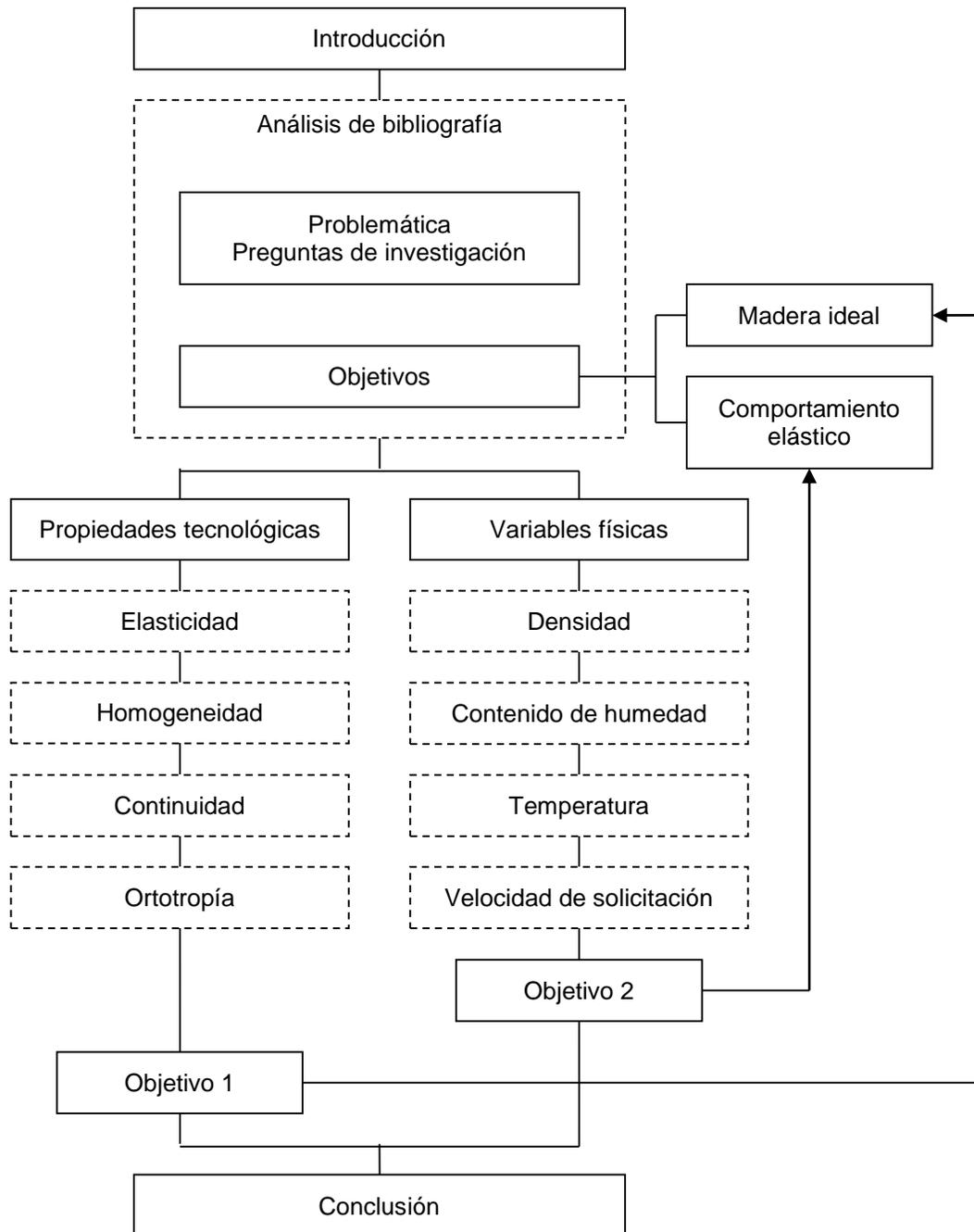


Figura 2.01. Diagrama conceptual de la investigación.

## *Hipótesis simplificadoras*

### *Elasticidad*

La hipótesis sobre el comportamiento elástico de la madera sólida, es un paradigma aceptado en Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la madera. Los autores más reconocidos en la especialidad, que han aceptado esta representación son: Hearmon (1948), Kollmann y Côté (1968), Guitard (1987), Bodig y Jayne (1982) y Bucur (2006).

Recientemente, Kowalski y Musielak (1999), Dornyak (2005) y Marklund y Varna (2009), han empleado igualmente la hipótesis de que, si se respetan los postulados de la Teoría de la Elasticidad, la madera sólida se comporta en un proceso esfuerzo-deformación como un material linealmente elástico.

Los autores de referencia revisados para desarrollar el tema de elasticidad son: Love (1944), Reiner (1960a y 1960b), Lekhnitskii (1963), Timoshenko y Goodier (1970), Aboudi (1991), Meyers (1994), Ortiz Berrocal (1998), Berthelot (1999), Lurie (2005), Sadd (2005) y Bertram (2008).

### *Homogeneidad*

A una escala de observación macroanatómica, la estructura de la madera puede idealizarse como una sustancia porosa, pero homogénea. Esta proposición es aceptada en el estudio del comportamiento elástico de la madera. Entre otros investigadores se puede citar a: Brown, Panshin y Forsaith (1952), Panshin y de Zeeuw (1964), Stamm (1964), Dinwoodie (1981), Tsoumis (1991) y Haygreen y Bowyer (1996).

Recientemente, Dávalos Sotelo (2005), Mund (2007), Hofstetter y col. (2007 y 2009) y Bader y col. (2010), han empleado para sus investigaciones, la hipótesis de que la madera es un material macroscópicamente homogéneo.

Los autores de referencia revisados para desarrollar la argumentación sobre homogeneidad son: Dietz (1972), Gibson y Ashby (1997), Haupt (2002) y de With (2006).

### *Continuidad*

Para facilitar el estudio del comportamiento elástico de la madera y aplicar los postulados de la Mecánica del medio continuo, varios investigadores han incorporado a la madera las propiedades de un medio continuo. Esta paradoja es empleada entre otros investigadores, por los mismos autores fundamentales del comportamiento mecanoelástico de la madera: Hearmon (1948), Kollmann y Côté (1968), Guitard (1987), Bodig y Jayne (1982) y Bucur (2006).

En la actualidad, Hofstetter (2007), Smith y col. (2007) y Eitelberger y Hofstetter (2010), han empleado para sus investigaciones, la hipótesis de que la madera es un material con propiedades de un medio continuo.

Los autores de referencia revisados para desarrollar la hipótesis de continuidad son: Segel y Handelman (1987), Dubigeon (1998), Levi (1999), Mase y Mase (1999), Holzapfel (2000), Coirier (2001), Haupt (2002) y Oliver Olivella y Agelet de Saracibar Bosch (2002).

### *Ortotropía*

Para el desarrollo y aplicación de las hipótesis de elasticidad, de homogeneidad y de continuidad en la investigación del comportamiento elástico de la madera, es necesario introducir la hipótesis de que la madera tiene simetrías materiales y elásticas de carácter ortotrópico. Este enfoque facilitador del modelado matemático y del análisis de resultados experimentales, es adoptado entre otros autores por: Mark (1967), Jayne (1972) y Smith y col. (2003).

Recientemente, Bucur y Rasolofosaon (1998), Tabiei y Wu (2000), Garab y col. (2010) y Stürzenbecher y col. (2010), han publicado sus resultados utilizando para sus investigaciones, la hipótesis de que la madera posee simetrías materiales de tipo ortotrópico, lo que resulta en simetrías elásticas de ortotropía.

Los autores de referencia revisados para desarrollar las nociones de ortotropía son: Lekhnitskii (1963), Vasiliev (1993), Daniel y Ishai (1994), Berthelot (1999), Decolon (2000), Newnham (2005) y Rand y Rovenski (2005).

## *Variables físicas*

### *Densidad*

La influencia de la densidad de la madera en su comportamiento elástico, es uno de los criterios más importantes para pronosticar las características elásticas de la madera. Esta afirmación es también un arquetipo aceptado en Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la madera. Entre otros autores que relacionan la densidad de la madera con su resistencia mecanoelástica se puede citar a: Barnett y Jeronimidis (2003), Breyer y col. (2003) y Walker (2006).

Analistas como Bardet y col. (2003) y Mascia y Cramer (2009), entre otros, han publicado resultados experimentales que confirman el efecto de la densidad en la determinación de las características elásticas de la madera. Es decir, que la madera es un material sólido mecanoelástico.

### *Contenido de humedad*

La variación del contenido de humedad de la madera, tiene como consecuencia plastificar sus propiedades de resistencia mecánica. Este fenómeno ha sido puesto en evidencia entre otros autores por: Siau (1984), Keey y col. (2000) y Rowell (2005).

Cuando el contenido de humedad de la madera interviene como variable en el fenómeno elástico estudiado, se habla de comportamiento higroelástico de la madera. Recientemente, Kowalski y Kowal (1998), Neagu y Gamstedt (2007), Barret y Hong (2010) y Husson y col. (2010), han publicado información científica que refleja la influencia del contenido de humedad de la madera en la respuesta elástica del material. Sus resultados, han confirmado que la madera, bajo ciertas condiciones, es un material higroelástico.

### *Temperatura*

El parámetro temperatura modifica el comportamiento elástico de la madera. Si la temperatura de la madera aumenta, sus características elásticas disminuyen proporcionalmente. Este fenómeno ha sido observado entre otros investigadores por:

Hearmon (1948), Stamm (1964) y Siau (1995). Cuando la temperatura forma parte del proceso de deformación elástica, se habla de termoelasticidad.

Bažant (1985), Birkinshaw y col. (1989) y Dias de Moraes y col. (2004), han publicado resultados de laboratorio que demuestran el impacto de la temperatura en la modificación de las propiedades elásticas de la madera. De esta forma, se puede afirmar, que la madera es un material termoelástico.

#### *Velocidad de sollicitación*

La velocidad de carga es un parámetro experimental que manifiesta el carácter viscoelástico de la madera. En otras palabras, la resistencia elástica aumenta cuando las deformaciones son provocadas por cargas súbitas o periódicas. Ese es el caso de las sollicitaciones dinámicas, tales como vibraciones y sollicitaciones de tipo acústico, por ejemplo, el ultrasonido y las ondas de esfuerzo. Entre los principales investigadores que han estudiado esta variable se encuentran: Hearmon (1948), Pellerin y Ross (2002) y Bucur (2006).

Cuando la velocidad de sollicitación es alta, es decir, en un rango que va de 300 N/min a 10000 N/min, se habla de comportamiento dinámico de la madera y está relacionado con el carácter viscoelástico del material (Palka, 1973). En contraste, cuando la velocidad de carga es permanente, se habla de comportamiento viscoelástico de la madera, y se refiere normalmente a los fenómenos de flujo de deformaciones o de relajamiento de esfuerzos (Hanhijävi, 2000; Chassagne y col., 2006).

Recientemente, Widehammar (2004), Ferguson (2009) y Taniguchi y Ando (2010a y 2010b), han publicado información científica que refleja la velocidad de sollicitación en la respuesta elástica de la madera. De esta forma, hay evidencia que la madera es un material viscoelástico.

#### *Efecto mecanosorcivo*

Cuando en un proceso esfuerzo-deformación se combinan el efecto del contenido de humedad y de la variación dimensional de la madera, se habla del efecto mecanosorcivo.

Este fenómeno es estudiado en fenómenos de flujo de deformaciones y relajamiento de esfuerzos entre otros autores por: Wang y col. (1991), Mårtensson (1994), Houška y Koc (2000) y Muszyński y col. (2005).

Los resultados del análisis de bibliografía, se reflejan en los conceptos desarrollados en cada una de las secciones referentes a las propiedades tecnológicas y a las variables físicas de la investigación. Los postulados que se presentan a continuación y los argumentos matemáticos, son una síntesis de las propuestas de los autores revisados.

### 2.3. Problemática

La estructura anatómica de la madera es heterogénea y presenta discontinuidades a nivel micro y macroscópico. Además, su comportamiento elástico presenta un carácter anisotrópico. Esta variabilidad en las particularidades del material, dificulta la determinación y la predicción del comportamiento elástico de la madera. Asimismo, estos atributos de la madera complican el análisis teórico de su comportamiento en condiciones de laboratorio, y por otra parte, restringen el empleo de la madera como material de Ingeniería.

Con el objeto de simplificar el análisis conceptual y matemático para aplicaciones en Investigación e Ingeniería de la madera, es necesario introducir hipótesis simplificadoras que estén relacionadas con propiedades tecnológicas de la madera. Estas características tecnológicas son: el carácter elástico de la madera en el dominio de las pequeñas deformaciones, su homogeneidad en una escala de observación macroscópica, su idealización como un medio continuo y la conceptualización de simetrías materiales y elásticas de tipo ortotrópico.

Por otra parte, el comportamiento elástico de la madera, cambia en relación a diferentes variables. Los principales parámetros que modifican las características elásticas de la madera son: la densidad, el contenido de humedad, la temperatura y la velocidad de sollicitación.

Para poder controlar la respuesta elástica de la madera es necesario considerar en el modelado y en el análisis estas cuatro variables.

La investigación propone como contribución para resolver esta problemática, desarrollar el Modelo material de madera ideal, el cual está sustentado en cuatro hipótesis simplificadoras:

La madera es un sólido elástico, macroscópicamente homogéneo, de medio continuo y con simetrías materiales y elásticas de tipo ortotrópico.

Esta problemática, de naturaleza científica y tecnológica, orienta las siguientes preguntas de investigación.

#### *Preguntas de investigación*

¿Cuáles son las propiedades tecnológicas y las principales características físicas que influyen en el comportamiento elástico de la madera?

¿Cómo influyen estas propiedades y variables en el comportamiento elástico de la madera?

Para resolver estas preguntas de investigación, se proponen los siguientes objetivos.

#### 2.4 Objetivos

1. Desarrollar el concepto de madera ideal, como noción necesaria al estudio del comportamiento elástico de la madera.
2. Describir la influencia en el comportamiento elástico de la madera de las variables: densidad, contenido de humedad, temperatura y velocidad de sollicitación.

#### 2.5. Propiedades tecnológicas

##### *Elasticidad de la madera*

Un sólido elástico es aquel cuerpo que ante un esfuerzo exterior se deforma y recupera su forma primitiva al cesar la causa exterior. En el caso de pequeñas deformaciones, se comprueba que en la mayoría de los materiales, y como es el caso de la madera,

clasificados como sólidos deformables, el proceso de deformación es reversible, hablándose de comportamiento elástico. Asimismo, se verifica en casi todos los materiales elásticos, la proporcionalidad entre esfuerzos y deformaciones, hablándose de comportamiento elástico lineal.

Para el caso de comportamiento elástico, la rama de la Mecánica de los Sólidos que los estudia, se denomina Teoría de la Elasticidad. Así pues, se establece como objeto de la Teoría de la Elasticidad el estudio de los sólidos deformables con comportamiento elástico.

#### *Modelos reológicos empleados en mecánica de la madera*

El comportamiento elástico de la madera se restringe al dominio elástico del diagrama proceso carga-desplazamiento-tiempo (ver Figura 2.04). El dominio plástico y el comportamiento a la ruptura son excluidos. En este contexto, la respuesta elástica de la madera puede ser estudiada según la velocidad de sollicitación: Cuando ésta es constante, se estudia el flujo de deformaciones o el relajamiento de esfuerzos, y se habla de comportamiento viscoelástico; cuando la velocidad de sollicitación es tan lenta que no denota el carácter viscoso de la madera, la respuesta de la madera puede considerarse casi estática, y se habla de comportamiento elástico en condiciones de carga estática; cuando la velocidad de carga es rápida, el comportamiento elástico de la madera se modela para condiciones dinámicas, donde la sollicitación tiene una velocidad que puede modificar la respuesta estática. Esta sollicitación dinámica puede ser provocada por vibraciones de tipo libre, ocasionadas por impacto o vibraciones forzadas. Estas vibraciones pueden ser de tipo transversal o longitudinal. Una sollicitación dinámica particular es el estudio del comportamiento elástico de la madera por ondas acústicas, las cuales pueden ser de ultrasonido o de esfuerzo.

El comportamiento mecánico de la madera descrito anteriormente, puede a su vez, ser estudiado con ayuda de Modelos reológicos. Un resorte lineal de tipo Hookeano es utilizado comúnmente para explicar la respuesta de la madera en condiciones estáticas y en el dominio elástico del proceso carga-deformación. Cuando la linealidad se pierde debido a la velocidad y/o a la duración de la sollicitación, se utiliza un pistón, cuyo comportamiento Newtoniano es caracterizado por una constante viscosa. Finalmente, el comportamiento

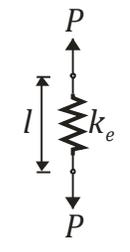
instantáneo y diferido de la madera es modelado con cuerpos reológicos de Kelvin-Voigt y de Maxwell, y con su combinación en cuerpos de Burger (ver Figuras 2.02 y 2.03).

Un primer enfoque para analizar la respuesta de la madera en un proceso carga-desplazamiento-tiempo, es el empleo de estos Modelos reológicos simples, los cuales pueden ser útiles tanto para la interpretación, como para la predicción del comportamiento mecánico de la madera.

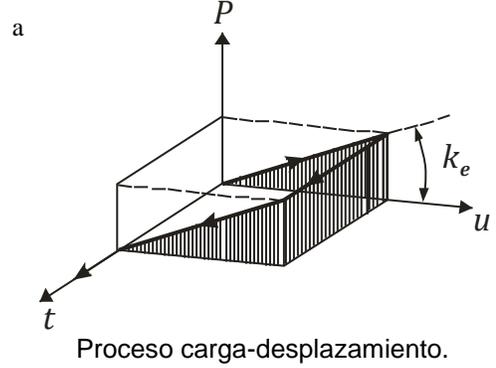
Las Figuras 2.02 y 2.03 presentan los Modelos reológicos, sus procesos carga-desplazamiento-tiempo y sus relaciones matemáticas.

Este enfoque es de carácter fenomenológico, en el cual los resultados experimentales son congruentes con las predicciones de las expresiones matemáticas. La combinación de los diferentes Modelos reológicos propuestos, puede extenderse a diversas escalas de observación en la estructura jerárquica de la madera, a materiales reconstituidos y a elementos de madera de Ingeniería. Esta generalización del modelado reológico del comportamiento mecánico de la madera, implica una complejidad en las relaciones matemáticas.

En el caso de la investigación, este enfoque se acota al estudio del comportamiento reológico de la madera sólida, producto del aserrío de troncos, con dimensiones lo suficientemente grandes para ser representativas de un volumen elemental de materia.

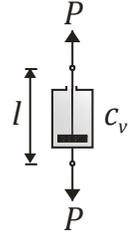


Resorte Hookeano.

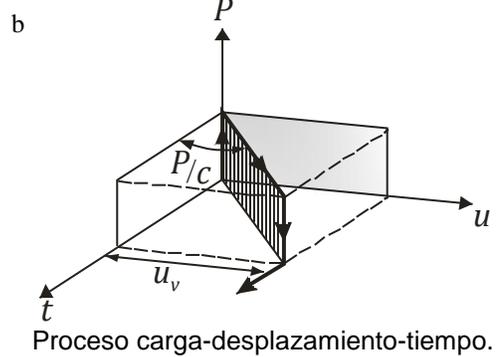


$$P_e = k_e u_e$$

$$u_e = \frac{P_e}{k_e}$$

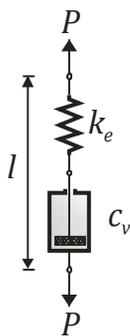


Pistón Newtoniano.

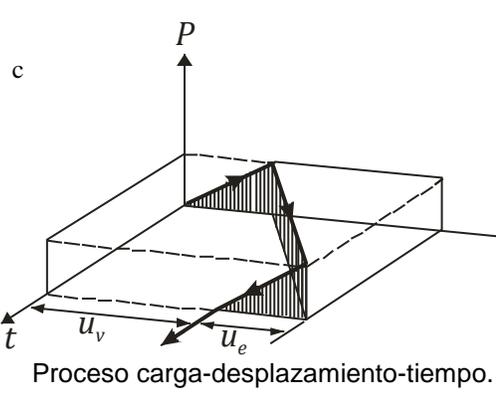


$$P_v = c_v \frac{du_v}{dt}$$

$$u_v = u_0 + \frac{P_0}{c_v} t$$



Cuerpo de Maxwell.

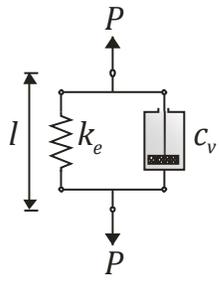


$$\square_M = P_0 e^{-t/\tau}$$

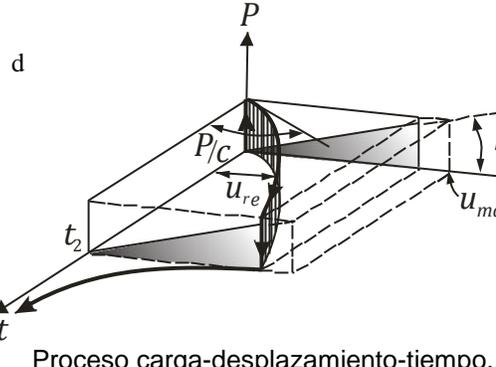
$$\tau = c_v/k_e$$

$$u_M = u_e + u_v$$

$$u_M = \frac{P_0}{k_e} + \frac{P_0}{c_v} t$$



Cuerpo de Kelvin-Voigt.



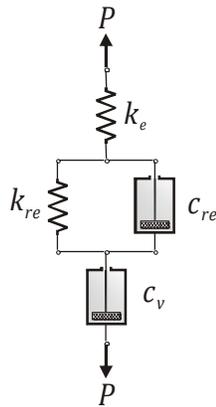
$$P_K = P_e + P_v$$

$$P_K = k_e u_e + c_v \frac{du_v}{dt}$$

$$u_K = u_e = u_v$$

$$u_K = \frac{P_0}{k_e} (1 - e^{-t/\tau}) e^{-t/\tau}$$

Figura 2.02. Modelos reológicos, procesos carga-desplazamiento-tiempo y relaciones matemáticas (Adaptado de Bodig y Jayne, 1982).



$$P_B = P_M = P_K$$

$$u_B = u_M + u_K$$

$$u_B = P_0 \left[ \frac{1}{k_e} + \frac{1}{k_{re}} \left( 1 - e^{-t/\tau} \right) + \frac{1}{c_v} t \right]$$

$$\tau = c_{re} / k_{re}$$

$$\gamma_B = \sigma \left[ \frac{1}{E_e} + \frac{1}{E_{re}} \left( 1 - e^{-t/\tau} \right) + \frac{1}{\eta_v} t \right]$$

$$\tau' = \eta_{re} / E_{re}$$

Figura 2.03. Modelo reológico de comportamiento viscoelástico general y sus relaciones matemáticas (Adaptado de Bodig y Jayne, 1982).

#### Resorte Hookeano

Un resorte Hookeano se caracteriza por una constante elástica lineal ( $K_e$ ) que relaciona el desplazamiento elástico ( $u_e$ ) ocasionado por una carga simple ( $P$ ) y de carácter casi estático. La fuerza resistente ( $P_e$ ) de este elemento es proporcional a la magnitud del desplazamiento y a la constante elástica. Si se remueve la carga aplicada al resorte, la deformación se recupera totalmente, lo que le da el carácter elástico a este Modelo reológico. Este Modelo se representa por un resorte tal como se indica en la Figura 2.02a. La respuesta mecánica de este resorte es independiente del tiempo como se indica en el diagrama del proceso carga- desplazamiento y en sus relaciones matemáticas.

#### Pistón Newtoniano

Un pistón Newtoniano se caracteriza por una constante viscosa lineal ( $c_v$ ) que relaciona el desplazamiento viscoso ( $u_v$ ) provocado por una carga ( $P$ ) aplicada en el tiempo. La fuerza resistente ( $P_v$ ) de este elemento es proporcional a la velocidad del desplazamiento, y si la fuerza es aplicada de manera constante, puede ser la suma del desplazamiento inicial ( $u_0$ ), más un término relacionado con el tiempo, es decir, con el flujo de la deformación. Este proceso carga-desplazamiento-tiempo y sus relaciones matemáticas se ilustran en la Figura

2.02b. Si se remueve la carga aplicada al pistón la deformación es permanente y es equivalente al componente del desplazamiento viscoso ( $u_v$ ).

#### *Cuerpo de Maxwell*

El cuerpo de Maxwell consiste en un resorte y un pistón trabajando en serie, tal como se muestra en la Figura 2.02c. La fuerza resistente en el cuerpo de Maxwell ( $P_M$ ) a una carga permanente ( $P$ ) es una función de tipo exponencial, relacionada con la constante elástica ( $K_e$ ), la constante viscosa ( $c_v$ ) y con el tiempo ( $t$ ). El desplazamiento total  $u_M$  es la suma de los desplazamientos del resorte ( $u_e$ ) y del pistón ( $u_v$ ). Las expresiones matemáticas de su comportamiento y su diagrama proceso carga-desplazamiento-tiempo se detallan en la Figura 2.02c.

#### *Cuerpo de Kelvin-Voigt*

El cuerpo de Kelvin-Voigt está compuesto por un resorte y un pistón funcionando en paralelo, tal como se ilustra en la Figura 2.02d. La fuerza total en el cuerpo de Kelvin-Voigt ( $P_K$ ) es igual a la suma de la fuerza elástica ( $P_e$ ) en el resorte, más la fuerza viscosa ( $P_v$ ) en el pistón. El acomodo en paralelo de los componentes elástico y viscoso impone la misma magnitud del desplazamiento en los dos segmentos es decir,  $u_K = u_e = u_v$ . El diagrama del proceso carga-desplazamiento-tiempo y sus relaciones matemáticas se presentan en la Figura 2.02d.

#### *Modelo reológico de comportamiento viscoelástico general de la madera*

La combinación de los cuerpos de Maxwell y de Kelvin-Voigt, puede representar la respuesta de la madera en un proceso carga-deformación-tiempo. Este Modelo es también conocido como un cuerpo de Burger, y es utilizado en el proceso representativo del fenómeno de flujo de deformaciones, llamado también comportamiento viscoelástico de la madera. El esquema del Modelo viscoelástico general y sus relaciones matemáticas se presentan en la Figura 2.03.

Como se explica en la Figura 2.03, la fuerza total del sistema representado por un cuerpo de Burger ( $P_B$ ) es igual a la fuerza del cuerpo de Maxwell ( $P_M$ ) y a la fuerza del cuerpo de

Kelvin-Voigt ( $P_K$ ). Por su parte, los diferentes desplazamientos de cada uno de los componentes del sistema son aditivos. El desplazamiento total ( $u_B$ ) es igual al desplazamiento en el cuerpo de Maxwell ( $u_M$ ), más el desplazamiento en el cuerpo de Kelvin-Voigt ( $u_K$ ).

El desplazamiento total ( $u_B$ ) del sistema puede ser explicado en términos de la constante elástica ( $K_e$ ) del elemento resorte del cuerpo de Kelvin-Voigt, de la constante elástica de efecto retardado ( $K_{re}$ ) del elemento resorte del cuerpo de Maxwell, de la constante viscosa ( $c_v$ ) del elemento pistón del cuerpo de Maxwell, de la constante viscosa ( $c_{re}$ ) del elemento pistón del cuerpo de Kelvin-Voigt y del tiempo ( $t$ ), tal como se ejemplifica en las Figuras 2.03 y 2.04.

Igualmente, -el desplazamiento total ( $\gamma_B$ ) del sistema, puede ser explicado en términos de parámetros de Ingeniería, tales como el módulo de elasticidad instantáneo ( $E_e$ ), el módulo de elasticidad de efecto retardado ( $E_{re}$ ), el coeficiente de viscosidad para deformación permanente ( $\eta_v$ ), el coeficiente de viscosidad para deformación retardada ( $\eta_{re}$ ), el esfuerzo aplicado ( $\sigma$ ) y el tiempo ( $t$ ).

El comportamiento viscoelástico de la madera explicado por un Modelo reológico de Burger, es descrito por el diagrama proceso carga-desplazamiento-tiempo de la Figura 2.04.

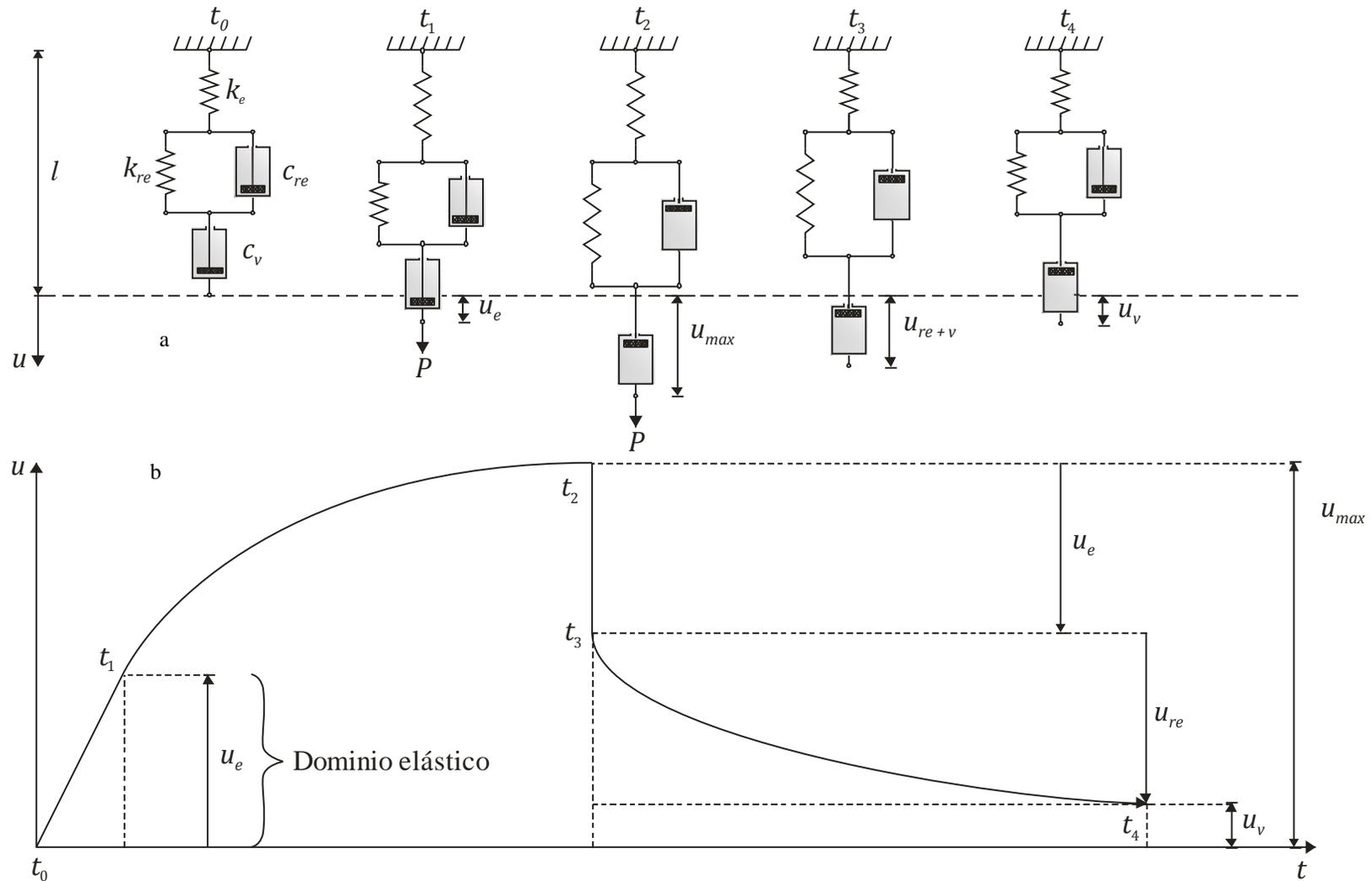


Figura 2.04. Comportamiento viscoelástico de la madera. a) Modelo reológico. b) Diagrama proceso carga-desplazamiento-tiempo (Adaptado de Bodig y Jayne, 1982).

Para cada uno de los tiempos  $t_0$  a  $t_4$  corresponden el trabajo y su combinación de cada uno de los componentes del cuerpo de Burger, los cuales corresponden a la continuidad del desplazamiento ( $u$ ) del diagrama del proceso carga-desplazamiento-tiempo. La carga  $P$  es aplicada en el dominio elástico (ver Figura 2.04b), a partir del tiempo  $t_0$  al tiempo  $t_1$  y es mantenida constante en el intervalo que va hasta el tiempo  $t_2$ . A partir del tiempo  $t_2$  la carga  $P$  es retirada y aparece un proceso de recuperación del desplazamiento máximo ( $u_{max}$ ), hasta el instante  $t_4$  donde aparece un desplazamiento de origen viscoso y permanente ( $u_v$ ).

Los Modelos reológicos ejemplificados, son útiles para explicar y predecir el comportamiento mecánico de la madera, dentro de ciertos límites de deformaciones y respetando los postulados de la Teoría de la Elasticidad. Además, en el caso del material madera, todos los Modelos modifican su comportamiento cuando intervienen otras variables físicas como la temperatura, el contenido de la humedad y la velocidad de sollicitación.

En el contexto de estudio de esta investigación, el estudio del comportamiento elástico de la madera y sus aplicaciones, se restringe al dominio elástico del diagrama del proceso carga-desplazamiento-tiempo.

Como síntesis de los argumentos anteriores, se propone la hipótesis de la elasticidad de la madera:

La madera es un sólido deformable, con propiedades elásticas lineales, es decir, la madera se comporta como un material elástico lineal.

El comportamiento elástico de la madera está restringido además, por dos hipótesis de la Teoría de la Elasticidad y del estudio de Medios continuos:

- Los desplazamientos ( $u$ ) a los cuales está sometido el medio, son muy pequeños en relación a las dimensiones ( $X$ ) típicas del medio continuo, es decir: ( $\| u \| \ll \| X \|$ ).
- Los gradientes de los desplazamientos son muy pequeños, es decir, son infinitesimales.

La aplicación directa de esta hipótesis se encuentra, por una parte, en la elaboración de un Modelo teórico de comportamiento elástico de la madera y por otra, en el cálculo y concepción de elementos estructurales en Ingeniería de la madera.

#### *Homogeneidad de la madera*

El desarrollo de la hipótesis de la homogeneidad de la madera tiene dos vertientes. La primera de ellas, es el desglose de la organización jerárquica de la madera, el cual desciende de una macroescala de observación, es decir, de la organización del plano leñoso, hacia una escala de análisis microscópico, es decir, la consideración de la composición química, de la cual está constituida la pared celular de la madera (Figura 2.05).

La segunda vertiente, se refiere a la conceptualización de la homogeneidad del plano leñoso de la madera. Este enfoque inicia en sentido inverso. Las moléculas constitutivas básicas de la pared celular, celulosas y ligninas, se van aglomerando en fibrillas, las cuales a su vez se agrupan en capas de la pared celular, y de esta manera se forman tejidos de crecimiento, de tal modo, que se conforma un material en el cual, sus características físicas son constantes en el espacio, es decir, se idealiza una sustancia homogénea (Figura 2.06).

#### *Organización jerárquica de la madera*

El enfoque de la organización jerárquica de la madera, parte del nivel de observación macroscópico, desciende hacia la estructura anatómica de la madera y finalmente, toma en cuenta su composición química.

El tronco de la sección transversal de la madera, con respecto a la dirección principal de crecimiento del árbol, es caracterizado por la sucesión de capas de crecimiento, compuestas por tejidos de madera temprana y de madera tardía, definidas éstas en una escala de 1 a 2 mm (Figura 2.05a). Estas capas forman un patrón de anillos concéntricos conocidos como capas o anillos de crecimiento.

Los tejidos de madera temprana y de madera tardía están compuestos por células de madera, las cuales son visibles al microscopio de luz. Las células son tubos huecos

orientados en la dirección longitudinal del tronco, con diámetros de 20 a 500  $\mu\text{m}$ , de longitud de 2 a 10 mm, y con un espesor de pared de 2 a 20  $\mu\text{m}$  (Figuras 2.05b y 2.05c). La pared celular de la madera temprana exhibe un espesor delgado, rodeando agujeros de dimensiones más grandes, también llamados lúmenes, con secciones transversales de formas cuadradas o poligonales.

La pared celular de la madera tardía, tiene en contraste paredes gruesas y lúmenes más pequeños, con secciones transversales rectangulares y alargadas en la dirección tangencial. En las gimnospermas, el diámetro de las células es alrededor de 20 a 40  $\mu\text{m}$  (Figura 3.05c), mientras que en las angiospermas, existen células con diámetros de hasta 500  $\mu\text{m}$ , formando estructuras interconectadas como tubos llamados vasos (Figura 2.05b).

La pared celular consiste en una serie de capas, las cuales se diferencian en espesor, al igual que en la cantidad y en el arreglo de sus constituyentes (Figura 2.05d). La capa central, llamada la capa secundaria S2, constituye alrededor de 80% a 90% del volumen de la totalidad de la pared celular. Del lado interno de la célula, alrededor del lumen, se localiza la capa terciaria T (Figura 2.05d). Del lado externo a la célula, colindando con la capa S2, están la capa S1, seguida de la pared primaria P, y al final, se localiza la lámina media LM, la cual conecta a dos células contiguas de madera.

Las capas de la pared celular están constituidas a su vez, por fibras celulósicas embebidas en una matriz constituida por ligninas. Las fibras tienen diámetros de alrededor de 150 a 200 nm y están compuestas por microfibrillas más pequeñas (Figura 2.05e). La orientación de las microfibrillas varía de capa a capa. En la capa S2, las microfibrillas están embobinadas en forma helicoidal dentro de la pared celular, con un ángulo de inclinación entre 0° y 30° respecto al eje longitudinal de la célula, el cual coincide con la dirección del hilo o grano de la madera, es decir, es sincrónico con la dirección longitudinal del tronco.

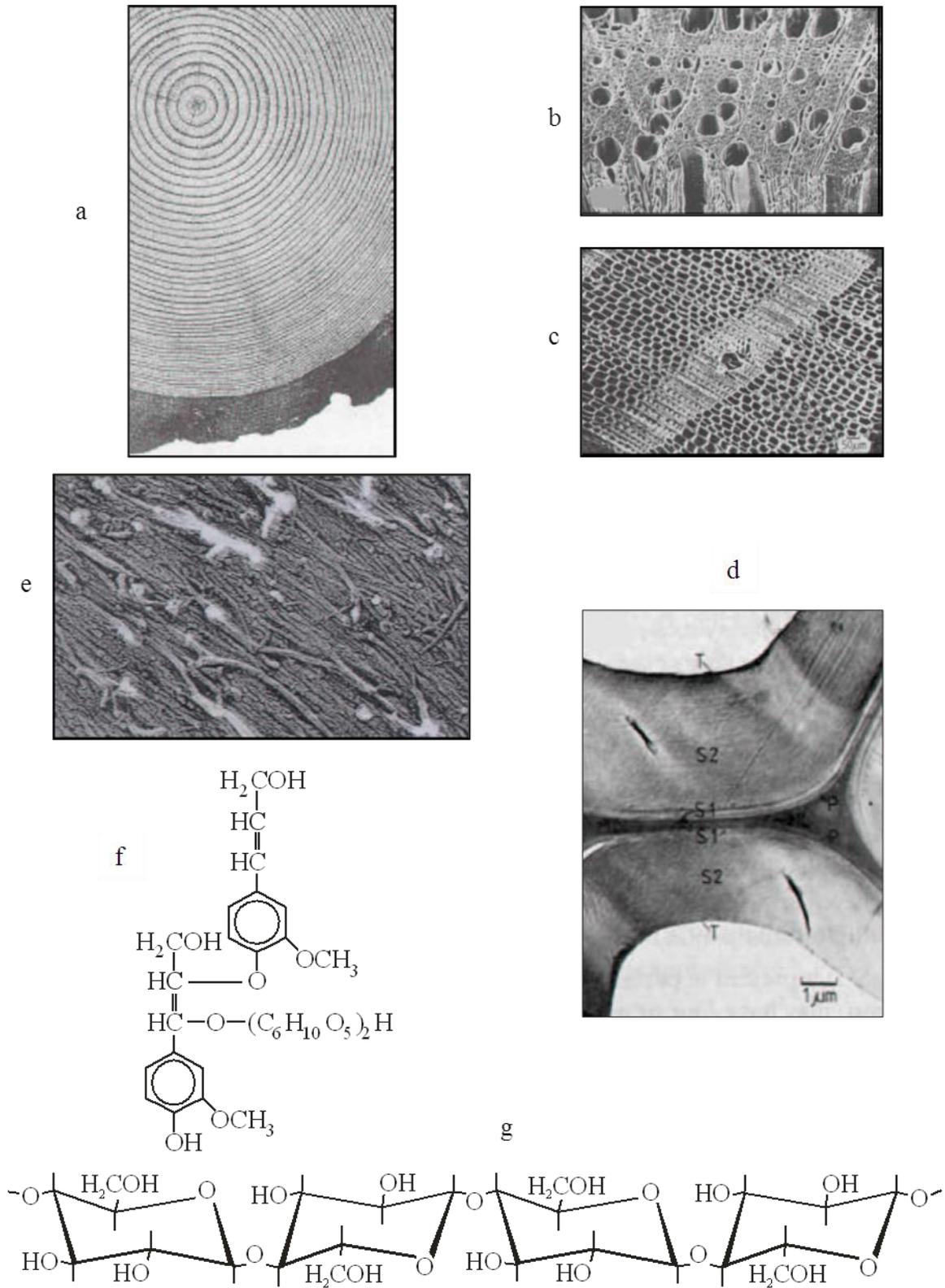


Figura 2.05. Organización jerárquica de la madera (Adaptado de Hofstetter y col., 2004).

Las microfibrillas están compuestas por cadenas celulósicas. Las unidades monoméricas de la cadena celulósica son residuos de glucosas anhídridas, con uniones  $\beta$ -1,4, los cuales constituyen paralelepípedos con aristas aproximadamente de 0.84 x 1.03 x 0.79 nm (Figura 2.05g). Solo la parte central de una microfibrilla es cristalina, mientras que la región de la superficie es más o menos amorfa. La carencia de orden en el dominio amorfo resulta principalmente de la inclusión de otros azúcares que no son glucosas, usualmente manosa y xilosa.

La matriz, depositada en los espacios entre la celulosa, típicamente de 8 a 40 nm en diámetro, está compuesta por polisacáridos no celulósicos, comúnmente nombrados hemicelulosas. Además la matriz no celulósica está constituida por ligninas, extractivos y compuestos inorgánicos. La lignina y las hemicelulosas constituyen la mayor parte de la matriz, mientras que los compuestos extractivos e inorgánicos representan solo del 2 al 4% en volumen. La asociación íntima entre los polisacáridos y la lignina de la pared celular, con una escala de longitud de aproximadamente de 1 a 5 nm, es llamada complejo lignina-polisacárido (Figura 2.05f), y representa la unidad básica del complejo. En el estado húmedo, las moléculas de agua interpenetran la matriz y son adsorbidas, ya sea física o químicamente, en las zonas de sorción (hidroxilos) localizadas en las hemicelulosas hidrofílicas.

#### *Conceptualización de la homogeneidad de la madera*

El enfoque de homogenización de la madera, parte de la simplificación de los constituyentes de la composición química de la madera, y va en aumento en la escala jerárquica o de observación de la estructura anatómica de la madera. Finalmente, este enfoque integra las diferentes escalas de observación micro y meso, en la escala macroanatómica.

Esta visión se particulariza en el plano transversal a la dirección de crecimiento del árbol, tal como se ejemplifica en la Figura 2.05a, para una especie gimnosperma. Sin embargo, este enfoque se puede aplicar a toda la estructura tridimensional del plano leñoso.

El primer nivel de homogenización para maderas angiospermas y gimnospermas, parte de la simplificación de su composición química, es decir la matriz constituida por lignina y

celulosa y la presencia de moléculas de agua. Estos componentes son modelados como unidades más o menos homogéneas, tal como se esquematiza en la Figura 2.06a.

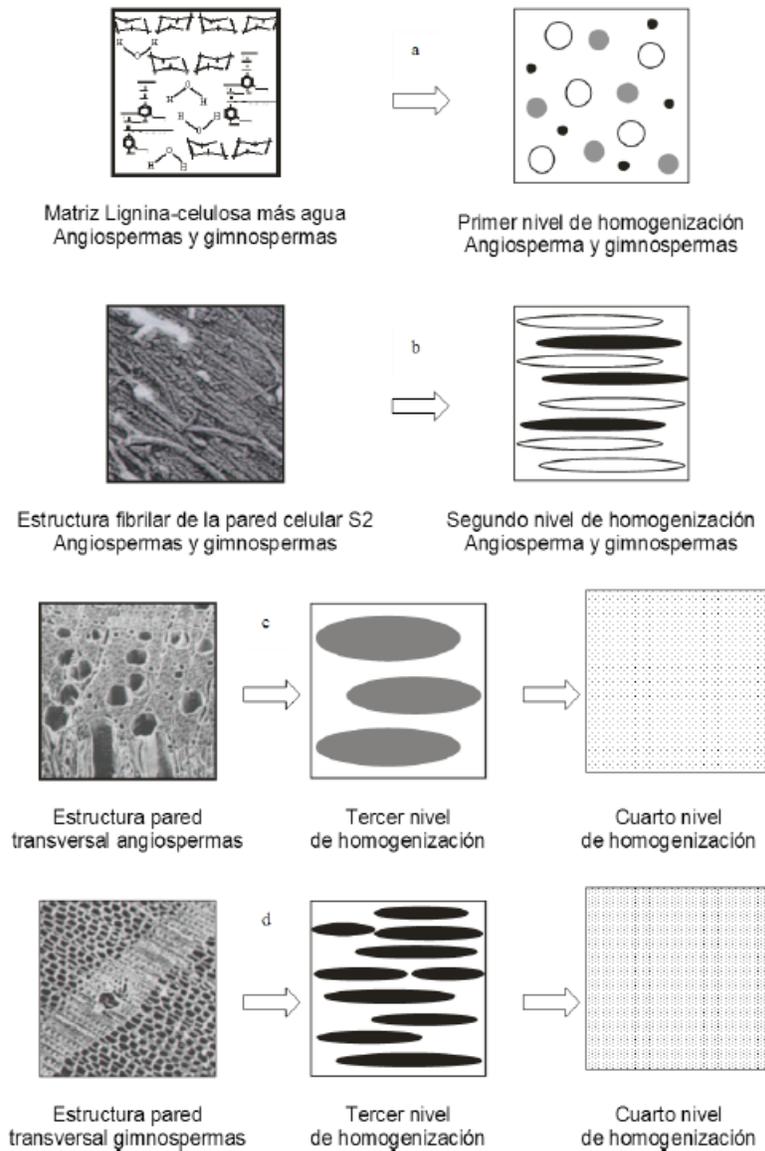


Figura 2.06. Homogenización de la madera (Adaptado de Hofstetter y col., 2004).

El segundo nivel de homogenización, que se aplica igualmente a especies de maderas angiospermas y gimnospermas, es la idealización de la estructura fibrilar principalmente de la capa secundaria S2 de la pared celular, a saber, celulosas cristalinas y amorfas, pero considerando la contribución de las otras capas que conforman la pared celular: lámina media, pared primaria P, capa S1 y capa terciaria T. Estos componentes son modelados

como bandas más o menos homogéneas correspondientes a los diferentes compuestos, tal como se ilustra en la Figura 2.06b.

El tercer nivel de homogenización, se aplica de manera independiente a la madera de especies angiospermas o gimnospermas. Para el caso de las angiospermas, la estructura micro anatómica: vasos, fibras y rayos, entre otros, son representados como elementos o partículas que simplifican la escala de observación y la complejidad del plano leñoso (ver Figura 2.06c).

Para el caso de las maderas de especies gimnospermas, su estructura microanatómica, es idealizada de manera similar a la de la anatomía de las angiospermas. Sus diferentes partes estructurales: traqueidas, rayos y canales resiníferos, son modelados como elementos o partículas que simplifican igualmente la escala de observación y la complejidad del plano leñoso (ver Figura 2.06d).

Finalmente, el cuarto nivel de homogenización de la madera, tanto para especies angiospermas y gimnospermas, sintetiza el carácter jerárquico y heterogéneo, y la variabilidad de la composición química y organización estructural del plano leñoso.

Los argumentos anteriores, permiten proponer la hipótesis de la homogeneidad de la estructura de la madera:

La madera es un sólido de estructura porosa, pero espacialmente homogénea, lo que implica que sus características físicas en una escala macroanatómica, están distribuidas de manera uniforme e invariable en un volumen elemental de sustancia madera. Es decir, la madera es un material macroscópicamente homogéneo.

La propiedad de homogeneidad de la madera, está restringida, por las consideraciones siguientes:

Por una parte, la escala de observación y del fenómeno a estudiar. Por ejemplo, para ensayos normalizados (International Organization for Standardization, 1975a y 1975b), se emplean probetas de al menos 20 mm en alguna de sus dimensiones. Otros autores, emplean probetas especialmente diseñadas para sus investigaciones.

Por otra parte, las dimensiones del volumen elemental de materia, para el estudio del comportamiento elástico de la madera, están en función de la configuración del ensayo, de la instrumentación y de los dispositivos empleados.

La aplicación directa de esta hipótesis se encuentra, por un lado, como requerimiento previo para la aplicación de los principios de la Mecánica del medio continuo y por otro, en el estudio de los fenómenos de transferencia de masa y de calor en la madera.

### *Continuidad de la madera*

Se entiende por medio continuo el conjunto infinito de partículas que forman parte, por ejemplo, de un sólido, de un fluido o de un gas, que va a ser estudiado macroscópicamente, es decir, sin considerar las posibles discontinuidades existentes en el nivel microscópico atómico o molecular. Este enfoque admite que no hay discontinuidades entre las partículas y que la descripción matemática de este medio y de sus propiedades se puede realizar mediante funciones continuas.

Otra forma en que un medio continuo puede definirse, es como un medio deformable, en el cual, sus átomos o moléculas están tan próximos unos a otros que el material puede considerarse, macroscópicamente, como una masa homogénea, cuyas deformaciones pueden preverse sin necesidad de considerar el movimiento de cada una de las partículas que la componen.

El concepto de medio continuo se basa en la hipótesis fundamental que propone que los materiales pueden idealizarse, haciendo abstracción de su estructura molecular o cristalina, como si estuviesen constituidos por una masa continua, sin huecos, ni separaciones en su interior. En los problemas de Ingeniería de la madera se trabaja con medios deformables estructurados de tal forma que sus átomos, moléculas, células o tejidos, están tan próximos unos a otros que el material puede considerarse macroscópicamente homogéneo y cuyas deformaciones pueden preverse sin necesidad de considerar el movimiento de cada una de las partículas que conforman dicho material. De esta forma, materiales de Ingeniería como lo es la madera, pueden idealizarse como medios continuos.

Un sólido se define como un cuerpo en el cual las moléculas están muy cercanas las unas a las otras y vibran con una amplitud muy pequeña alrededor de su posición de equilibrio. Ésta masa tiene cohesión y mantiene una forma relativamente constante cuando no está sometido a fuerzas exteriores.

En realidad, las propiedades de un medio sea sólido o fluido no están uniformemente distribuidas. La distribución parece menos uniforme cuando la escala de observación es más pequeña. En consecuencia, la Mecánica del medio continuo se interesa en el comportamiento de la materia a una escala grande, en relación a las distancias intermoleculares y que la estructura molecular no será tomada en cuenta de forma explícita.

De aquí la hipótesis del medio continuo: Un medio continuo es un medio en el cual, el comportamiento macroscópico puede ser esquematizado suponiendo a la materia repartida en todo el dominio que ocupa, y no como en la realidad, concentrada en una parte de volumen muy pequeña. Además, una partícula macroscópica de la cual, la posición será semejante a un punto geométrico en la esquematización del medio continuo, será de hecho la representante de partículas microscópicas contenidas en un volumen.

La validez de la hipótesis del medio continuo depende de la escala de observación, es decir, de la dimensión de los volúmenes observados por los instrumentos de medición. Esta dimensión debe ser lo suficientemente pequeña, para que la medida pueda ser considerada como local y lo suficientemente grande, para que el volumen contenga un gran número de moléculas. Las fluctuaciones en las dimensiones serán medidas por valores medios espaciales y temporales, considerados éstos como independientes del número de moléculas presentes en el volumen durante su medición.

De aquí, la hipótesis de la madera como medio continuo:

La madera puede idealizarse haciendo abstracción de su composición molecular y de su estructura jerárquica, como si estuviese constituida por una masa continua, sin huecos, ni separaciones en su interior.

Para el caso de la madera sólida, la hipótesis del medio continuo implica que la madera es una sustancia homogénea.

La Mecánica del medio continuo tiene como aplicación estudiar los esfuerzos que se manifiestan en el interior de sólidos, líquidos y gases, así como las deformaciones o flujos de dichos materiales, y descubrir las relaciones mutuas entre los esfuerzos y las deformaciones o fluencias. El adjetivo continuo se refiere a la hipótesis simplificadora fundamental que se acepta en esta ciencia.

La Mecánica del medio continuo idealiza el material por medio de un Modelo matemático que, sin tener en cuenta de manera explícita su estructura microscópica y sin considerar, a escala mucho más pequeña, las acciones entre moléculas, permite, en la mayoría de los casos, predecir su comportamiento con exactitud suficiente para la práctica.

Conviene subrayar, sin embargo, que, si los esfuerzos a los que se somete el material aumentan excesivamente, acabarán produciéndose agrietamientos microscópicos, los cuales eventualmente podrán crecer hasta transformarse en verdaderas fracturas. Una grieta, por pequeña que sea, impide la transmisión isotrópica de los esfuerzos; así que, desde el momento en que aparece, el medio pierde su continuidad, y los principios de la Mecánica del medio continuo dejan de ser aplicables.

El Modelo matemático que se aplica en el estudio de los medios continuos se basa esencialmente en conceptos diferenciales. Si un material se subdivide idealmente en elementos pequeños, por ejemplo, de forma cúbica, por medio de planos que lo crucen, y luego se prosigue a la subdivisión, agregando siempre más planos secantes, y luego se repite la subdivisión y se reduce progresivamente el tamaño de los cubos resultantes, cada elemento poseerá ciertas propiedades extensivas, es decir propiedades cuyos valores dependen de la cantidad de sustancia presente, por ejemplo la masa y el peso, y es natural pensar en una masa media o un peso medio que se obtienen dividiendo dicha masa o peso total de cada cubo entre el volumen del mismo.

Si el cubo tiene un volumen  $\Delta V$ , una masa  $\Delta m$  y un peso  $\Delta w$ , se puede calcular la masa media  $\Delta m/\Delta V$  y el peso medio  $\Delta w/\Delta V$ . Considerando un punto fijo dentro del material y una sucesión de cubos cada vez más pequeños que encierren al punto, si la sustancia es homogénea, las características medias serán constantes al reducirse el cubo, e iguales a sus valores límites cuando tienden a cero los volúmenes:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} &= \frac{dm}{dV} \\ \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta V} &= \frac{dw}{dV} \end{aligned} \right\} \quad (2.01)$$

Sí las propiedades medias varían con continuidad al reducirse el tamaño de los cubos, y permiten admitir la existencia, en cada punto del material de una densidad  $\rho$  y de un peso específico  $\omega$ , definidos a partir de las ecuaciones (2.01) como:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{dm}{dV} \\ \omega &= \frac{dw}{dV} \end{aligned} \right\} \quad (2.02)$$

En términos matemáticos se acepta que masa y peso son propiedades extensivas y son funciones continuas y derivables de los puntos del espacio ocupado por el medio.

Para un sistema de coordenadas cartesianas  $x, y, z$  se puede entonces decir que las cantidades definidas en la ecuación (2.02), son funciones continuas y derivables de  $x, y, z$ , independientemente del tipo de coordenadas para su posición y del sistema de referencia. Igualmente, se supone que todas las propiedades intensivas de un medio continuo son funciones continuas y derivables del tiempo, en cada punto del medio.

Es necesario notar que las propiedades en la ecuación 2.02 son propiedades intensivas o de punto, es decir que su valor no depende de la cantidad de sustancia presente. Este argumento se extiende a las propiedades que se conocen como específicas. En el sentido de que, para el caso de la densidad y del peso específico, se relacionan con la unidad de volumen y que a veces se utiliza el mismo término para relacionar un parámetro con la unidad de masa o de peso de la sustancia, se habla así, por ejemplo, del módulo de elasticidad específico.

La aplicación de la hipótesis de continuidad del medio material de que está constituida la madera, y cuyo significado físico explica que las propiedades de un medio continuo son funciones continuas y derivables del tiempo y del espacio, permite aprovechar para el

estudio de su comportamiento, todos los recursos del cálculo diferencial y operar por medio de ellos, sobre los campos escalares, vectoriales y tensoriales ligados al medio.

Entre las principales propiedades que caracterizan a los medios continuos se encuentran las mecánicas, térmicas, eléctricas y magnéticas. En el caso que nos ocupa, el concepto de medio continuo se aplica preferentemente para las propiedades elásticas del material madera.

### *Ortotropía de la madera*

La idealización del plano leñoso de la madera como un material que tiene simetrías geométricas y materiales, las cuales implican propiedades elásticas de tipo ortotrópicas, se desarrolla desde dos enfoques:

El primero de ellos, hace referencia a la anisotropía material, derivada de los fenómenos de simetría observados en cristales. El segundo punto de vista, introduce los sistemas de coordenadas para referenciar cualquier punto en la geometría del plano leñoso, el cual pertenece al volumen comprendido en un segmento de tronco de un árbol.

### *Anisotropía material*

En un proceso esfuerzo-deformación de un material sólido, el comportamiento anisotrópico se manifiesta por las distintas respuestas, según diferentes direcciones de observación y/o de aplicación de sollicitaciones. Las primeras investigaciones de este fenómeno fueron motivadas por la respuesta observada en materiales naturalmente anisotrópicos como la madera y los sólidos cristalinos.

Para el caso de materiales sólidos anisotrópicos, el comportamiento físico dependiente de la dirección de aplicación de una sollicitación mecánica, o de la dirección de observación, tiene su origen en las características de la microestructura particular del material. Si se ignora esta dependencia direccional en un material que se comporta de la misma manera en todas las direcciones, se trata de un material modelado como isotrópico.

Comúnmente, las características de simetría a nivel microscópico de los constituyentes de un material, se repiten en escala macroscópica en materiales naturales y sintéticos, de tal forma que se producen respuestas en los procesos esfuerzo-deformación con simetrías similares. Este concepto está basado en el principio de Franz Ernst Neumann (1885\*) quien propuso la noción teórica que establece la conexión entre la simetría estructural y la simetría de la respuesta elástica para cristales.

### *Anisotropía de cristales*

Las propiedades de un material cristalino dependen de la estructura de su composición química. La estructura interna de un cristal está constituida por partículas materiales, las cuales están distribuidas en un orden definido y forman un espacio cristalino. El modelado de esta estructura cristalina, explica las características físicas y las regularidades en su comportamiento físico, de acuerdo con la conformación de la simetría del cristal.

Dependiendo de su estructura, un cristal muestra una simetría geométrica, y para el caso que nos ocupa, ésta resulta en una simetría en sus propiedades físicas. Existen treinta y dos formas de simetría geométrica de cristales, las cuales pueden ser divididas en siete sistemas de simonías, las cuales corresponden a siete clases o simonías de simetrías elásticas de cristales.

Esta clasificación está basada entre otros, en los siguientes teoremas geométricos:

El ángulo de rotación alrededor de un eje de simetría o de simetría alterna es  $2\pi/n$ , donde  $n$  es uno de los números: 2, 3, 4 y 6. Este eje es definido como “n-gonal.”, es decir: “digonal,” “trigonal,” “tetragonal” y “hexagonal.” Por ejemplo para el caso  $2\pi/4$ , se trata de un eje de simetría tetragonal.

La existencia de un plano de simetría pasando a través de un eje n-gonal, implica la existencia de  $n$  planos. Por ejemplo si el eje  $z$  es digonal, y el plano  $x = 0$  es un plano de simetría, entonces el plano  $y = 0$  también es un plano de simetría.

Cuando hay un plano de simetría a través del eje principal n-gonal, la simetría es descrita como “di-n-gonal.” Igualmente es descrita como “ecuatorial” si existe un plano de simetría en ángulo recto al ángulo principal.

Cuando un eje coincide con un eje de simetría, o con un eje de rotación, o es perpendicular al plano de simetría, el número de constantes es  $N = 9$  y su forma de simetría es de la clase III, es decir, se define como una singonía rómbica. Para el caso de una figura geométrica análoga a un sistema tronco-cilindro de madera y de acuerdo a la clasificación de Voigt, (1928\*) el grupo de simetría cristalográfica correspondiente, es el de un sistema rómbico didigonal ecuatorial con un número de clase 6.

#### *Simetría estructural de la madera*

La aplicación estructural del principio de Neumann puede ser formulado de la siguiente manera: las simetrías materiales a nivel microgeométrico, corresponden a idénticas simetrías en su respuesta constitutiva, a escala macroanatómica. Es decir, en relación a sus propiedades físicas, un material tiene el mismo tipo de simetría correspondiente a la de su forma cristalográfica.

Este principio puede ser extendido para incluir cuerpos que no son cristalinos, pero que poseen una simetría equivalente en su estructura a nivel macro o microscópico, como por ejemplo, la madera sólida o tableros de placas de madera: si la composición interna de un material posee simetrías de un tipo, estas simetrías pueden observarse en sus propiedades físicas, por ejemplo, en sus propiedades mecanoelásticas.

Esto ocurre porque las propiedades mecanoelásticas son idénticas y coincidentes entre las direcciones de simetría estructurales y las direcciones equivalentes del material. Esta equivalencia es dada en un cuerpo, si las características físicas del material se alinean y son iguales en dos direcciones que convergen. Por ejemplo, una forma geométrica construida por un conjunto de direcciones equivalentes, es una figura geométrica que posee algún tipo de simetría. En otras palabras, la naturaleza de simetría estructural de un cuerpo, se determina por la distribución de sus direcciones equivalentes.

En adición a las direcciones equivalentes que coinciden con las direcciones de simetría de la estructura, existen otras direcciones para las cuales las propiedades elásticas son idénticas. Para el caso que nos ocupa, la simetría elástica es usualmente más extensiva que la simetría geométrica.

La introducción del concepto de simetría en la madera, parte del principio propuesto por Neumann, en relación al comportamiento físico de materiales cristalinos: cualquier tipo de simetría que posee la forma cristalográfica de un material, es igualmente poseída por el material con respecto a sus propiedades físicas. En otras palabras, se puede decir, que una forma geométrica formada por un sistema de rayos, saliendo de un punto y teniendo la misma simetría que su forma cristalográfica, es un conjunto de direcciones equivalentes en el material.

Para el caso de la madera, esta hipótesis tiene carácter inductivo: A partir de la experiencia, su evidencia consiste parcialmente en su verificación “*a posteriori*”.

#### *Simetría geométrica de la madera*

Una forma geométrica que permite una rotación alrededor de un eje se dice que posee “eje de simetría”. Una forma geométrica que permite la reflexión en un plano, se dice que posee un “plano espejo de simetría”.

Desde otro punto de vista complementario, cualquier forma geométrica que después de operaciones de cobertura de rotación y/o de translación, puede coincidir con la configuración original, posee simetría geométrica. Estas simetrías se agrupan de acuerdo a las operaciones de cobertura permitidas para cada forma.

La simetría geométrica de la madera permite tres operaciones de cobertura: la primera es del plano radial-longitudinal alrededor del eje longitudinal de rotación. Las otras dos operaciones de cobertura son las de reflexión a través de un ángulo alrededor de un eje en un plano llamado de reflexión. De esta manera, la forma geométrica de la madera no se modifica después de movimientos de traslación y/o de rotación de sus puntos materiales o geométricos.

La implicación en el comportamiento elástico de la madera es que, como material ortotrópico, tiene tres planos de simetría que son mutuamente ortogonales. Dado que la existencia de dos planos de simetría ortogonal implica la existencia de un tercer plano, la forma de la matriz de elasticidad para un material ortotrópico es obtenida agregando un plano ortogonal de simetría a un plano para un material monoclinico. De esta manera, la

madera se modela como un material ortotrópico. En consecuencia, la estructura de la matriz de rigidez de la madera es simétrica y el número de constantes elásticas independientes se reduce a nueve.

#### *Sistemas de coordenadas utilizadas en elasticidad de la madera*

Para estudiar las propiedades de anisotropía de la madera, es necesario introducir varios sistemas de coordenadas.

El Modelo material de la madera parte de la idealización geométrica de la macroestructura del árbol. A partir del concepto general de un árbol, independientemente de su especie o pertenencia taxonómica, un individuo se puede separar en tres partes: la copa, el fuste y la raíz del árbol (ver Figura 2.07a).

La materia lignocelulósica de la raíz y de la copa puede ser utilizada como material de Ingeniería y como materia prima para procesos industriales de transformación bioquímica y de reconstitución de la madera. El fuste del árbol es la parte que se emplea comercialmente en aplicaciones estructurales en Ingeniería de la madera. Por esta razón, el estudio del comportamiento mecánico de la madera es usualmente realizado con especímenes de madera provenientes del tronco.

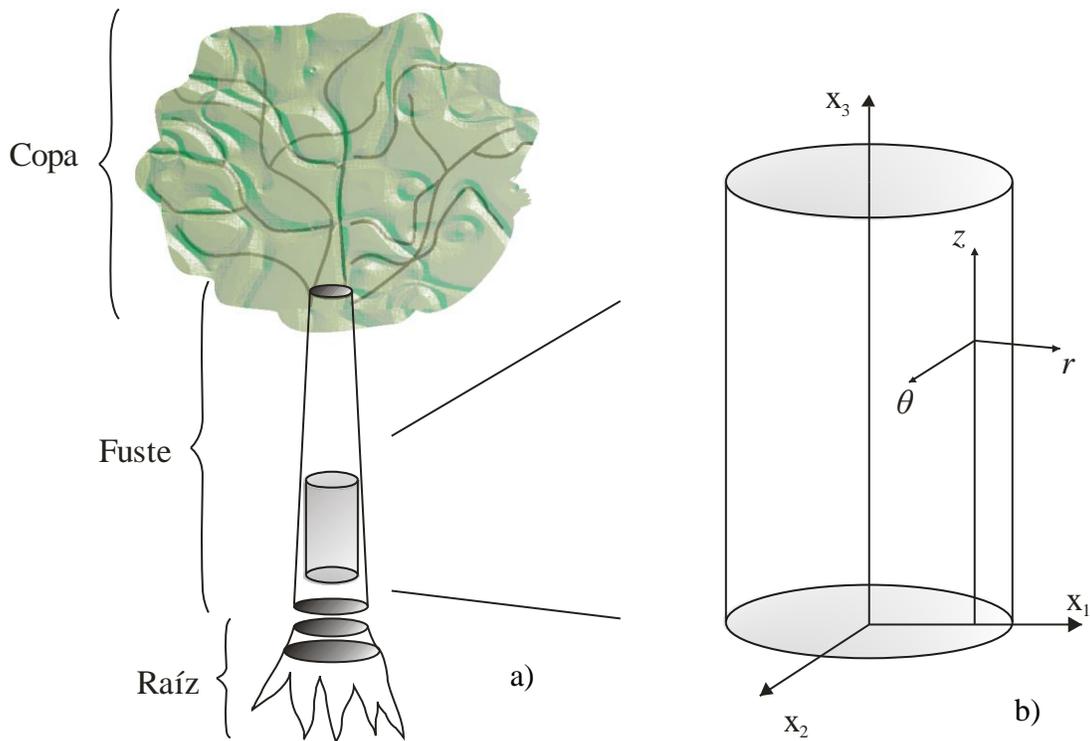


Figura 2.07. a) Esquema de un árbol. b) Sistemas de coordenadas globales  $(0, x_1, x_2, x_3)$  y locales  $(0, r, \theta, z)$ .

La geometría de un segmento del fuste del árbol, es idealizada como un cilindro de sección transversal constante, a lo largo de la dirección vertical y que se puede definir en un sistema de coordenadas geométricas y globales, de ejes cartesianos:  $0, x_1, x_2, x_3$ . En el mismo contexto, para describir la cinemática de un punto material al interior del cilindro, es conveniente asociar al sistema de coordenadas globales, un sistema de coordenadas materiales y locales, de ejes cilíndricos:  $0, r, \theta, z$  (ver Figura 2.07b).

Estas coordenadas están relacionadas a la estructura macroanatómica de la madera de la siguiente manera:

La coordenada  $r$  sigue la dirección radial a partir del centro geométrico de la sección transversal del cilindro. Esta dirección está relacionada con la orientación de las células de rayo en el volumen formado por la materia lignocelulósica.

La coordenada  $\theta$  sigue la línea tangente a los círculos concéntricos de la sección transversal del cilindro. Esta dirección está asociada a la tangente de los círculos que forman las capas de crecimiento fisiológico de la madera.

La coordenada  $z$  sigue la dirección longitudinal del tronco situada en su centro geométrico. Esta dirección es paralela al sentido longitudinal de la médula del árbol.

A partir del cilindro esquematizado por la Figura 2.08a, con coordenadas geométricas globales  $x_1, x_2, x_3$ , se puede separar un volumen formado por un segmento circular y la dimensión longitudinal del cilindro (Figura 2.08b). Este volumen se puede transformar en un paralelepípedo de aristas paralelas e iguales (Figura 2.08c).

Este cubo puede a su vez, ser definido por el sistema de coordenadas locales ortotrópicas cilíndricas  $r, \theta, z$ , tal como se explica en la Figura 2.08c. Esta configuración, puede a su vez, asociarse al referencial cartesiano material local según las direcciones radial (R), tangencial (T) y longitudinal (L), tal como se explica en la Figura 2.08d.

De esta forma, la coordenada local y ortotrópica R es asociada a la dirección radial  $r$  del plano leñoso, la coordenada T igualmente local y ortotrópica, está relacionada a la dirección tangencial  $\theta$  de un tronco-cilindro de madera, y la coordenada local y ortotrópica L, está relacionada con la dirección longitudinal  $z$  de la madera.

Esta figura geométrica y concepto material, se define en el estudio del comportamiento elástico de la madera, como el volumen elemental de materia, el cual es homogéneo, y se puede representar como un medio continuo.

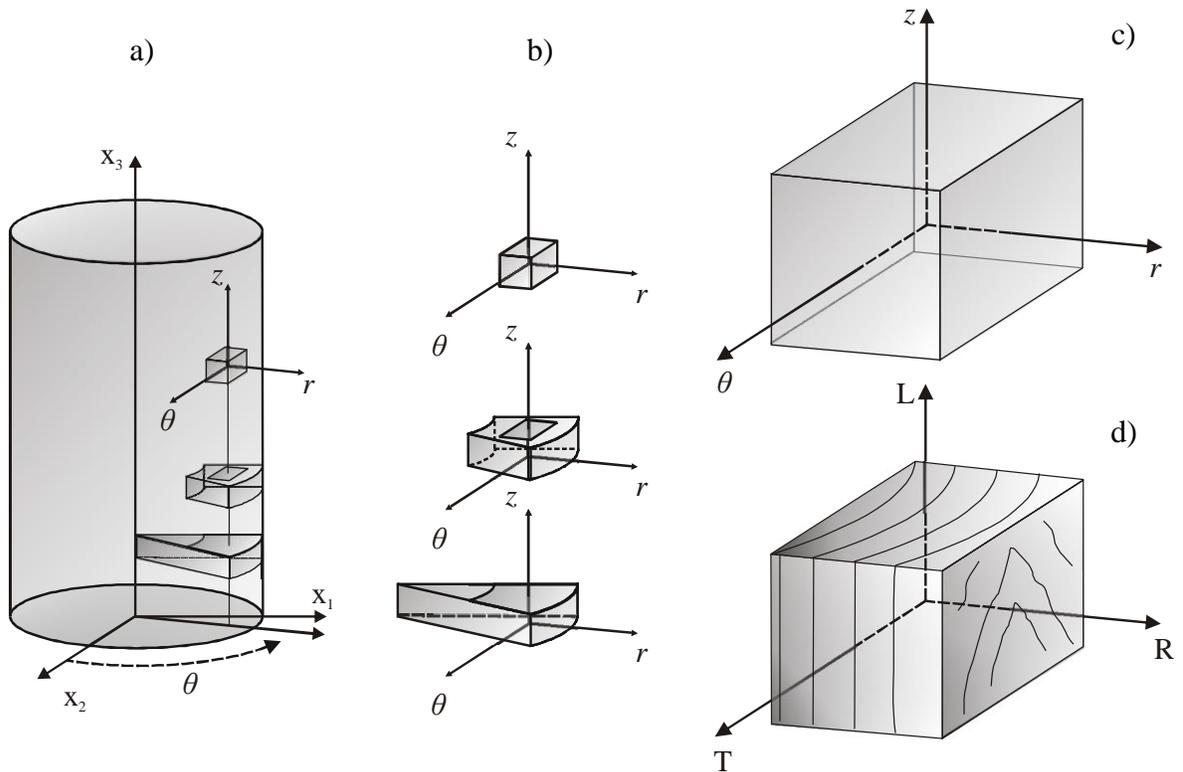


Figura 2.08. Sistemas de coordenadas. a) ortotrópicas globales geométricas  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ; b) ortotrópicas locales materiales cilíndricas  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ ; c) ortotrópicas locales materiales cilíndricas  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ ; d) ortotrópicas locales materiales cartesianas  $R$ ,  $T$ ,  $L$ .

A partir de los argumentos anteriores, se puede proponer la hipótesis de la ortotropía de la madera:

La geometría que define un volumen elemental de madera, puede ser definida en un sistema de coordenadas ortotrópicas. No obstante que el referencial de geometría es de tipo cilíndrico:  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ , a nivel local, se le puede asociar el referencial con carácter cartesiano  $R$ ,  $T$ ,  $L$ .

Finalmente, para generalizar el empleo de coordenadas en el estudio del comportamiento mecánico de la madera, es necesario considerar la congruencia entre los diferentes sistemas de coordenadas. Las relaciones entre los diferentes sistemas de referencia de un volumen elemental de madera es la siguiente:

$x_1$      $x_2$      $x_3$  : Coordenadas globales geométricas.  
 $r$       $\theta$       $z$  : Coordenadas cilíndricas locales.  
 $R$       $T$       $L$  : Coordenadas cartesianas materiales.

De esta forma se combinan las diferentes direcciones de ortotropía de la madera.

Como consecuencia de los argumentos anteriores, los ejes R, T y L, forman los seis planos de referencia ortogonales y correspondientes entre si en el espacio de materia lignocelulósica: RT y TR; RL y LR; TL y LT, (ver Figura 2.09).

En la Figura 2.09, el asterisco (\*) significa una dirección igual o reflejada en el plano espejo de simetría.

Estos planos de simetría pueden ser en coordenadas cartesianas (ver Figura 2.09a) o en coordenadas cilíndricas (ver Figura 2.09b).

De esta forma se conjugan las coordenadas  $x_1, x_2, x_3$ :  $r, \theta, z$ ; R, T, L, para las direcciones radial, tangencial y longitudinal, respectivamente del plano leñoso.

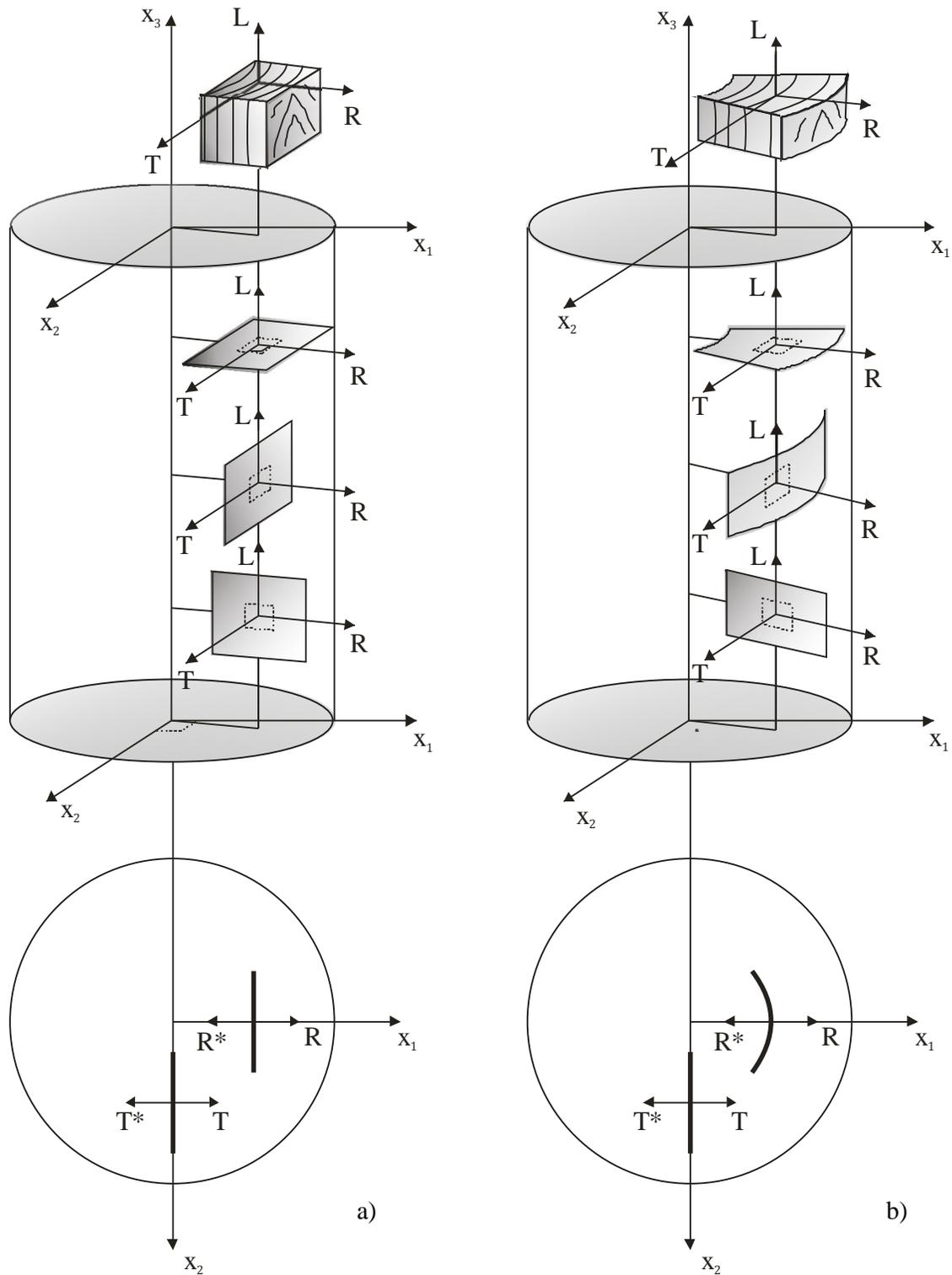


Figura 2.09. a) Planos de simetría material en coordenadas cartesianas. b) Planos de simetría material en coordenadas cilíndricas.

*Madera ideal*

A partir de las cuatro hipótesis simplificadoras formuladas, se puede establecer a manera de corolario, el concepto de madera ideal:

La madera ideal es un sólido elástico, macroscópicamente homogéneo, de medio continuo y con simetrías materiales y elásticas de tipo ortotrópico.

Como consecuencia, el concepto de madera ideal facilita el empleo generalizado de la ley de Hooke, como la ley de comportamiento elástico de la madera.

La ley de Hooke, se escribe en términos de deformación-esfuerzo como:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (2.03)$$

Donde:

- $\varepsilon_{ij}$  = Deformación unitaria.
- $\nu$  = Coeficiente de Poisson.
- E = Módulo de Young o de elasticidad.
- $\sigma_{ij}$  = Esfuerzo unitario.

Con:

$\delta_{ij}$  = Delta de Kronecker definido por:

$$\left. \begin{array}{l} \delta_{ij} = 1 \text{ si } i = j \\ \delta_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \end{array} \right\}$$

Donde:

$$i, j, k \in 1, 2, 3$$

Si a la ley de Hooke se le atribuyen las cuatro hipótesis simplificadoras, el comportamiento elástico de la madera (ecuación 2.03), puede escribirse en términos de las características elásticas de la madera, llamadas igualmente parámetros de Ingeniería como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_L \\ \varepsilon_{TL} \\ \varepsilon_{LR} \\ \varepsilon_{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_L \\ \tau_{TL} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{RT} \end{bmatrix} \quad (2.04)$$

y con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\nu_{TR}}{E_T} &= \frac{-\nu_{RT}}{E_R} \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} &= \frac{-\nu_{RL}}{E_R} \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} &= \frac{-\nu_{TL}}{E_T} \end{aligned} \right\} \quad (2.05)$$

Donde:

R : Dirección radial.

T : Dirección tangencial.

L : Dirección longitudinal.

$\varepsilon_R$  : Deformación colineal a la dirección R.

$\varepsilon_T$  : Deformación colineal a la dirección T.

$\varepsilon_L$  : Deformación colineal a la dirección L.

$\varepsilon_{TL}$  : Deformación angular entre las direcciones T y L.

$\varepsilon_{LR}$  : Deformación angular entre las direcciones L y R.

$\varepsilon_{RT}$  : Deformación angular entre las direcciones R y T.

$E_R$  : Módulo de elasticidad en la dirección R.  
 $E_T$  : Módulo de elasticidad en la dirección T.  
 $E_L$  : Módulo de elasticidad en la dirección L.  
 $G_{TL}$  : Módulo de rigidez para el plano TL.  
 $G_{LR}$  : Módulo de rigidez para el plano LR.  
 $G_{RT}$  : Módulo de rigidez para el plano RT.

$\nu_{RT}$  : Coeficiente de Poisson para el plano RT.  
 $\nu_{RL}$  : Coeficiente de Poisson para el plano RL.  
 $\nu_{TR}$  : Coeficiente de Poisson para el plano TR.  
 $\nu_{TL}$  : Coeficiente de Poisson para el plano TL.  
 $\nu_{LR}$  : Coeficiente de Poisson para el plano LR.  
 $\nu_{LT}$  : Coeficiente de Poisson para el plano LT.

$\sigma_R$  : Esfuerzo normal en la dirección R.  
 $\sigma_T$  : Esfuerzo normal en la dirección T.  
 $\sigma_L$  : Esfuerzo normal en la dirección L.  
 $\tau_{TL}$  : Esfuerzo cortante en el plano TL.  
 $\tau_{LR}$  : Esfuerzo cortante en el plano LR.  
 $\tau_{RT}$  : Esfuerzo cortante en el plano RT.

Esta ley general del comportamiento elástico de la madera, es comúnmente aceptada como paradigma en Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la madera, particularmente en el estudio y en las aplicaciones del comportamiento elástico de la madera. Asimismo, este concepto se propone como Modelo elástico general de la madera.

## 2.6. Variables físicas

Las características elásticas de la madera o parámetros de Ingeniería que configuran la ley general del comportamiento elástico de la madera (ecuaciones 2.04 y 2.05), son modificadas entre otras variables por tres parámetros inherentes a la madera: densidad, contenido de humedad, temperatura; y uno asociado al proceso de deformación: velocidad de sollicitación.

La fenomenología observada de estas variables sobre los valores de las características elásticas de la madera, sugiere que la madera es un material con comportamientos de carácter mecanoelástico, higoelástico, termoelástico y viscoelástico.

La variación en el valor de una característica elástica o de Ingeniería, por ejemplo, el módulo de elasticidad, es causada por la modificación de uno de los parámetros en el contexto de la investigación. Este fenómeno no se refiere a la variabilidad asociada a la naturaleza de la madera, la cual se relaciona con las diferencias encontradas en sus propiedades tecnológicas entre diferentes especies, entre diversos árboles y según la localización de la madera en estudio, respecto al plano leñoso de un árbol.

### *Densidad*

El valor de las características elásticas de la madera aumenta proporcionalmente a la densidad del material. Esta proporcionalidad depende entre otros parámetros de la especie de madera y de la característica de que se trate. Esta tendencia se ejemplifica en la Figura 2.10.

Palka (1973) y Guitard (1987) proponen una ecuación general para ajustar los valores de las características elásticas para una especie de madera, cuando su densidad varía en relación a la densidad, en la cual se determinaron originalmente los parámetros:

$$CE^{\rho} = CE^0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n \quad (2.06)$$

Donde:

$CE^{\rho}$  = Característica elástica en R, T, L, para una densidad diferente.

$CE^0$  = Característica elástica en R, T, L, a una densidad de referencia.

$\rho$  = Densidad de la madera.

$\rho_0$  = Densidad de la madera de referencia.

$n$  = Constante empírica.

Guitard y El Amri (1987) proponen los valores de  $n$  en la ecuación (2.06), para las siguientes características elásticas de maderas angiospermas y gimnospermas:

Angiospermas: $\rho_0 = 0.650 \text{ g/cm}^3$	Gimnospermas: $\rho_0 = 0.450 \text{ g/cm}^3$
$\left. \begin{aligned} E_R^\rho &= E_R^0 (\rho/\rho_0)^{1.33} \\ E_T^\rho &= E_T^0 (\rho/\rho_0)^{1.77} \\ E_L^\rho &= E_L^0 (\rho/\rho_0)^{1.03} \\ G_{RT}^\rho &= E_{RT}^0 (\rho/\rho_0)^{1.74} \\ G_{TL}^\rho &= E_{TL}^0 (\rho/\rho_0)^{1.25} \\ G_{LR}^\rho &= E_{LR}^0 (\rho/\rho_0)^{1.13} \end{aligned} \right\} (2.07)$	$\left. \begin{aligned} E_R^\rho &= E_R^0 (\rho/\rho_0)^{1.04} \\ E_T^\rho &= E_T^0 (\rho/\rho_0)^{1.50} \\ E_L^\rho &= E_L^0 (\rho/\rho_0)^{1.75} \\ G_{RT}^\rho &= E_{RT}^0 (\rho/\rho_0)^{1.16} \\ G_{TL}^\rho &= E_{TL}^0 (\rho/\rho_0)^{0.66} \\ G_{LR}^\rho &= E_{LR}^0 (\rho/\rho_0)^{0.89} \end{aligned} \right\} (2.08)$

Las relaciones (2.06) a (2.08) funcionan en un intervalo óptimo para la densidad de la madera de:  $0.200 \text{ g/cm}^3 < \rho < 1.200 \text{ g/cm}^3$ .

A manera de ejemplo de la ecuación (2.06), la Figura 2.10 presenta el gráfico de la ecuación (2.08):  $E_R^\rho = E_R^0 (\rho/\rho_0)^{1.04}$ . El valor del módulo de elasticidad radial ( $E_R^0$ ) en la Figura 2.10, representa un valor promedio para maderas gimnospermas, determinado por Hernández Maldonado (2010).

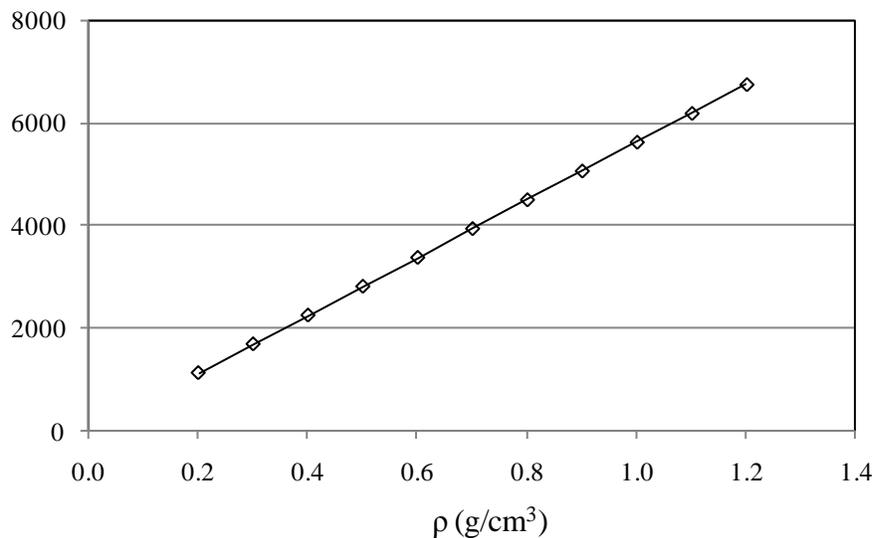


Figura 2.10. Comportamiento elástico de la madera en función de la densidad.

Palka (1973) propone los valores de  $n$  en la ecuación (2.06), para maderas gimnospermas y angiospermas para las siguientes características elásticas:

$$\left. \begin{aligned} v_{RT}^{\rho} &= v_{RT}^0 (\rho/\rho_0)^{1.00} \\ v_{TR}^{\rho} &= v_{TR}^0 (\rho/\rho_0)^{1.00} \\ v_{RL}^{\rho} &= v_{RL}^0 (\rho/\rho_0)^{-1.00} \\ v_{LR}^{\rho} &= v_{LR}^0 (\rho/\rho_0)^{-1.00} \\ v_{TL}^{\rho} &= v_{TL}^0 (\rho/\rho_0)^{1.00} \\ v_{LT}^{\rho} &= v_{LT}^0 (\rho/\rho_0)^{1.00} \end{aligned} \right\} \quad (2.09)$$

*Contenido de humedad*

El valor de las características elásticas de la madera disminuye proporcionalmente al contenido de humedad de ésta. Es decir, el contenido de humedad de la madera plastifica al material. Esta proporcionalidad depende entre otros parámetros de la especie de madera y de la característica que se trate. El fenómeno se observa preferentemente en el dominio higroscópico de la madera, es decir, en el intervalo que va del estado anhidro del material ( $H = 0\%$ ) y el punto de saturación de la fibra (PSF:  $28\% < H < 32\%$ ). Este comportamiento higroelástico de la madera se explicita en la Figura 2.11.

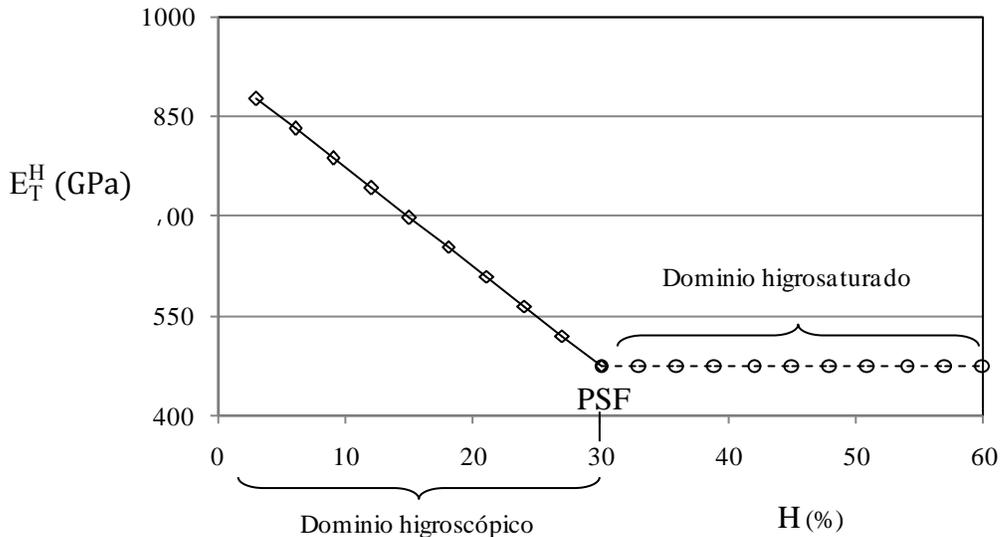


Figura 2.11. Comportamiento higroelástico de la madera.

Palka (1973) propone una ecuación general para ajustar los valores de las características elásticas de la madera, cuando el contenido de humedad varía en relación a la temperatura en la cual se determinaron originalmente los parámetros, usualmente del 12%:

$$CE^H = CE^{12} [1 - \beta (H - H_{12})] \quad (2.10)$$

Donde:

$CE^H$  = Característica elástica en R, T, L, a un contenido de humedad diferente a 12%.

$CE^{12}$  = Característica elástica en R, T, L, a un H de referencia de 12%.

$\beta$  = Coeficiente higroelástico.

H = Contenido de humedad de la madera.

$H_{12}$  = Contenido de humedad de referencia de 12%.

Cuando el contenido de humedad de la madera varía entre 5% y 30% (dominio higroelástico), la ecuación (2.10) se formula, para cada una de las características elásticas como:

$$\left. \begin{aligned}
 E_R^H &= E_R^{12} [1 - 0.020 (H - H_{12})] \\
 E_T^H &= E_T^{12} [1 - 0.020 (H - H_{12})] \\
 E_L^H &= E_L^{12} [1 - 0.010 (H - H_{12})] \\
 G_{RT}^H &= E_{RT}^{12} [1 - 0.020 (H - H_{12})] \\
 G_{TL}^H &= E_{TL}^{12} [1 - 0.015 (H - H_{12})] \\
 G_{LR}^H &= E_{LR}^{12} [1 - 0.015 (H - H_{12})] \\
 \nu_{RT}^H &= \nu_{RT}^{12} [1 + 0.010 (H - H_{12})] \\
 \nu_{TR}^H &= \nu_{TR}^{12} [1 + 0.010 (H - H_{12})] \\
 \nu_{RL}^H &= \nu_{RL}^{12} [1 - 0.020 (H - H_{12})] \\
 \nu_{LR}^H &= \nu_{LR}^{12} [1 - 0.010 (H - H_{12})] \\
 \nu_{TL}^H &= \nu_{TL}^{12} [1 - 0.010 (H - H_{12})] \\
 \nu_{LT}^H &= \nu_{LT}^{12} [1 + 0.005 (H - H_{12})]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Guitard (1987), propone la ecuación general para variación de las características mecánicas en función del contenido de la madera para un intervalo de:  $12\% < H < 20\%$ :

$$CE(H) = CE^{12} [1 - \beta (H - 12)] \quad (2.12)$$

Donde:

$CE(H)$  = Característica elástica en R, T, L, a un contenido de humedad H, diferente a 12%.

$CE^{12}$  = Característica elástica en R, T, L, a un H de referencia de 12%.

$\beta$  = Coeficiente higoelástico.

H = Contenido de humedad de la madera.

La ecuación (2.12) es similar a la propuesta por Palka (1973), pero con valores diferentes para el coeficiente higoelástico  $\beta$ . Desarrollando la ecuación (2.12) los valores de  $\beta$  para las características elásticas en R, T, L, son:

$$\left. \begin{aligned}
 E_R^H &= E_R^{12} [1 - 0.030 (H - 12)] \\
 E_T^H &= E_T^{12} [1 - 0.030 (H - 12)] \\
 E_L^H &= E_L^{12} [1 - 0.015 (H - 12)] \\
 G_{RT}^H &= G_{RT}^{12} [1 - 0.030 (H - 12)] \\
 G_{TL}^H &= G_{TL}^{12} [1 - 0.030 (H - 12)] \\
 G_{LR}^H &= G_{LR}^{12} [1 - 0.030 (H - 12)]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Las relaciones (2.10) a (2.13) funcionan en un intervalo óptimo para el contenido de humedad de la madera, en el dominio higroscópico, es decir del punto de saturación de la fibra de la madera:  $28\% < H < 32\%$ , al estado anhidro del material:  $H = 0\%$ . A partir del punto de saturación de la fibra (PSF), es decir, en el dominio higosaturado, el fenómeno se minimiza y permanece constante.

A manera de ejemplo, la Figura 2.11 presenta el gráfico de la ecuación (2.11):  $E_T^H = E_T^{12} [1 - 0.020 (H - H_{12})]$ , para el dominio higroscópico.

El valor del módulo de elasticidad tangencial ( $E_T^{12}$ ) en la Figura 2.11, representa un valor promedio para maderas angiospermas determinado por Hernández Maldonado (2010).

### *Temperatura*

El valor de las características elásticas de la madera disminuye proporcionalmente a la temperatura y está relacionado con el contenido de humedad del material. Es decir, la temperatura y el contenido de humedad de la madera plastifican al material. Esta proporcionalidad depende igualmente entre otros parámetros de la especie de madera y de la característica elástica de que se trate.

El fenómeno se observa preferentemente en dos dominios de temperatura. Un primer intervalo que va de  $0\text{ }^\circ\text{C}$  a  $20\text{ }^\circ\text{C}$  y un segundo intervalo que va más allá de una temperatura de  $20\text{ }^\circ\text{C}$ . Este comportamiento de carácter termoelástico se ilustra en la Figura 2.12.

Palka (1973) propone una ecuación general para ajustar los valores de las características elásticas de la madera cuando la temperatura varía, con respecto a la temperatura en la cual se determinaron originalmente los parámetros:

$$CE^{\theta} = CE^{20} [1 - \kappa (\theta - \theta_{20})] \quad (2.14)$$

Donde:

$CE^{\theta}$  = Característica elástica en R, T, L, a una temperatura diferente a 20 °C.

$CE^{20}$  = Característica elástica en R, T, L, a una temperatura de referencia de 20 °C.

$\theta_{20}$  = Temperatura de referencia de 20 °C.

$\theta$  = Temperatura.

$\kappa$  = Coeficiente termoelástico, función del contenido de humedad H.

H = Contenido de humedad de la madera.

La ecuación (2.14) se aplica en dos vertientes:

Cuando se incrementa la temperatura de 20 °C a 71 °C, la ecuación (2.14) se formula, para cada una de las características elásticas como:

$$\left. \begin{aligned}
 E_R^\theta &= E_R^{20} [1 - 0.00032 H (\theta - \theta_{20})] \\
 E_T^\theta &= E_T^{20} [1 - 0.00032 H (\theta - \theta_{20})] \\
 E_L^\theta &= E_L^{20} [1 - 0.00016 H (\theta - \theta_{20})] \\
 G_{RT}^\theta &= G_{RT}^{20} [1 - 0.00032 H (\theta - \theta_{20})] \\
 G_{TL}^\theta &= G_{TL}^{20} [1 - 0.00024 H (\theta - \theta_{20})] \\
 G_{LR}^\theta &= G_{LR}^{20} [1 - 0.00024 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{RT}^\theta &= \nu_{RT}^{20} [1 + 0.00016 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{TR}^\theta &= \nu_{TR}^{20} [1 + 0.00016 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{RL}^\theta &= \nu_{RL}^{20} [1 - 0.00032 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{LR}^\theta &= \nu_{LR}^{20} [1 - 0.00016 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{TL}^\theta &= \nu_{TL}^{20} [1 - 0.00016 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{LT}^\theta &= \nu_{LT}^{20} [1 + 0.00001 H (\theta - \theta_{20})]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

Con:

$$CE^\theta = f(T, H) = \begin{cases} 20^\circ\text{C} < T < 71^\circ\text{C} \\ 0\% < H < 30\% \end{cases} \quad (\text{Temperatura aumentando})$$

La relación (2.15) funciona en un intervalo óptimo para la temperatura de la madera:  $20^\circ\text{C} < T < 71^\circ\text{C}$ . A manera de ejemplo, la Figura 2.12, presenta el gráfico de la ecuación (2.15):  $E_L^\theta = E_L^{20} [1 - 0.00016 H (\theta - \theta_{20})]$ , para temperaturas aumentando:  $20^\circ\text{C} < T < 71^\circ\text{C}$  y contenidos de humedad H: 12%, 20% y 30%.

Igualmente, la Figura 2.12, presenta el gráfico de la ecuación (2.16):  $E_L^\theta = E_L^{20} [1 + 0.00012 H (\theta - \theta_{20})]$ , para temperaturas disminuyendo:  $20^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C}$  y contenidos de humedad H: 12%, 20% y 30%.

El valor del módulo de elasticidad longitudinal ( $E_L^\theta$ ) en la Figura 2.12, representa un valor promedio para maderas gimnospermas, determinado por Hernández Maldonado (2010).

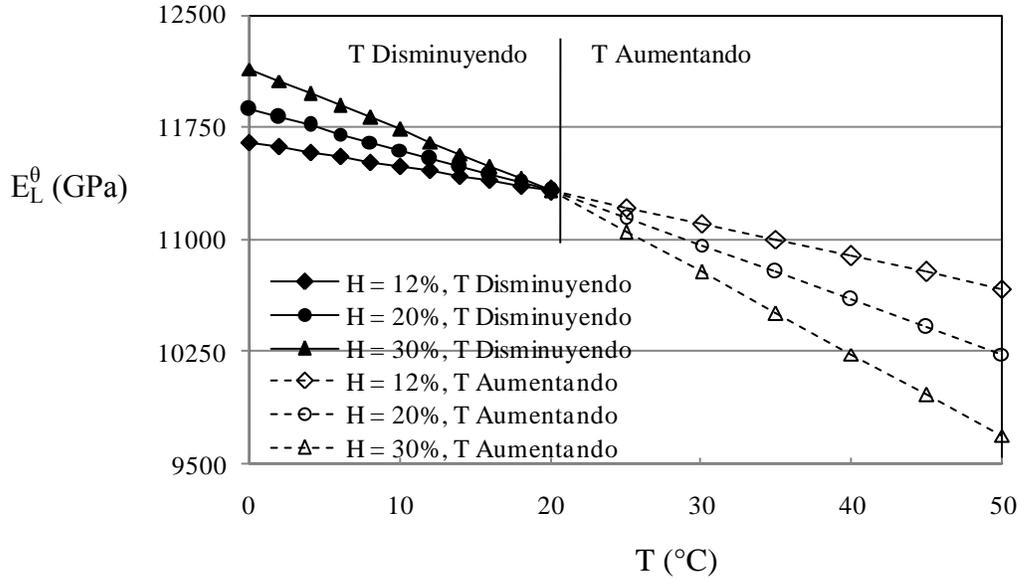


Figura 2.12. Comportamiento higrotermoelástico de la madera.

Para el caso, cuando la temperatura disminuye de 20 °C a 0 °C, la ecuación (2.13) se formula, para cada una de las características elásticas como:

$$\left. \begin{aligned}
 E_R^\theta &= E_R^{20} [1 + 0.00024 H (\theta - \theta_{20})] \\
 E_T^\theta &= E_T^{20} [1 + 0.00024 H (\theta - \theta_{20})] \\
 E_L^\theta &= E_L^{20} [1 + 0.00012 H (\theta - \theta_{20})] \\
 G_{RT}^\theta &= G_{RT}^{20} [1 + 0.00024 H (\theta - \theta_{20})] \\
 G_{TL}^\theta &= G_{TL}^{20} [1 + 0.00018 H (\theta - \theta_{20})] \\
 G_{LR}^\theta &= G_{LR}^{20} [1 + 0.00018 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{RT}^\theta &= \nu_{RT}^{20} [1 - 0.00012 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{TR}^\theta &= \nu_{TR}^{20} [1 - 0.00012 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{RL}^\theta &= \nu_{RL}^{20} [1 + 0.00024 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{LR}^\theta &= \nu_{LR}^{20} [1 + 0.00012 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{TL}^\theta &= \nu_{TL}^{20} [1 + 0.00012 H (\theta - \theta_{20})] \\
 \nu_{LT}^\theta &= \nu_{LT}^{20} [1 + 0.00001 H (\theta - \theta_{20})]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Con:

$$CE^{\theta} = f(T, H) = \begin{cases} 20^{\circ}\text{C} < T < 0^{\circ}\text{C} \\ 0\% < H < 30\% \end{cases} \quad (\text{Temperatura disminuyendo})$$

La relación (2.16) funciona en un intervalo favorable para la temperatura de la madera:  $0^{\circ}\text{C} < T < 20^{\circ}\text{C}$ . A manera de ejemplo, la Figura 2.12, presenta el gráfico de la ecuación (2.16) para  $E_L^{\theta}$ . El valor del módulo de elasticidad longitudinal ( $E_L^{\theta}$ ) representa un valor promedio para maderas gimnospermas determinado por Hernández Maldonado (2010).

#### *Velocidad de solicitación*

Las características elásticas de la madera se incrementan proporcionalmente a la velocidad de solicitación. Este comportamiento revela el carácter viscoelástico de la madera, y el fenómeno indica un aumento en la rigidez aparente del material, en comparación con los parámetros determinados en condiciones de carga casi estática. Esta proporcionalidad depende igualmente, entre otros parámetros, de la especie de madera y de la característica de que se trate.

Palka (1973) propone una ecuación general para ajustar los valores de las características elásticas de la madera cuando la velocidad de solicitación varía, con respecto a la velocidad con la cual se determinaron originalmente los parámetros:

$$CE^V = CE^{st} [1 - v_{sol} (\log v - \log v_{st})] \quad (2.17)$$

Donde:

$CE^V$  = Característica elástica en R, T, L, a una velocidad diferente de la estática.

$CE^{st}$  = Característica elástica en R, T, L, a una velocidad de solicitación estática-de referencia  $v_{st}$ .

$v_{sol}$  = Coeficiente de velocidad de solicitación.

$v$  = Velocidad de solicitación.

$v_{st}$  = Velocidad de solicitación en condición estática de referencia.

La ecuación (2.17) se aplica en dos vertientes:

Cuando el contenido de humedad de la madera varía de 0% a 30%, la ecuación (2.17) se formula, para cada una de las características elásticas como:

$$\left. \begin{aligned}
 E_R^V &= E_R^{st} [1 + 0.0023 H (\log v - \log v_{st})] \\
 E_T^V &= E_T^{st} [1 + 0.0023 H (\log v - \log v_{st})] \\
 E_L^V &= E_L^{st} [1 + 0.0012 H (\log v - \log v_{st})] \\
 G_{RT}^V &= G_{RT}^{st} [1 + 0.0023 H (\log v - \log v_{st})] \\
 G_{TL}^V &= G_{TL}^{st} [1 + 0.0018 H (\log v - \log v_{st})] \\
 G_{LR}^V &= G_{LR}^{st} [1 + 0.0018 H (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{RT}^V &= v_{RT}^{st} [1 - 0.0012 H (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{TR}^V &= v_{TR}^{st} [1 - 0.0012 H (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{RL}^V &= v_{RL}^{st} [1 + 0.0023 H (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{LR}^V &= v_{LR}^{st} [1 + 0.0012 H (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{TL}^V &= v_{TL}^{st} [1 + 0.0012 H (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{LT}^V &= v_{LT}^{st} [1 - 0.0001 H (\log v - \log v_{st})]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

Con:

$$CE^V = f(v, H) = \begin{cases} 300 \text{ N/min} < v < 10000 \text{ N/min} \\ 0\% < H < 30\% \end{cases}$$

La relación (2.18) funciona para el dominio higroscópico:  $0\% < H < 30\%$ , en un intervalo óptimo para la velocidad de sollicitación de:  $300 \text{ N/min} < v < 10000 \text{ N/min}$ . A manera de ejemplo, la Figura 2.13a, presenta el gráfico de la ecuación (2.18) para  $G_{TL}^V$ .

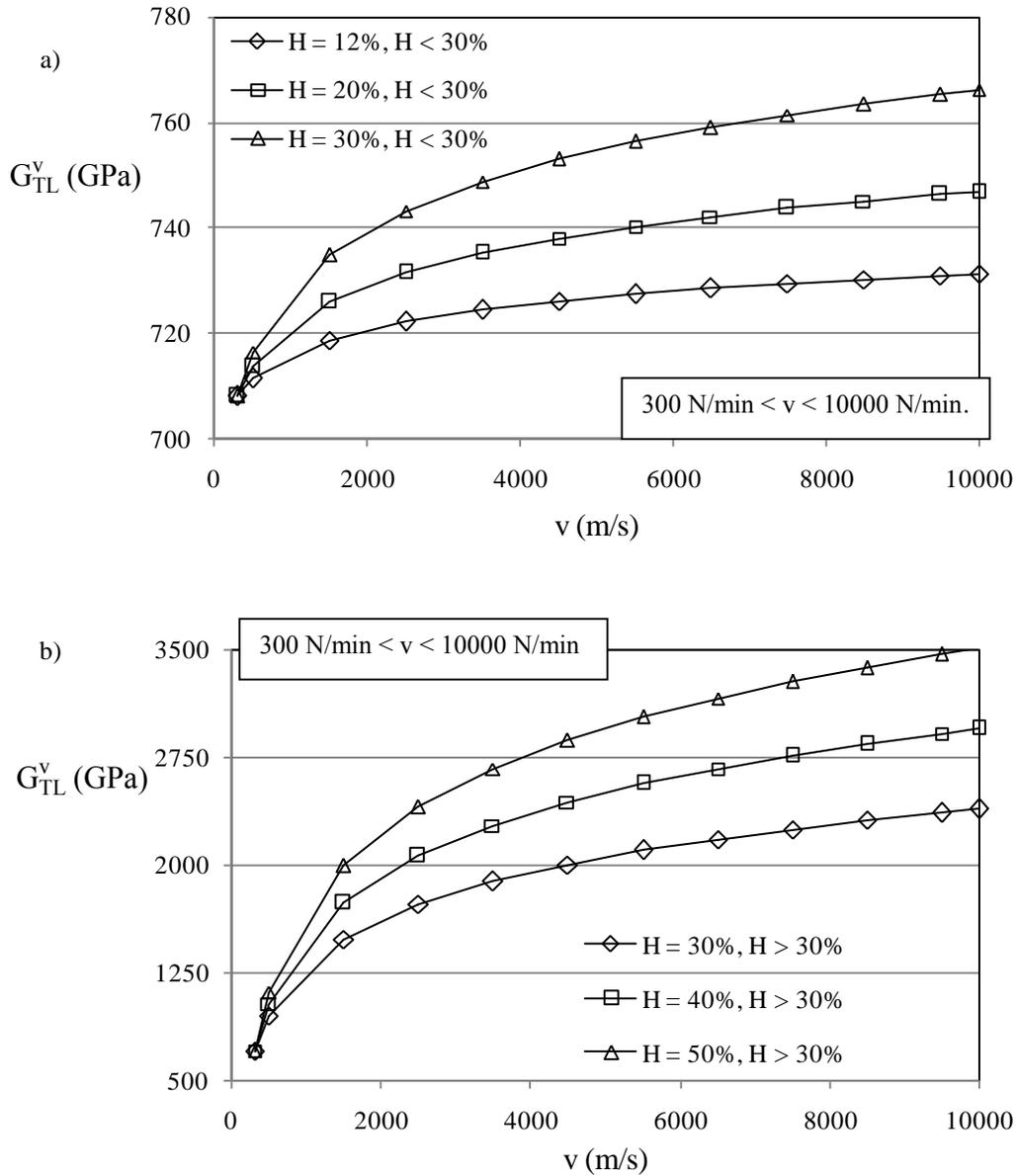


Figura 2.13. Comportamiento viscoelástico de la madera. a) para velocidades aumentando y contenidos de humedad H: 12%, 20% y 30%. b) para velocidades aumentando y contenidos de humedad H: 30%, 40% y 50%.

El valor del módulo de rigidez para el plano TL ( $G_{TL}^V$ ) en la Figura 2.13, calculado en condiciones de ensayo casi estática, representa un valor promedio para maderas gimnospermas, determinado por Hernández Maldonado (2010).

La Figura 2.13a, presenta el gráfico de la ecuación (2.18):  $G_{TL}^V = G_{TL}^{st} [1 + 0.0018 H (\log v - \log v_{st})]$ , para velocidades aumentando y contenidos de humedad H: 12%, 20% y 30%.

La Figura 2.13b, presenta el gráfico de la ecuación (2.19):  $G_{TL}^V = G_{TL}^{st} [1 + 0.052 (\log v - \log v_{st})]$ , para velocidades aumentando y contenidos de humedad H: 30%, 40% y 50%.

Para el caso, cuando el contenido de humedad es mayor al 30%, la ecuación (2.17) se formula, para cada una de las características elásticas como:

$$\left. \begin{aligned}
 E_R^V &= E_R^{st} [1 + 0.070 (\log v - \log v_{st})] \\
 E_T^V &= E_T^{st} [1 + 0.070 (\log v - \log v_{st})] \\
 E_L^V &= E_L^{st} [1 + 0.035 (\log v - \log v_{st})] \\
 G_{RT}^V &= G_{RT}^{st} [1 + 0.070 (\log v - \log v_{st})] \\
 G_{TL}^V &= G_{TL}^{st} [1 + 0.052 (\log v - \log v_{st})] \\
 G_{LR}^V &= G_{LR}^{st} [1 + 0.052 (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{RT}^V &= v_{RT}^{st} [1 - 0.035 (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{TR}^V &= v_{TR}^{st} [1 - 0.035 (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{RL}^V &= v_{RL}^{st} [1 + 0.070 (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{LR}^V &= v_{LR}^{st} [1 + 0.035 (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{TL}^V &= v_{TL}^{st} [1 + 0.035 (\log v - \log v_{st})] \\
 v_{LT}^V &= v_{LT}^{st} [1 + 0.003 (\log v - \log v_{st})]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Con:

$$CE^V = f(v) = \begin{cases} 300 \text{ N/min} < v < 10000 \text{ N/min} \\ H > 30\% \end{cases}$$

La relación (2.19) funciona para el dominio higosaturado:  $H > 30\%$ , en un intervalo óptimo para la velocidad de sollicitación de:  $300 \text{ N/min} < v < 10000 \text{ N/min}$ . A manera de ejemplo, la Figura 2.13b, presenta el gráfico de la ecuación (2.19) para  $G_{TL}^V$ .

El valor del módulo de rigidez para el plano TL ( $G_{TL}^V$ ) en la Figura 2.13, calculado en condiciones de ensayo casi estática, representa un valor promedio para maderas gimnospermas, determinado por Hernández Maldonado (2010).

## 2.7. Conclusiones

Las hipótesis sobre las propiedades tecnológicas de la madera, permiten modelar a la madera como un material de comportamiento elástico lineal, macroscópicamente homogéneo, con propiedades de medio continuo y con simetrías materiales y elásticas de carácter ortotrópico.

Esta abstracción sugiere el Modelo material y elástico de la madera ideal. Esta concepción teórica es necesaria para el empleo del Modelo general de comportamiento elástico de la madera.

Las principales variables físicas que modifican el comportamiento elástico de la madera sugieren que la madera es un material mecanoelástico, higoelástico, termoelástico y viscoelástico.

## Referencias

Nota: Cuando en el texto o en las tablas la cita tiene en la fecha un asterisco (\*), significa que esta referencia es citada por el autor que se indica entre paréntesis al final de la cita. Cuando la cita en el texto o en las tablas no tiene asterisco, significa que la información proviene directamente del autor correspondiente.

Aboudi, J. 1991. *Mechanics of Composite Materials*. Elsevier Science Publishers. The Netherlands.

Astley, R.J.; Stol, K.A.; Harrington, J.J. 1998. Modeling the elastic properties of softwood. Part II: The cellular microstructure. *Holz als Roh- und Werkstoff*. 56:41-50.

Bader, T.K. *et al.* 2010. The poroelastic role of water in cell walls of the hierarchical composite "softwood". *Acta mechanica*. Published online 21 August 2010.

Bardet, S.; Beauchêne, J.; Thibaut, B. 2003. Influence of basic density and temperature on mechanical properties perpendicular to grain of ten wood tropical species. *Annals of Forest Science*. 60(1):49-59.

Barnett, J.R.; Jeronimidis, G. 2003. Wood Quality and its Biological Basis. Blackwell Publishing. CRC Press. England.

Barret, J.D.; Hong, J.P. 2010. Moisture content adjustments for dynamic modulus of elasticity of wood members. *Wood Science and Technology*. 44 (3):485-495.

Bažant, Z.P. 1985. Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature. *Wood Science and Technology*. 19:159-177.

Berthelot, J.M. 1999. Composite Materials. Mechanical Behavior and Structural Analysis. Springer-Verlag. USA.

Bertram, A. 2008. Elasticity and Plasticity of Large Deformations. An Introduction. Springer-Verlag. Germany.

Birkinshaw, C.; Buggy, M.; Carew, A. 1989. Thermo-mechanical behavior of wood and wood products. *Journal of Materials Science*. 24:359-362.

Bodig, J.; Jayne, B.A. 1982. Mechanics of Wood Composites. Van Nostrand Reinhold. USA.

Breyer, D.E. *et al.* 2003. Fifth Edition. Design of Wood Structures - ASD. McGraw-Hill. USA.

Brown, H.P.; Panshin A.J.; Forsaith C.C. 1952. Textbook of Wood technology. Volume II. McGraw-Hill. USA.

Bucur, V. 2006. *Acoustics of Wood*. Springer-Verlag. Germany.

Bucur, V.; Rasolofosaon, P.N.J. 1998. Dynamic elastic anisotropy and nonlinearity in wood and rock. *Ultrasonics*. 36:813-824.

Chassagne, P. *et al.* 2006. Three Dimensional Creep Model for Wood Under Variable Humidity-Numerical Analyses at Different Material Scales. *Mechanics of Time-Dependent Materials*. 9:203-223.

Coirier, J. 2001. Deuxième édition. *Mécanique des Milieux Continus*. Dunod. France.

Daniel, I.M.; Ishai, O. 1994. *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Oxford University Press. USA.

Dávalos Sotelo, R. 2005. Determination of elastic properties of clear wood by the homogenization method in two dimensions. *Wood Science and Technology*. 39:385-417.

de With, G. 2006. *Structure, Deformation, and Integrity of Materials*. Volume I: Fundamentals and Elasticity. Wiley-Verlag. Germany.

Decolon, C. 2000. *Analysis of Composite Structures*. Taylor & Francis Books. USA.

Dias de Moraes, P.; Rogaume, Y.; Triboulot, P. 2004. Influence of temperature on the modulus of elasticity (MOE) of *Pinus sylvestris* L. *Holzforschung*. 58:143-147.

Dietz, A.G.H. 1972. Composite Material: A General Overview. In: Jayne, B.A. Editor. *Theory and Design of Wood and Fiber Composite Materials*. Syracuse Wood Science Series, 3. Syracuse University Press. USA.

Dinwoodie, J.M. 1981. *Timber, Its Nature and Behaviour*. Van Nostrand-Reinhold. USA.

Dornyak, O.R. 2005. Mathematical Modeling of the Process of Compaction of Wood. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 78(5):899-906.

Dubigeon, S. 1998. Deuxième édition. Mécanique des Milieux Continus. Lavoisier. France.

Eitelberger, J.; Hofstetter, K. 2010. Modeling of moisture transport in wood below the fiber saturation point. In: Proceedings of the 11<sup>th</sup> International IUFRO Wood Drying Conference–2010. pp:131-136.

Ferguson, W.G. 2009. Some contributions to the high strain rate deformation of solids and the thermally activated deformation of wood. *Processing, Microstructure and Performance of Materials*. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 4(1):1-13.

Garab, J. *et al.* 2010. Measurement of standard and off-axis elastic moduli and Poisson's ratios of spruce and yew wood in the transverse plane. *Wood Science and Technology*. 44(3):451-464.

Gibson, L.J.; Ashby, M.F. 1997. Cellular solids. Structure and properties. Cambridge University Press. England.

Guitard, D. 1987. Mécanique du Matériau Bois et Composites. CEPADUES-EDITIONS. France.

Guitard, D.; El Amri, F. 1987. Modèles prévisionnels de comportement élastique tridimensionnel pour les bois feuillus et les bois résineux. *Annales des Sciences Forestières*. INRA. 45(3):335-358.

Hanhijävi, A. 2000. Advances in the knowledge of the influence of moisture changes on the long-term mechanical performance of timber structures. *Materials and Structure/Matériaux et Constructions*. 33:43-39.

Harrington, J.J.; Booker, R.; Astley, R.J. 1998. Modeling the elastic properties of softwood. Part I: The cell-wall lamellae. *Holz als Roh- und Werkstoff*. 56:37-49.

Haupt, P. 2002. Second Edition. Continuum Mechanics and Theory of Materials. Springer-Verlag. Germany.

Haygreen, J.G.; Bowyer, J.L. 1996. *Forest Products and Wood Science, An Introduction*. Iowa State University Press. USA.

Hearmon, R.F.S. 1948. *The Elasticity of Wood and Plywood*. Department of Scientific and Industrial Research. Forest Products Research. Special Report No. 7. His Majesty's Stationery Office. England.

Hernández Maldonado, S.A. 2010. *Comportamiento elástico de la madera. Teoría y aplicaciones*. Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. México.

Hofstetter, K.; Eberhardsteiner, J.; Stürzenbecher, R. 2009. Wood and wood products – linking multiscale analysis and structural numerical simulations. In: 7<sup>th</sup> European LS-DYNA Conference. Austria. pp:1-10.

Hofstetter, K.; Hellmich, C.; Eberhardsteiner, J. 2004. Hierarchical Organization of Wood Revisited in the Framework of Continuum Micromechanics. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. Finland.

Hofstetter, K.; Hellmich, C.; Eberhardsteiner, J. 2007. Micromechanical modeling of solid-type and plate-type deformation patterns within softwood materials. A review and an improved approach. *Holzforschung*. 61:343-351.

Holzapfel, G.A. 2000. *Nonlinear Solid Mechanics. A Continuum Approach for Engineering*. John Wiley & Sons. England.

Houška, M.; Koc. P. 2000. Sorptive Stress Estimation: An Important Key to the Mechano-Sorptive Effect in Wood. *Mechanics of Time-Dependent Materials*. 4:81-98.

Husson, J.M.; Dubois, F.; Sauvat, N. 2010. Elastic response in wood under moisture content variations. analytic development. *Mechanics of Time-Dependent Materials*. 14:203-217.

International Organization for Standardization (ISO). 1975a. Catalog 79.040. Wood, sawlogs and sawn timber. Disponible en: <http://www.iso.org/iso/en/ISOOnline.frontpage>.

International Organization for Standardization (ISO). 1975b. ISO 3129-1975 (E). Wood – Sampling methods and general requirements for physical and mechanical tests. Publicado en Internet, disponible en [www.iso.ch/iso/en/ISOOnline.openpage](http://www.iso.ch/iso/en/ISOOnline.openpage).

Jayne, B.A. 1972. Theory and Design of Wood and Fiber Composite Materials. Syracuse University Press. USA.

Keey, R.B.; Langrish, T.A.G.; Walter, J.C.F. 2000. Kiln-Drying of Lumber. Springer-Verlag. Germany.

Kollmann, F.F.P.; Côté, W.A. 1968. Principles of Wood Science and Technology. Volume I: Solid Wood. Springer-Verlag. Germany.

Kowalski, S.J.; Kowal, M. 1998. Physical Relations for Wood at Variable Humidity. *Transport in Porous Media*. (31):331-346.

Kowalski, S.J.; Musielak, G. 1999. Deformations and Stresses in Dried Wood. *Transport in Porous Media*. 34:239-248.

Lekhnitskii, S.G. 1963. Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body. Holden-Day. USA.

Levi, E. 1999. Decimocuarta reimpresión. Elementos de mecánica del medio continuo. Editorial LIMUSA. México.

López Cano, J.L. 2006. Método e hipótesis científicos. Temas básicos. Área: Metodología de la ciencia 3. Editorial Trillas. México.

Love, A.E.H. 1944. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. Dover Publications. USA.

Lurie, A.I. 2005. Theory of Elasticity. Springer-Verlag. Germany.

Mark, R.E. 1967. Cell Wall Mechanics of Tracheids. Yale University Press. USA.

Marklund, E.; Varna, J. 2009. Modeling the Effect of Helical Fiber Structure on Wood Fiber Composite Elastic Properties. *Applied Composite Materials*. 16:245-262.

Mårtensson, A. 1994. Mechano-sorptive effects in wooden material. *Wood Science and Technology*. 28:437-449.

Mascia, N.T.; Cramer, S.M. 2009. On the Effect of the Number of Annual Growth Rings, Specific Gravity and Temperature on Redwood Elastic Modulus. *Maderas. Ciencia y Tecnología*. 11(1):47-60.

Mase, G.T.; Mase, G.E. 1999. Second Edition. Continuum Mechanics for Engineers. CRC Press. USA.

Meyers, M.A. 1994. Dynamic Behavior of Materials. John Wiley & Sons. USA.

Mund, R.J. *et al.* 2007. Relating Nanoindentation to Macroindentation of Wood. In: Proceedings of the symposium of Advanced Biomass Science and Technology for Bio-Based Products. Chinese Academy of Forestry, China, and USDA Forest Service, USA. pp:145-159.

Muszyński, L. *et al.* 2005. Comments on the experimental methodology for determination of the hygro-mechanical properties of wood. *Holzforschung*. 59:232-239.

Neagu, R.C.; Gamstedt, E.K. 2007. Modelling of effects of ultrastructural morphology on the hygroelastic properties of wood fibres. *Journal of Materials Science*. 42:10254-10274.

Neumann, F.E. 1885\*. Vorlesungen über die Theorie der Elastizität, Leipzig, Germany. \* Citado en: Love (1944), Lekhnitskii (1963), Newnham (2005) y de With (2006).

Newnham, R.E. 2005. Properties of Materials. Anisotropy, Symmetry, Structure. Oxford University Press. England.

Oliver Olivella, X.; Agelet de Saracíbar Bosch, C. 2002. Mecánica de medios continuos para ingenieros. Alfaomega Grupo Editor. México.

Ortíz Berrocal, L. 1998. Tercera edición. Elasticidad. McGraw-Hill. España.

Palka, L.C. 1973. Predicting the Effect of Specific Gravity, Moisture Content, Temperature and Strain Rate on the Elastic Properties of Softwoods. *Wood Science and Technology*. 7:127-141.

Panshin, A.J.; de Zeeuw, C. 1964. Textbook of Wood Technology. Volume I. McGraw-Hill. USA.

Pellerin, R.F., R.J. Ross. 2002. Nondestructive Evaluation of Wood. Forest Products Society. USA.

Rand, O.; Rovenski, V. 2005. Analytical Methods in Anisotropic Elasticity. With Symbolic Computational Tools. Birkhäuser. USA.

Reiner, M. 1960a. Second Edition. Deformation, Strain and Flow. An Elementary Introduction to Rheology. H. K. Lewis. England.

Reiner, M. 1960b. Lectures on Theoretical Rheology. North-Holland Publishing. The Netherlands.

Rowell, R.M. 2005. 4 Moisture Properties. In: Handbook of wood chemistry and wood composites. Roger M. Rowell, Editor. CRC Press. USA.

Sadd, M.H. 2005. Elasticity. Theory, Applications, and Numerics. Elsevier Butterworth-Heinemann. USA.

Segel, L.A.; Handelman, G.H. 1987. Mathematics Applied to Continuum Mechanics. Dover Publications. USA.

Siau, J.F. 1984. Transport Processes in Wood. Springer-Verlag. Germany.

Siau, J.F. 1995. Wood: Influence of Moisture on Physical Properties. Department of Wood Science and Forest Products. Virginia Polytechnic Institute and State University. USA.

Smith, I.; Landis, E.; Gong, M. 2003. Fracture and Fatigue in Wood. John Wiley & Sons. England.

Smith, I. *et al.* 2007. Failure mechanisms in wood-based material: A review of discrete, continuum, and hybrid finite-element representations. *Holzforschung*. 61:352-359.

Stamm, A.J. 1964. Wood and Cellulose Science. The Ronald Press Company. USA.

Strömbro, J.; Gudmundson, P. 2008. Mechano-soptive creep under compressive loading – A micromechanical model. *International Journal of Solids and Structures*. 45:2420-2450.

Stürzenbecher, R. *et al.* 2010. Development of high-performance strand boards: multiscale modeling of anisotropic elasticity. *Wood Science and Technology*. 44:205-223.

Tabiei, A.; Wu, J. 2000. Three-dimensional nonlinear orthotropic finite element material model for wood. *Composite Structures*. 50:143-149.

Taniguchi, Y.; Ando, K. 2010a. Time dependence of Poisson's effect in wood I: the lateral strain behavior. *Journal of Wood Science*. 56(2):100-106.

Taniguchi, Y.; Ando, K. 2010b. Time dependence of Poisson's effect in wood II: volume change during uniaxial tensile creep. *Journal of Wood Science*. 56(4):350-354.

Tekleyohannes, A.T.; Avramidis, S. 2010. Two-level self-organization of wood properties: a new paradigm for dimensional analysis and scaling. *Wood Science and Technology*. 44:253-268.

Timoshenko, S.P.; Goodier, J.N. 1970. Third Edition. Theory of Elasticity. McGraw-Hill. USA.

Tsoumis, G. 1991. Science and Technology of Wood. Structure, properties, utilization. Editorial Van Nostrand Reinhold. USA.

Vasiliev, V.V. 1993. Mechanics of Composite Structures. Taylor & Francis Books. USA.

Voigt, W. 1928\*. Lehrbuch der Kristallphysik. Leipzig-Berlin, (Teubner), Germany. \* Citado en: Love (1944), Lekhnitskii (1963), Newnham (2005) y de With (2006).

Walker, J.C.F. 2006. Second Edition. Primary Wood Processing. Principles and Practice. Springer. The Netherlands.

Wang, J.Z.; Dillard, D.A.; Kamke, F.A. 1991. A review: Transient moisture effects in materials. *Journal of Materials Science*. 26:5113-5126.

Widehammar, S. 2004. Stress-Strain Relationships for Spruce Wood: Influence of Strain Rate, Moisture Content and Loading Direction. *Experimental Mechanics*. 44(1):44-48.

Yurén Camarena, M.T. 2002. Leyes, teorías y modelos. Temas básicos. Área: Metodología de la ciencia 5. Editorial Trillas. México.

### 3. MODELO GENERAL DEL COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE LA MADERA

#### 3.1. Introducción

El comportamiento elástico de la madera sólida, producto del aserrío de árboles, puede ser idealizado desde los siguientes puntos de vista:

Por una parte, el Modelo material de la madera refiere su geometría en sistemas de coordenadas geométricas cilíndricas asociadas a coordenadas materiales cartesianas. Este punto de vista conceptualiza al volumen elemental de materia, en referenciales geométricos globales y materiales, estas últimas asociadas a nivel local del volumen en cuestión. Y de manera implícita, el enfoque geométrico hace uso de las propiedades de ortotropía propias de la madera sólida. Esta simetría material y elástica es descrita en sistemas de referencia de tipo cartesiano o cilíndrico.

El Modelo material de la madera hace abstracción de la heterogeneidad de la constitución molecular del material e integra la jerarquía de la estructura anatómica desde el nivel de la pared celular, hasta el plano de una capa o tejido de crecimiento. De esta forma la madera se idealiza como un material compuesto de partículas macroscópicamente homogéneas.

Como corolario, el Modelo material de la madera propone que todas las partículas que constituyen un volumen elemental de materia tienen las mismas propiedades físicas. Es decir, la madera puede ser estudiada en su comportamiento elástico con los principios mecánicos aplicados a un medio continuo.

Esta modelización materialista define a la madera como un material macroscópicamente homogéneo y de medio continuo. Su comportamiento elástico estará asociado a sus propiedades de ortotropía.

Sin embargo, desde otro punto de vista, el modelado material de la madera puede considerarla como un material compuesto de multicapas cilíndricas y para fines del estudio de fenómenos de transferencia de masa y energía, como un material poroso.

Por otra parte, el Modelo elástico de la madera la idealiza como un sólido deformable Hookeano. Si en su fenomenología elástica intervienen otras variables físicas, aplicando el principio de sobreposición, el comportamiento de la madera puede idealizarse como: viscoelástico, cuando interviene el factor tiempo; termoelástico, cuando la temperatura se hace presente; e higroelástico, cuando el contenido de humedad en la madera influye en el fenómeno elástico. Finalmente, estas variables pueden intervenir de manera combinada dando como resultado Modelos compuestos.

El Modelo elástico se restringe al dominio elástico del proceso carga-deformación. El dominio plástico y el comportamiento a la ruptura son excluidos. En estas condiciones, la respuesta elástica de la madera puede ser estudiada según la velocidad de sollicitación: Cuando ésta es constante, se estudia el flujo de deformaciones y el relajamiento de esfuerzos; cuando la velocidad de sollicitación es tan lenta que no denota el carácter viscoso de la madera, la respuesta de la madera puede considerarse casi estática y se habla del comportamiento elástico en condición estática; cuando la velocidad de carga es rápida, el comportamiento elástico de la madera se modela para condiciones dinámicas, donde la sollicitación tiene una velocidad que puede modificar la respuesta estática. Esta sollicitación dinámica puede ser provocada por vibraciones de tipo libre, ocasionada por impacto o de tipo vibraciones forzadas. Estas vibraciones pueden ser de tipo transversal o longitudinal.

Una sollicitación dinámica particular en el estudio del comportamiento elástico de la madera utiliza ondas acústicas, las cuales pueden ser de ultrasonido o de esfuerzo.

El comportamiento mecánico de la madera descrito anteriormente, puede a su vez, ser estudiado con ayuda de Modelos reológicos. Un resorte lineal de tipo Hookeano es utilizado comúnmente para explicar la respuesta de la madera en condición estática y en el dominio elástico del proceso carga-deformación. Cuando la linealidad se pierde debido a la velocidad y/o a la duración de la sollicitación, se utiliza un pistón cuyo comportamiento Newtoniano es caracterizado por una constante viscosa. Finalmente, el comportamiento instantáneo y diferido de la madera es modelado con cuerpos reológicos de Kelvin-Voigt y de Maxwell, y su combinación, en cuerpos de Burger.

Esta modelización reológica se aplica en las diferentes escalas jerárquicas de la estructura anatómica de la madera.

Desde otro punto de vista, los Modelos numéricos son de utilidad para la predicción de la respuesta elástica de la madera. Los Modelos estadísticos relacionan los resultados experimentales para estimar características elásticas, y por su parte, el Método del elemento finito, modela la deformación y el estado de esfuerzo en la madera.

La discusión anterior se esquematiza en la Figura 3.01, la cual presenta los diferentes componentes del Modelo elástico general y su relación con los distintos enfoques teóricos para el estudio del comportamiento elástico.

El Modelo elástico general idealiza a la madera como un sólido elástico de tipo Hookeano, con una estructura anatómica macroscópicamente homogénea, con propiedades de un medio continuo y con una simetría material y elástica de carácter ortotrópica y cilíndrica.

El Modelo elástico general puede ser empleado principalmente para una velocidad de sollicitación en condición estática. Sin embargo, este enfoque puede ser extendido para condiciones dinámicas y de carga constante. La variable principal a observar es la deformación elástica provocada por esfuerzos simples aplicados en el dominio elástico.

El Modelo elástico general encuentra aplicación directa en el desarrollo de Modelos estadísticos de previsión de características elásticas y en el empleo del Método del elemento finito para el modelado de comportamiento elástico de la madera.

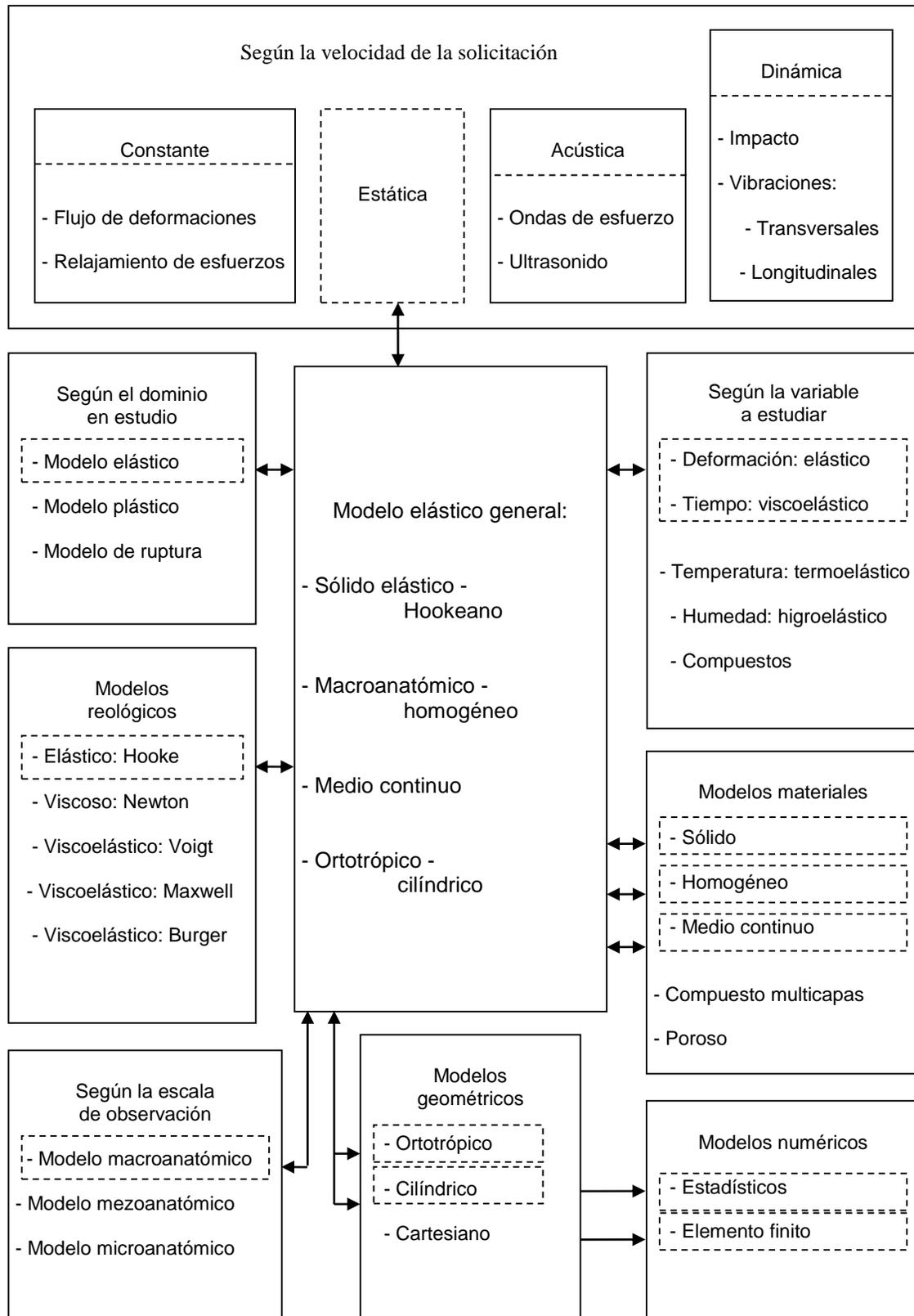


Figura 3.01. Modelos adaptados al estudio del comportamiento mecánico de la madera.

El Modelo teórico general que explica el comportamiento elástico de la madera, está fundamentado en cuatro hipótesis simplificadoras:

La hipótesis de la elasticidad de la madera:

La madera es un sólido deformable, con propiedades elásticas lineales, es decir, la madera se comporta como un material elástico lineal.

La hipótesis de la homogeneidad de la estructura de la madera:

La madera es un sólido de estructura porosa, pero espacialmente homogénea, lo que implica que sus características físicas en una escala macroanatómica, están distribuidas de manera uniforme e invariable en un volumen elemental de sustancia madera. Es decir, la madera es un material macroscópicamente homogéneo.

La hipótesis de la madera como un medio continuo:

La madera puede idealizarse haciendo abstracción de su composición molecular y de su estructura jerárquica, como si estuviese constituida por una masa continua, sin huecos, ni separaciones en su interior. Es decir, la madera es un medio continuo.

La hipótesis de la ortotropía de la madera:

La geometría que define un volumen elemental de madera, puede ser definida en un sistema de coordenadas ortotrópicas. No obstante que el referencial de geometría es de tipo cilíndrico:  $r, \theta, z$ , a nivel local se le puede asociar el referencial con carácter cartesiano  $R, T, L$ . Es decir, la madera posee simetrías materiales y elásticas ortotrópicas.

### 3.2. Análisis de bibliografía

En el estudio y caracterización del comportamiento elástico de la madera sólida, los autores más reconocidos en la especialidad utilizan el Modelo elástico general (Hearmon, 1948; Kollmann y Côté, 1968; Bodig y Jayne, 1982; Guitard, 1987; Bucur, 2006).

Este enfoque considera a la madera como un sólido elástico, macroscópicamente homogéneo y de medio continuo. Además, este Modelo idealiza a la madera como un material ortotrópico.

Como paradigma en Ciencias de la madera, el Modelo elástico general es la adaptación al material madera de las propuestas de los autores reputados en Ciencias de materiales: Meyers (1994), Ashby (2003), Newnham (2005) y de With (2006); de Teoría de la elasticidad: Love (1944), Lekhnitskii (1963), Timoshenko y Goodier (1970), Lurie (2005), Rand y Rovenski (2005), Sadd (2005) y Bertram (2008); y de Mecánica del medio continuo: Segel y Handelman (1987), Dubigeon (1998), Mase y Mase (1999), Coirier (2001) y Haupt (2002).

Por otra parte, los autores que estudian materiales compuestos utilizan la Teoría de la elasticidad para la caracterización de nuevos materiales de Ingeniería. Entre otros se puede citar a: Aboudi (1991), Vasiliev (1993), Daniel e Ishai (1994), Berthelot (1999) y Decolon (2000). De la misma manera, otros autores han estudiado a la madera como un material compuesto, aplicando los principios de la Teoría de la elasticidad y del Modelo elástico general. Entre otros se puede citar a: Dietz (1972), Saka (1993) y Jodin (1999).

El modelado de la madera es una simplificación del comportamiento de un material con particularidades de crecimiento y de comportamiento, en condiciones reales de utilización. Los siguientes autores tratan las consideraciones tecnológicas del material y su relación con el comportamiento mecánico de la madera y de los productos compuestos de madera: Brown, Panshin y Forsaith (1952), Panshin y de Zeeuw (1964), Stamm (1964), Kollmann, Kuenzi y Stamm (1975), Dinwoodie (1981), Tsoumis (1991), Haygreen y Bowyer (1996) y Forest Products Laboratory (1999).

Para el caso del estudio del comportamiento elástico de la madera sólida, los investigadores se enfocan, por una parte, al establecimiento de ecuaciones constitutivas y de aplicación generalizada a la gran variedad de especies maderables. Entre los investigadores más importantes se puede citar a: Hearmon (1948), Kollmann y Côté (1968), Jayne (1972), Bodig y Jayne (1982) y Guitard (1987) y Bucur (2006).

Por otra parte, investigadores en Ciencias de la Madera han determinado en las últimas décadas, características elásticas que aplican el Modelo elástico general de la madera. Valores experimentales se pueden consultar en bases de datos reconocidas por la comunidad científica, por ejemplo: Hearmon (1948), Bodig y Goodman (1973) y Guitard y El Amri (1987).

En la literatura especializada, se encuentran aplicaciones del Modelo en el estudio de fenómenos de comportamiento de la madera, por ejemplo: higo-contracción (Ylinen y Jumppanen, 1967; Hsu y Tang, 1974; Tauchert y Hsu, 1977), flujo y relajación, (Schniewind y Barrett, 1972; Bhatnagar y Gupta, 1967; Bhatnagar y col., 1969), efecto acústico (Bucur, 1987; Bucur y Declercq, 2006; Maurer y col., 2006) y efecto mecano-sorcivo (Wang y col., 1991; Mårtensson, 1994; Houškae y Koc, 2000; Muszyński y col., 2005).

Otros fenómenos de comportamiento donde se aplica el Modelo son: esfuerzos de secado (Ormarsson y col., 1998, 1999 y 2000), esfuerzos de crecimiento (Gillis, 1973; Archer y Byrnes, 1974; Fournier y col., 1990), propiedades dieléctricas (Norimoto y Yamada, 1971; Lin, 1973; Daian y col., 2006), modelado estructural (Dávalos-Sotelo, 2005) y modelado integral (Smittakorn y Heyliger, 2001 y 2003).

Asimismo, los resultados derivados del estudio del comportamiento elástico de la madera son útiles para mejorar procesos industriales tales como: estabilización (Siau, 1984; Kee y col., 2000), procesado (Koch, 1964; Pizzi, 1994; Walker, 2006), plastificación (Kollmann y col., 1975; Williston, 1991) y reconstitución de productos de madera (Sellers, 1985; Smulski, 1997).

Una de las aplicaciones principales del Modelo elástico general, es en la concepción de estructuras de madera (American Society of Civil Engineers, 1975 y 1982; Hoyle, 1978; American Institute of Timber Construction, 1994; Faherty y Williamson, 1997; Breyer y col., 2003). En el mismo contexto, el Modelo encuentra aplicación en el diseño y en la confiabilidad de estructuras de madera: Meyer y Kellogg (1982), Bodig (1992) y Foliente y Kasal (2000).

En México, es reconocida la importancia de las características mecánicas en el diseño de estructuras y productos de madera (Torelli, 1982; Robles Fernández-Villegas y Echenique-

Manrique, 1983; Sotomayor Castellanos, 1987; Comisión Forestal de América del Norte, 1994; Sotomayor Castellanos, 2002; Sotomayor Castellanos, 2005). Sin embargo, a excepción de Sotomayor Castellanos (1987), la revisión de la bibliografía mexicana sobre el comportamiento elástico de la madera evidenció una ausencia de Modelos y de datos de las constantes elásticas de especies mexicanas.

Una aplicación particular del Modelo teórico, es en el modelado del comportamiento mecánico de la madera por el Método del elemento finito. Este enfoque numérico ha demostrado su confiabilidad en el análisis del comportamiento mecánico de la madera. Entre otros autores que han realizado investigación al respecto se puede citar a: Stieda (1972); Tabiei y Wu (2000); Berard y col. (2005); Mackerle (2005); Hunt y col. (2008); Fortino y col. (2009)

Toda esta información relacionada con el tema de investigación está publicada en las revistas especializadas en Ciencia, Tecnología e Ingeniería de la Madera.

Entre las principales revistas científicas se pueden citar: *Wood Science*, *Wood and Fiber Science*, *Wood Science and Technology*, *Wood Material Science & Engineering*, *International Wood Products Journal*, *Journal of the Institute of Wood Science*, *Journal of Wood Engineering*, *Forest Products Journal*, *Holz als Roh und Werkstoff*, *Holzforchung (European Journal of Wood and Wood Products)*, *Maderas: Ciencia y Tecnología*, *Madera y Bosques*, e *Investigación e Ingeniería de la Madera*.

### 3.3. Problemática

De acuerdo con Lesse y Christensen (1971), para propósitos de investigación, la madera es tratada como un sistema biológico y bioquímico, en el cual su comportamiento es mejor explicado en términos de las propiedades de pequeñas unidades estructurales. Esta escala de observación comprende el rango desde moléculas hasta células. No obstante que este enfoque es fructífero desde el punto de vista de la Ciencia pura, algunas veces se encuentran dificultades para explicar o describir racionalmente los fenómenos que son caracterizados por interacciones complicadas entre un gran número de unidades estructurales, como es el caso de la madera.

En tales situaciones, es conveniente tratar los problemas aplicando un enfoque de termodinámica fenomenológica, la cual no toma en cuenta la estructura interna del material, pero trata con las propiedades del sistema en su conjunto. En la actualidad, el estudio del comportamiento reológico de la madera no ha desarrollado un enfoque sintético desde la perspectiva moderna de la termodinámica no lineal, ver por ejemplo Holzapfel (2000).

Desde el punto de vista experimental, las Ciencias de la madera se fundamentan en el principio de que cualquier fenómeno a estudiar puede ser realizable a voluntad, ajustando los parámetros experimentales *ad hoc*. Sin embargo, el número y el carácter de estos parámetros originan necesariamente que el comportamiento de un sistema determinístico, difiera de sistema a sistema.

Como consecuencia, por su origen biológico, la madera se posiciona entre los materiales más complicados para su estudio y puede necesitar una amplia gama de parámetros para su correcta descripción macroscópica. Muchos de estos parámetros no son fácilmente accesibles para su medición. Por ejemplo, los parámetros que describen los cambios en su estructura bioquímica y física, durante procesos de deformación o de higroscopicidad. En tales casos, es aconsejable determinar el conjunto completo de parámetros que contribuyen al fenómeno, sin tratar de describir el sistema por la historia de una o más de estas variables.

Esta investigación, parte del supuesto de que es suficiente conocer cómo sus parámetros medibles varían en el espacio, es decir en diferentes puntos de la muestra en estudio y en el tiempo. Este enfoque permite describir cualquier proceso en una muestra de madera, a partir de la medición de variables, las cuales pueden ser escalares, como la temperatura y la densidad, vectores como la fuerza y tensores como los esfuerzos y las deformaciones.

Independientemente del tipo del material en el cual se llevan a cabo, todos los procesos obedecen las leyes básicas de la Física. En este contexto, la Mecánica del medio continuo se asienta en una serie de principios generales que se supone son válidos siempre. Estas ecuaciones de campo son los postulados de conservación-balance:

- Conservación de la masa.
- Balance del momento lineal o de cantidad de movimiento.
- Balance del momento angular o momento de la cantidad de movimiento.
- Balance de energía

A estas leyes de conservación-balance, es necesario añadir una restricción, que no puede ser entendida rigurosamente como un postulado de conservación-balance, y que es introducida por el segundo principio de la Termodinámica.

Desde el punto de vista de la Mecánica del medio continuo, las ecuaciones de campo aplicadas al estudio de sólidos elásticos son el conjunto de ecuaciones diferenciales, generadas en su forma local, a partir de los postulados de conservación-balance.

Estas relaciones son:

1) Conservación de la masa. Ecuación de continuidad:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \\ \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow 1 \text{ ecuación} \quad (3a)$$

Donde:

$\rho$  = Densidad.

$\mathbf{v}$  = Velocidad.

$v_i$  = Velocidad del componente  $i$ .

$x_i$  = Coordenada en la dirección  $i$ .

$t$  = Tiempo.

$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)$  Operador Nabla.

2) Balance de la cantidad de movimiento. Ecuación de Cauchy:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} &= \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \\ \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + \rho b_i &= \rho \frac{dv_i}{dt} \quad i \in \{1,2,3\} \end{aligned} \right\} \rightarrow 3 \text{ ecuaciones} \quad (3b)$$

Donde:

$\boldsymbol{\sigma}$  = Tensor de esfuerzos.

$\sigma_{ji}$  = Esfuerzo en las direcciones  $ji$ .

$\mathbf{b}$  = Tensor de fuerzas másicas.

$b_i$  = Fuerza másica del componente  $i$ .

$x_j$  = Coordenada en la dirección  $j$ .

3) Balance del momento angular. Simetría del tensor de tensiones:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\sigma}^T \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} ; \sigma_{13} = \sigma_{31} ; \sigma_{23} = \sigma_{32} \end{aligned} \right\} \rightarrow 3 \text{ ecuaciones} \quad (3c)$$

Donde:

$\boldsymbol{\sigma}^T$  = Transpuesta del tensor de esfuerzos.

4) Balance de la energía. Primer principio de la termodinámica:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{du}{dt} &= \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + (\rho r - \nabla \cdot \mathbf{q}) \\ \rho \frac{du}{dt} &= \sigma_{ij} d_{ij} + \left( \rho r - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \right\} \rightarrow 1 \text{ ecuación} \quad (3d)$$

Donde:

$u$  = Energía interna específica o energía interna por unidad de masa.

$\mathbf{d}$  = Tensor de la velocidad de deformación.

$d_{ij}$  = Velocidad de deformación en las direcciones  $ij$ .

$r$  = Calor generado por fuente interna por unidad de masa y unidad de tiempo.

$\mathbf{q}$  = Tensor del flujo de calor.

$q_i$  = Flujo de calor en el componente  $i$ .

5) Segundo principio de la Termodinámica. Desigualdad de Clausius-Planck y del flujo de calor:

$$\left. \begin{aligned} -\rho (\dot{u} - \theta \dot{s}) + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} &\geq 0 \\ -\rho (\dot{u} - \theta \dot{s}) + \sigma_{ij} d_{ij} &\geq 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow 1 \text{ restricción} \quad (3e)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{\rho \theta^2} \mathbf{q} \cdot \nabla \theta &\geq 0 \\ -\frac{1}{\rho \theta^2} q_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} &\geq 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow 1 \text{ restricción} \quad (3f)$$

Donde:

$\dot{u}$  = Energía interna generada.

$\theta$  = Temperatura.

$\dot{s}$  = Entropía generada.

$s$  = Entropía específica o entropía por unidad de masa.

El conjunto de ecuaciones (3a) a 3(f) suman un total de 8 ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y 2 restricciones. En las ecuaciones (3d) y (3e), no se contabilizan como incógnitas las seis componentes distintas del tensor de la velocidad de deformación  $\mathbf{d}$ .

Haciendo el recuento del número de incógnitas que intervienen en dichas ecuaciones se tiene 19 incógnitas:

$$\left. \begin{array}{l} \rho \rightarrow 1 \text{ incógnita} \\ \mathbf{v} \rightarrow 3 \text{ incógnitas} \\ \boldsymbol{\sigma} \rightarrow 9 \text{ incógnitas} \\ u \rightarrow 1 \text{ incógnita} \\ \mathbf{q} \rightarrow 3 \text{ incógnitas} \\ \theta \rightarrow 1 \text{ incógnita} \\ s \rightarrow 1 \text{ incógnita} \end{array} \right\} \rightarrow 19 \text{ incógnitas}$$

Para el caso de los cuerpos deformables, las ecuaciones mencionadas no son suficientes por sí mismas para determinar la respuesta del material. Por consiguiente, se necesitan ecuaciones adicionales para resolver el problema general en Mecánica del medio continuo. Estas ecuaciones, reciben el nombre genérico de ecuaciones constitutivas y son propias al material que constituye el medio continuo. Además, una ley constitutiva debe aproximarse al comportamiento físico observado de un material real bajo condiciones específicas de interés. Las ecuaciones constitutivas generales son:

6) Ley de Fourier de conducción del calor:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{q} = -\mathbf{K} \nabla \theta \\ q_i = -K \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad i \in \{1,2,3\} \end{array} \right\} \rightarrow 3 \text{ ecuaciones} \quad (3g)$$

Donde:

$\mathbf{K}$  = Conductividad térmica.

7) Ecuaciones constitutivas propiamente dichas:

*Ecuaciones constitutivas termo-mecánicas:*

$$f_i(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}), \theta, \boldsymbol{\mu}) = 0 \quad i \in \{1, \dots, 6\} \rightarrow 3 \text{ ecuaciones} \quad (3h)$$

Donde:

$\boldsymbol{\varepsilon}$  = Tensor de deformaciones.

$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})$  = Campo de velocidades.

$\boldsymbol{\mu} = \{\mu_1, \dots, \mu_p\}$  son el conjunto de nuevas variables termodinámicas ( $p$  nuevas incógnitas) introducidas por las ecuaciones constitutivas termo-mecánicas.

*Ecuación constitutiva de la entropía:*

$$s = s(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}), \theta, \boldsymbol{\mu}) \rightarrow 1 \text{ ecuación} \quad (3i)$$

8) Ecuaciones termodinámicas de estado:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación calorífica de estado:} \\ u = g(\rho, \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}), \theta, \boldsymbol{\mu}) \\ \text{Ecuaciones cinéticas de estado:} \end{array} \right\} \rightarrow (1 + p) \text{ ecuaciones} \quad (3j)$$

$$F_i(\rho, \theta, \boldsymbol{\mu}) = 0 \quad i \in \{1, 2, 3\}$$

Adicionando las ecuaciones (3g) a (3j) al conjunto de ecuaciones (3a a 3f), se obtiene un conjunto de  $(19 + p)$  ecuaciones y  $(19 + p)$  incógnitas que, con las adecuadas condiciones de contorno, definen un problema que se puede resolver matemáticamente.

Es frecuente que en las ecuaciones constitutivas termomecánicas intervengan las deformaciones  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , que, sin embargo, no se contabilizan como incógnitas adicionales, puesto que se suponen calculables en función de las ecuaciones de movimiento, las cuales, a su vez, pueden calcularse por integración del campo de velocidades  $\Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})$ .

Las ecuaciones de continuidad, de Cauchy, de simetría del tensor de tensiones, de balance de energía y las desigualdades del segundo principio de la termodinámica (ecuaciones (3a) a (3f)) son válidas y generales para todo medio continuo, sea cual sea el material que lo constituye y para cualquier rango de desplazamientos o deformaciones.

Por el contrario, las ecuaciones constitutivas (3g) a (3j) son específicas del material o del tipo del medio continuo con el que se trate (sólido, fluido, gas) y los diferencian entre sí.

Considerando que las ecuaciones de campo son leyes básicas de la Física y por lo tanto gobiernan todos los procesos en la naturaleza, las ecuaciones constitutivas se remiten a las características y propiedades de un material en particular, en nuestro caso, la madera. Es importante enfatizar que las ecuaciones constitutivas no dependen del tamaño o de la forma de la muestra en estudio o de las fuerzas externas. Es decir, se refieren a propiedades intensivas del material.

Si son dadas, el conjunto completo de ecuaciones constitutivas para un material en particular, es posible resolver el conjunto de ecuaciones de campo para cualquier condición inicial o de frontera, la cual incluye la geometría de la muestra. Además, sí se determina el conjunto completo de ecuaciones constitutivas, consecuentemente se puede definir el material y su comportamiento.

El uso de una relación funcional como una ecuación constitutiva permite especificar los componentes del esfuerzo en términos de otras funciones de campo como la deformación y la temperatura. Asimismo, una ecuación constitutiva determina el estado de esfuerzo en cualquier punto de un medio continuo en un determinado tiempo, y es necesariamente distinta para diferentes tipos de cuerpos continuos.

Los argumentos anteriores se basan en un enfoque fenomenológico describiendo la naturaleza macroscópica de materiales idealizados como medios continuos. Esta visión se enfoca principalmente a la búsqueda de concordancia entre las ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento del material, con los datos experimentales provenientes de muestras representativas. Sin embargo, este enfoque de modelado no es apropiado para relacionar los mecanismos de deformación a un nivel estructural microscópico del material.

El enfoque de la investigación estudia las llamadas Teorías puramente mecánicas. Esta suposición implica que variables termodinámicas como la entropía y la temperatura sean ignoradas en el análisis subsecuente.

A manera de síntesis de la información recopilada sobre el tema de investigación, se puede proponer que el cuerpo de conocimientos del comportamiento elástico de la madera está constituido principalmente por:

- Principios y Teorías fundamentales en Ciencias de materiales que fundamentan las ecuaciones de campo utilizadas en la descripción del comportamiento.
- Hipótesis y Modelos del comportamiento elástico de la madera y las ecuaciones constitutivas derivadas.
- Constantes físicas particulares a cada especie, determinadas por experimentación y/o estimación numérica.

Esta información constituye el marco teórico conceptual del estado del arte en el tema de investigación. Un esquema del marco teórico conceptual se presenta en la Figura 3.02.

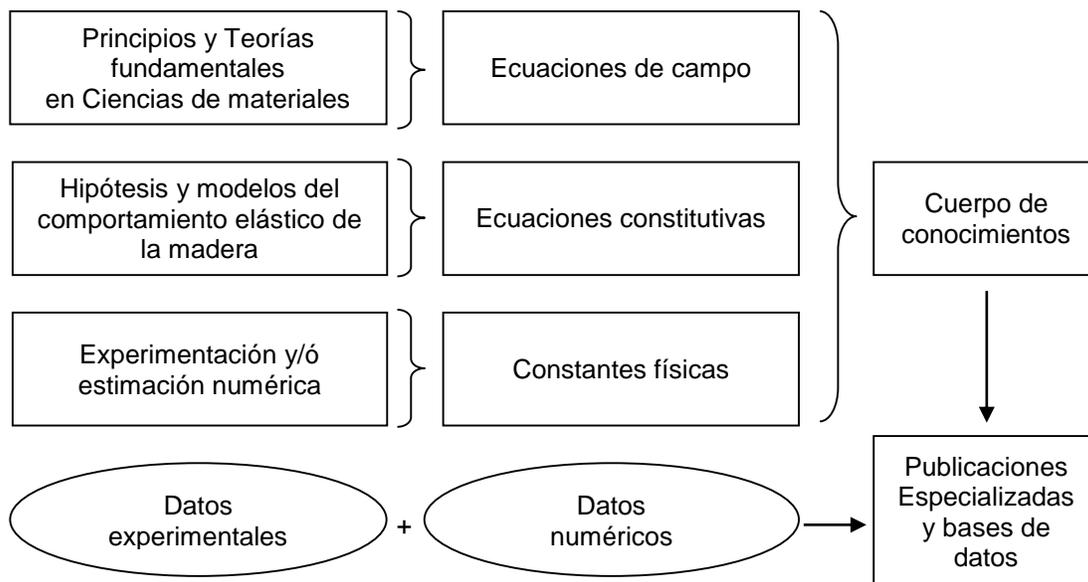


Figura 3.02. Marco teórico conceptual.

El cuerpo de conocimientos presentado en el análisis bibliográfico ha sido generado en el extranjero y hace referencia a Tecnologías y especies de maderas extranjeras. En México y particularmente en Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la madera, no existen antecedentes de un Modelo teórico que pueda ser aplicado en los trabajos de investigación, docencia e Ingeniería.

### *Alcances de la investigación*

Las consideraciones del marco teórico conceptual y la problemática expuesta en los párrafos anteriores son complejas y amplias. Razonamiento que sugiere que la investigación debe ser delimitada. Los alcances de la investigación son los siguientes:

La relación esfuerzo-deformación del comportamiento mecánico de la madera comprende principalmente tres dominios de estudio: el dominio elástico (Bucur y Archer, 1984), el plástico (Van Der Put, 1989) y el de ruptura (Smith y col., 2003). La investigación se concentrará en el dominio elástico.

Las principales variables que intervienen en la respuesta elástica de la madera son, el contenido de humedad (Ranta-Maunus, 1975), la temperatura y la duración de la sollicitación (Holzer y col., 1989). Es decir, la madera es un material higo-termo-visco-elástico. Para fines de modelado y análisis, la investigación considerará el comportamiento de la madera idealmente elástico. Sin embargo, la investigación presentará la influencia de estas variables físicas en el modelado del comportamiento elástico de la madera.

La madera es un material estructuralmente jerárquico y se puede idealizar como un material compuesto (Morlier y col., 1999). Las escalas de observación más aceptadas son: nivel molecular, nivel fibrilla, nivel pared celular y nivel capa de crecimiento (Mark, 1967; Jayne, 1972). El estudio modelará a la madera con un enfoque integral de estas escalas. Es decir, el volumen elemental de materia será de madera sólida con propiedades de un medio continuo.

En el mismo enfoque, la madera puede ser estudiada como un material reconstituido de tipo laminar y/o aglomerado (Smulski, 1997). La investigación se concentrará en el estudio de la madera sólida. Es decir, madera dimensionada a partir de troncos de árboles.

La respuesta mecánica de la madera puede ser estudiada utilizando ensayos mecánicos de tipo estático, dinámico y de flujo de deformaciones. Para el análisis de resultados, se pueden utilizar Modelos reológicos tales como el resorte Hookiano, el amortiguador Newtoniano y los cuerpos de Kelvin-Voigt y de Maxwell, así como sus combinaciones (Reiner, 1960a y 1960b; Holzapfel, 2000). El análisis se realizará en el contexto de un

Modelo general elástico que idealiza al material como un resorte Hookiano trabajando en condición casi estática.

Las propiedades físicas de la madera pueden ser explicadas con argumentos que hacen referencia por una parte, a su constitución química (Wenzl, 1970; Higuchi, 1997; Rowell, 1984; Bruce y Palfreyman, 1998; Hon y Shiraishi, 2001; Fengel y Wegener, 2003) y por otra parte, a su estructura anatómica (Mark, 1967; Baas, 1982; Lewin y Goldstein, 1991; Gibson y Ashby, 1997; Carlquist, 2001; Barnett y Jeronimidis, 2003). La investigación hará abstracción de estos aspectos y analizará la fenomenología elástica de la madera desde el punto de vista mecanicista.

La exposición de los principios físicos necesarios a la propuesta del Modelo elástico general para la madera, así como el desarrollo de las ecuaciones de campo y constitutivas, son una síntesis de la información analizada en las publicaciones de los autores citados en la bibliografía y a través del texto de la investigación.

La Figura 3.03, presenta el diagrama conceptual de la investigación de acuerdo a las consideraciones de Yurén Camarena (2002) y de López Cano (2006).

### 3.4 Objetivos

1. Describir los argumentos de la Teoría de la Elasticidad necesarios para proponer el Modelo elástico general empleado en el análisis del comportamiento elástico de la madera.
2. Exponer la influencia de la temperatura, el contenido de humedad y de la estructura anatómica en el comportamiento elástico de la madera.

### 3.5. Ecuaciones de campo

Las ecuaciones de campo relacionadas con el comportamiento elástico de un sólido, comprenden un sistema de ecuaciones diferenciales y algebraicas que relacionan los esfuerzos, las deformaciones y los desplazamientos. Estas magnitudes explican los fenómenos físicos particulares en todos los puntos al interior del cuerpo del sólido en cuestión.

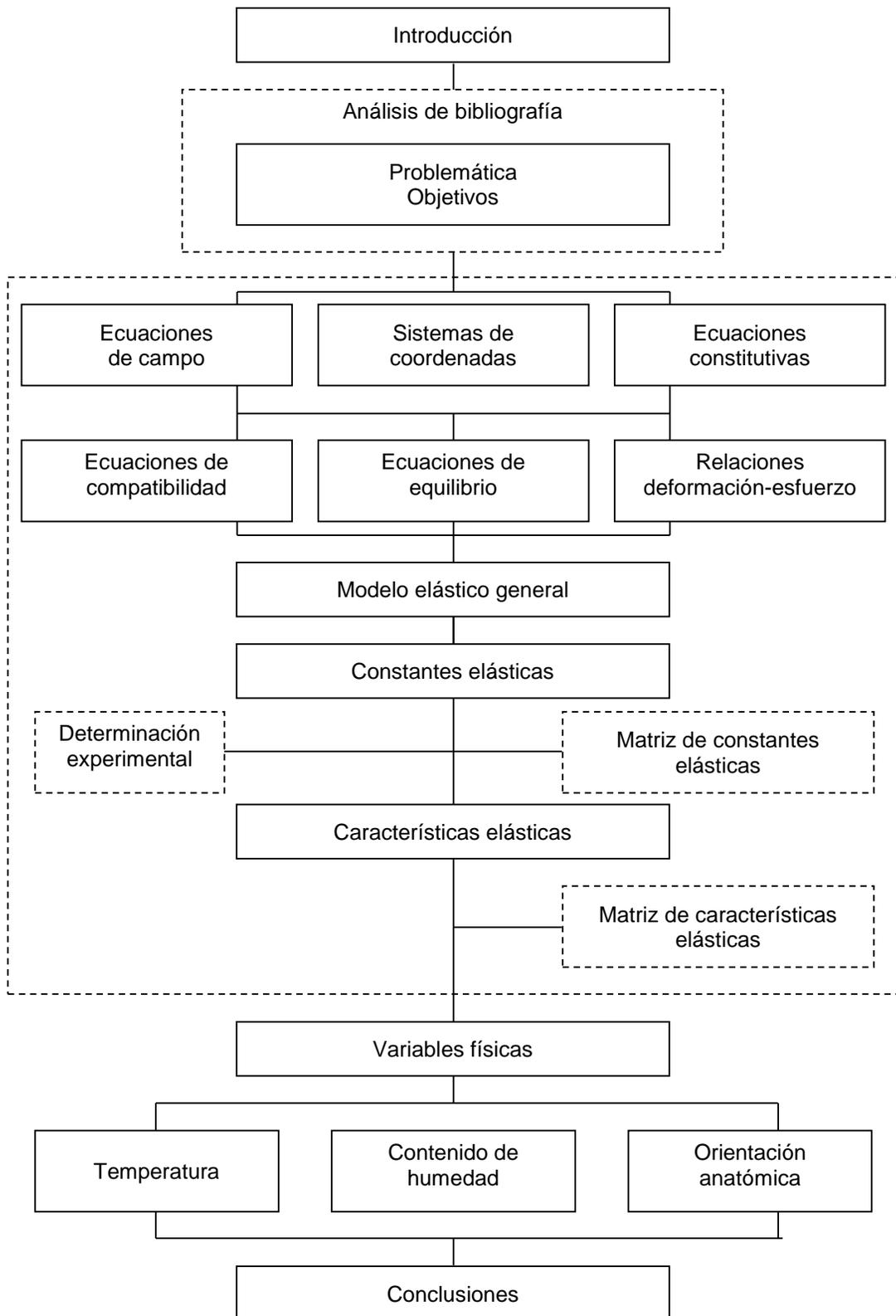


Figura 3.03. Diagrama conceptual de la investigación.

Las ecuaciones de campo van acompañadas por las condiciones de frontera, las cuales especifican los fenómenos que ocurren en los límites geométricos del cuerpo y proveen las cargas que se aplican y que crean al interior, campos de esfuerzos, de deformaciones y de desplazamientos.

Las ecuaciones de campo son las mismas para todos los problemas. En cambio, las condiciones de frontera son diferentes para cada caso. Combinando las ecuaciones de campo con las condiciones de frontera, se pueden establecer los problemas fundamentales del valor de frontera de la Teoría. Este enfoque conduce a dos formulaciones diferentes: la primera en términos de desplazamiento y la segunda en términos de esfuerzos.

#### *Ecuación general del sistema*

Las relaciones de compatibilidad aseguran que los desplazamientos sean continuos y de un solo valor, y son necesarias cuando las deformaciones son especificadas de forma arbitraria. Sin embargo, si los desplazamientos son incluidos en la formulación del problema, la solución normalmente genera desplazamientos de un solo valor y la compatibilidad de las deformaciones es satisface automáticamente.

De aquí que las relaciones de compatibilidad son normalmente reservadas para su uso con el enfoque que considera los esfuerzos. En consecuencia, el sistema general de las ecuaciones de campo de la elasticidad se refiere a las 15 relaciones que se detallan a continuación.

El sistema general se define usando una notación con un operador general  $\mathfrak{S}$  y utilizando notación indexada de la manera siguiente:

$$\mathfrak{S}\{u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}; \lambda, \mu, F_i\} = 0 \quad (3.01)$$

El sistema 3.01 implica 15 incógnitas, que incluyen:

3 desplazamientos:  $u_i$

6 deformaciones:  $\varepsilon_{ij}$

6 esfuerzos:  $\sigma_{ij}$

En la ecuación (3.01), los términos después del punto y coma (;) indican que el sistema también depende de dos constantes elásticas  $\lambda$  y  $\mu$ , llamadas constantes de Lamé, y de la fuerza  $F_i$  de la masa del cuerpo. Estas constantes materiales y la fuerza, son dadas *a priori* con la formulación del problema.

Para resolver el sistema (3.01) es necesario que el número de ecuaciones coincida con el número de incógnitas por determinar. Sin embargo, este sistema general de ecuaciones es de tal complejidad que su solución utilizando métodos analíticos es prácticamente imposible. Es entonces necesario introducir ciertas simplificaciones para resolver los problemas de interés práctico. Por ejemplo, se puede emplear el principio de superposición y el principio de *Saint-Venant* (de With, 2006).

### *Sistemas de coordenadas*

Para desarrollar las ecuaciones de campo es necesario definir los sistemas de coordenadas.

Debido a las propiedades de simetría material de la madera, la geometría que define un volumen elemental de madera, puede ser definida en un sistema de coordenadas ortotrópicas. No obstante que el referencial de geometría es de tipo cilíndrico:  $r, \theta, z$ , a nivel local, se le puede asociar el referencial con carácter cartesiano  $R, T, L$ . La Figura 3.04 presenta los sistemas de coordenadas cartesianas (a) y cilíndricas (b) que serán utilizados en esta investigación:

Finalmente, para generalizar el empleo de coordenadas en el estudio del comportamiento mecánico de la madera, es necesario considerar la congruencia entre los diferentes sistemas de coordenadas. Las relaciones entre los diferentes sistemas de referencia de un volumen elemental de madera son los siguientes:

$x$	$y$	$z$	: Coordenadas cartesianas geométricas.
$x_1$	$x_2$	$x_3$	: Coordenadas globales geométricas.
$r$	$\theta$	$z$	: Coordenadas cilíndricas locales.
$R$	$T$	$L$	: Coordenadas cartesianas materiales.

De esta forma se conjugan las coordenadas  $x, y, z$ :  $x_1, x_2, x_3$ :  $r, \theta, z$ :  $R, T, L$ , para las diferentes direcciones de ortotropía de la madera: radial, tangencial y longitudinal, respectivamente del plano leñoso (Figura 3.04).

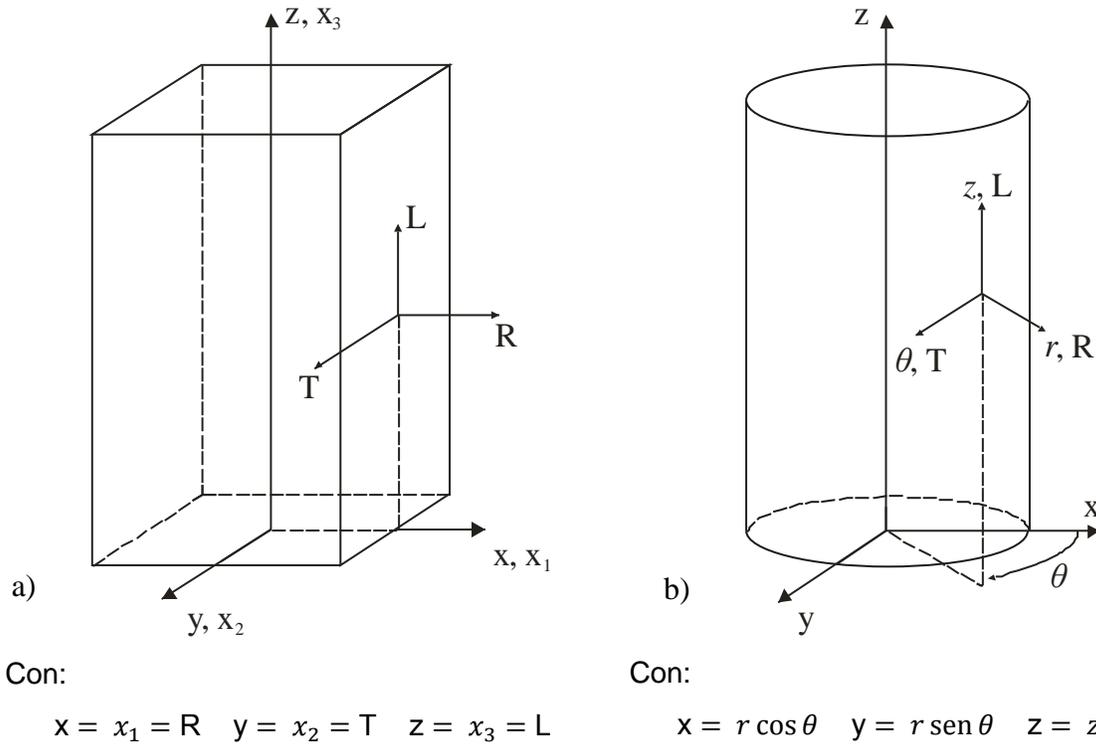


Figura 3.04. a) Sistema de coordenadas cartesianas; b) Sistema de coordenadas cilíndricas.

*Relaciones deformación-desplazamiento*

La ecuación general que relaciona las deformaciones  $\epsilon_{ij}$  con los desplazamientos  $u_{ij}$ , es en notación tensorial de la forma:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad i, j \in \{1,2,3\} \tag{3.02a}$$

En la ecuación (3.02a), la notación “subíndice coma subíndice” (por ejemplo:  $u_{i,j}$ ) significa la derivada parcial de  $u$  en  $i$  en función de  $j$ . Es decir:

$$u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.02b)$$

Entonces, la ecuación (3.02a), se puede escribir:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j \in \{1,2,3\} \quad (3.03)$$

La ecuación (3.03) representa seis ecuaciones para los seis componentes de deformación  $\varepsilon_{ij}$ , en términos de tres desplazamientos  $u_{ij}$ . En forma matricial se escribe:

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ & \text{Simetría} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.04)$$

Debido a la simetría con respecto a los términos de la diagonal de la ecuación (3.04), se tiene un sistema de seis ecuaciones de derivadas parciales con 3 incógnitas que son las componentes del vector de desplazamiento  $u(x, t)$ . En general, este problema no tiene solución, salvo que se verifiquen ciertas condiciones de compatibilidad.

Si se especifican los desplazamientos continuos y diferenciando la ecuación (3.04), el campo de deformación resultante es equivalente. De esta forma se aseguran las relaciones llamadas ecuaciones de compatibilidad.

Para comprender la interpretación geométrica del concepto de compatibilidad, la Figura 3.05 presenta un Modelo en dos dimensiones de un sólido elástico dividido en cuatro elementos 1, 2, 3, 4. La Figura 3.05a, presenta la configuración no deformada. La Figura 3.05b muestra la misma configuración, pero en estado deformado de los cuatro elementos constitutivos. Si de manera arbitraria, se especifican las deformaciones de cada uno de los cuatro elementos, al intentar reconstruir el sólido de la configuración en la Figura 3.05b, se llega a la configuración deformada de la Figura 3.05c.

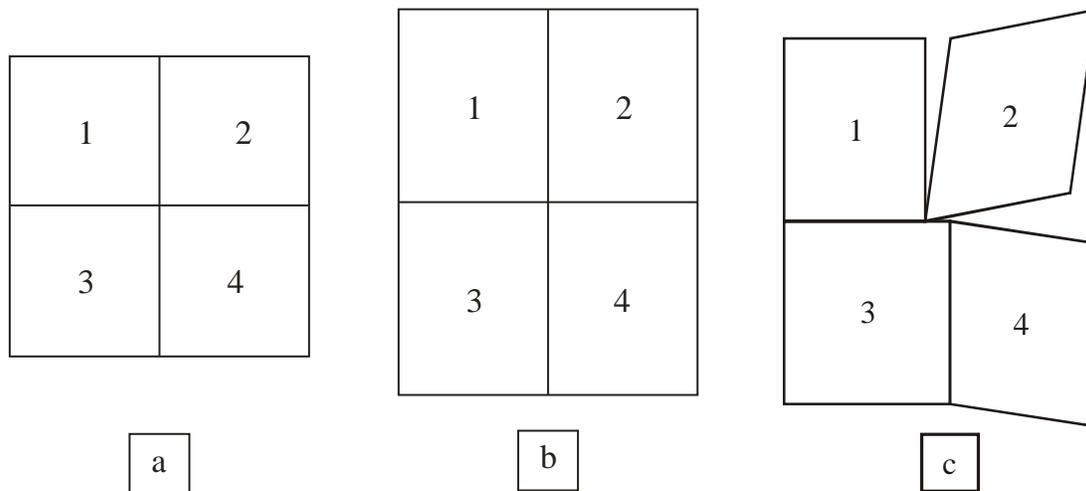


Figura 3.05. Interpretación física de la compatibilidad de deformaciones.

En la configuración de la Figura 3.05b, los elementos fueron deformados tomando en cuenta los elementos vecinos que el sistema mantiene congruente y continuo con desplazamientos de valor simple. En contraste, los elementos en la Figura 3.05c han sido deformados de manera individual y arbitraria, sin tomar en cuenta las deformaciones de los elementos vecinos. En este caso se observa que el sistema no se mantiene ni congruente ni continuo, y contiene vacíos y huecos.

Esta situación produce un campo discontinuo de desplazamientos. Los componentes de la deformación están relacionados de alguna manera para mantenerse continuos.

La argumentación analítica de la compatibilidad de las relaciones deformación-desplazamiento es la siguiente:

La ecuación (3.03) puede ser desarrollada en coordenadas cartesianas:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \varepsilon_{zx} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.05)$$

Igualmente, en coordenadas cilíndricas la relación deformación-desplazamiento (3.03) es:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{r} \left( u_r + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \varepsilon_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) \\ \varepsilon_{\theta z} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) \\ \varepsilon_{zr} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.06)$$

### *Ecuaciones de compatibilidad*

La ecuación general de compatibilidad entre las deformaciones  $\varepsilon_{ijkl}$  es de la forma:

$$\varepsilon_{ij,kl} + \varepsilon_{kl,ij} - \varepsilon_{ik,jl} - \varepsilon_{jl,ik} = 0 \quad (3.07)$$

Para desarrollar la ecuación (3.07) es necesario eliminar los desplazamientos de las relaciones deformación-desplazamiento, ecuación (3.02a):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.02a)$$

Trabajando con notación indexada y diferenciando dos veces con respecto a  $x_k$  y  $x_j$ , de la ecuación (3.03), se obtiene:

$$\varepsilon_{ij,kl} = \frac{1}{2}(u_{i,jkl} + u_{j,ikl}) \quad (3.08)$$

Por intercambio de subíndices, se pueden generar las siguientes relaciones:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{kl,ij} &= \frac{1}{2}(u_{k,lij} + u_{l,kij}) \\ \varepsilon_{jl,ik} &= \frac{1}{2}(u_{j,lik} + u_{l,jik}) \\ \varepsilon_{ik,jl} &= \frac{1}{2}(u_{i,kjl} + u_{k,ijl}) \end{aligned} \right\} \quad (3.09)$$

Asumiendo que los desplazamientos son continuos, es posible intercambiar el orden de la diferenciación en  $u$ , y entonces pueden ser eliminados los desplazamientos del conjunto de ecuaciones (3.09). De esta forma se llega a la ecuación (3.07):

$$\varepsilon_{ij,kl} + \varepsilon_{kl,ij} - \varepsilon_{ik,jl} - \varepsilon_{jl,ik} = 0 \quad (3.07)$$

La ecuación (3.07) implica 81 ecuaciones individuales, de las cuales la mayoría son identidades simples o repeticiones y solo seis son significativas. Estas seis relaciones pueden ser determinadas permitiendo  $k = l$ , y en notación escalar, la ecuación de compatibilidad (3.07) puede ser desarrollada en coordenadas cartesianas:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} \\
 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} \\
 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} \\
 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right) \\
 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right) \\
 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Igualmente, en coordenadas cilíndricas la ecuación de compatibilidad (3.07) es:

$$\left. \begin{aligned}
 -\frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_{rr}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{r\theta}}{\partial r \partial \theta} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}}{\partial \theta} &= 0 \\
 \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{\theta z}}{\partial \theta \partial z} - \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_{zr}}{\partial z} &= 0 \\
 \frac{\partial^2 \varepsilon_{rr}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial r^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{rz}}{\partial r \partial \theta} &= 0 \\
 \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{rr}}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \varepsilon_{\theta z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\theta z}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{\theta z}}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{zr}}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varepsilon_{zr}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{r\theta}}{\partial r \partial z} - \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}}{\partial z} &= 0 \\
 -\frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{\theta z}}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varepsilon_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_{zr}}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}}{\partial \theta \partial z} &= 0 \\
 \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{\theta z}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\theta z}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{zr}}{\partial \theta \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{r\theta}}{\partial z^2} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

*Ecuaciones de equilibrio*

La ecuación general de equilibrio:

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad (3.12)$$

Donde:

$\sigma$  = Esfuerzo.

$F$  = Fuerza de la masa del cuerpo.

Se puede desarrollar en coordenadas cartesianas:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + F_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Donde:

$\tau$  = Esfuerzo cortante.

La ecuación (3.12) se puede desarrollar en coordenadas cilíndricas:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) + F_r &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} + F_\theta &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \tau_{rz} + F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

#### *Ecuaciones de equilibrio en términos de desplazamientos*

La ecuación general de equilibrio (3.12) se puede escribir en términos de desplazamientos y en coordenadas cartesianas:

$$\left. \begin{aligned} \mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + F_x &= 0 \\ \mu \nabla^2 v + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + F_y &= 0 \\ \mu \nabla^2 w + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

Con:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

La ecuación general de equilibrio (3.12) se puede escribir en términos de desplazamientos y en coordenadas cilíndricas:

$$\left. \begin{aligned} \mu \left( \nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + F_r &= 0 \\ \mu \left( \nabla^2 u_\theta - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) + (\lambda + \mu) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + F_\theta &= 0 \\ \mu \nabla^2 u_z + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

Con:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

### 3.6. Ecuaciones constitutivas

La ecuación general constitutiva de la elasticidad en términos de esfuerzo-deformación es:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2 \mu \varepsilon_{ij} \quad (3.17)$$

Donde:

$\delta_{ij}$  = Delta de Kronecker definido por:

$$\left. \begin{array}{l} \delta_{ij} = 1 \text{ si } i = j \\ \delta_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \end{array} \right\} \text{ con: } i, j, k \in 1, 2, 3$$

Y la ecuación general constitutiva de la elasticidad, en términos de deformación-esfuerzo está dada por:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.18)$$

Donde:

- $\varepsilon$  = Deformación unitaria.
- $\nu$  = Coeficiente de Poisson.
- E = Módulo de Young o de elasticidad.

La ecuación general constitutiva esfuerzo-deformación (3.17) se escribe en coordenadas cartesianas:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x = \lambda (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2\mu \varepsilon_x \\ \sigma_y = \lambda (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2\mu \varepsilon_y \\ \sigma_z = \lambda (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2\mu \varepsilon_z \\ \tau_{xy} = 2\mu \varepsilon_{xy} \\ \tau_{yz} = 2\mu \varepsilon_{yz} \\ \tau_{zx} = 2\mu \varepsilon_{zx} \end{array} \right\} \quad (3.19)$$

La ecuación general constitutiva esfuerzo-deformación (3.17) escrita en coordenadas cilíndricas es:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \lambda (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + 2\mu \varepsilon_r \\ \sigma_\theta &= \lambda (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + 2\mu \varepsilon_\theta \\ \sigma_z &= \lambda (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + 2\mu \varepsilon_z \\ \tau_{r\theta} &= 2\mu \varepsilon_{r\theta} \\ \tau_{\theta z} &= 2\mu \varepsilon_{\theta z} \\ \tau_{zr} &= 2\mu \varepsilon_{zr} \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

La ecuación general constitutiva deformación-esfuerzo (3.18) en coordenadas cartesianas es la siguiente:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y - \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z - \sigma_x)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x - \sigma_y)] \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1 + \nu}{E} \tau_{xy} \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1 + \nu}{E} \tau_{yz} \\ \varepsilon_{zx} &= \frac{1 + \nu}{E} \tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

La ecuación general constitutiva deformación-esfuerzo (3.18) se puede escribir en coordenadas cilíndricas:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta - \sigma_z)] \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_z - \sigma_r)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r - \sigma_\theta)] \\ \varepsilon_{r\theta} &= \frac{1 + \nu}{E} \tau_{r\theta} \\ \varepsilon_{\theta z} &= \frac{1 + \nu}{E} \tau_{\theta z} \\ \varepsilon_{zr} &= \frac{1 + \nu}{E} \tau_{zr} \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

*Relaciones constitutivas para materiales anisotrópicos*

Para el estado de referencia natural sin esfuerzo, ni deformación:

$$\sigma_{ij} = 0 \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_{ij} = 0 \quad (3.24)$$

En Teoría de elasticidad lineal el tensor de esfuerzos  $\sigma$ , está dado como una función del tensor de deformaciones  $\varepsilon$ , por la relación tensorial:

$$\sigma = \mathbf{C} \varepsilon \quad (3.25)$$

O en notación con índices:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3.26)$$

Con:  $i, j, k, l \in 1, 2, 3$

Donde  $C_{ijkl}$  son los elementos de los 81 componentes del tensor de rigidez  $\mathbf{C}$ .

En un medio homogéneo, los 81 elementos de  $C_{ijkl}$  son independientes de la posición del punto en cuestión.

La inversión de las relaciones constitutivas (3.25 y 3.26) dan como resultado las expresiones tensoriales:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} \boldsymbol{\sigma} \quad (3.27)$$

O en notación con índices:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (3.28)$$

Con:  $i, j, k, l \in 1, 2, 3$

Donde  $S_{ijkl}$  son los elementos de los 81 componentes del tensor de elasticidad  $\mathbf{S}$ .

*Propiedades de simetría de  $C_{ijkl}$  y  $S_{ijkl}$  con respecto a los dos últimos índices:*

Los esfuerzos están dados por la ecuación (3.26):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3.26)$$

o

$$\sigma_{ij} = C_{ijlk} \varepsilon_{lk} \quad (3.29)$$

Como el tensor de deformaciones es simétrico, se tiene:

$$\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk} \quad (3.30)$$

Por lo tanto:

$$\sigma_{ij} = C_{ijlk} \varepsilon_{kl} \quad (3.31)$$

Por identificación, se obtiene la primera propiedad de simetría:

$$C_{ijkl} = C_{ijlk} \quad (3.32)$$

*Simetría de  $C_{ijkl}$  y  $S_{ijkl}$  con respecto a los dos primeros índices:*

Los esfuerzos están dados por ecuación (3.26):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3.26)$$

o

$$\sigma_{ji} = C_{jikl} \varepsilon_{kl} \quad (3.33)$$

Como el tensor de esfuerzos es simétrico, se tiene:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (3.34)$$

Por lo tanto:

$$\sigma_{ij} = C_{jikl} \varepsilon_{kl} \quad (3.35)$$

Por identificación, se obtiene la segunda propiedad de simetría:

$$C_{ijkl} = C_{jikl} \quad (3.36)$$

*Simetría del primer par de índices de  $C_{ijkl}$  y  $S_{ijkl}$  con respecto al segundo par*

Aplicando la primera ley de la Termodinámica a la Teoría de elasticidad, la función de estado  $U$ , es decir, la energía interna, es definida con la energía de deformación  $W_d$ .

La energía de deformación elemental por unidad de volumen  $\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$  es una derivada exacta:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (3.37)$$

Con:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3.26)$$

y

$$\sigma_{kl} = C_{klij} \varepsilon_{ij} \quad (3.38)$$

Utilizando la igualdad (3.37), se obtiene la tercera propiedad de simetría:

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad (3.39)$$

Dada esta propiedad, la energía de deformación de un volumen elemental es:

$$dW_d = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (3.40)$$

Es decir:

$$dW_d = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} d\varepsilon_{ij} \quad (3.41)$$

Por integración, se llega a la energía de deformación del volumen:

$$W_d = \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \quad (3.42)$$

$$W_d = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (3.43)$$

$$W_d = \frac{1}{2} S_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad (3.44)$$

Comparando las ecuaciones (3.42) y (3.44), se observa que los elementos  $S_{ijkl}$  del tensor de elasticidad  $\mathbf{S}$  tienen las mismas propiedades de simetría que los elementos  $C_{ijkl}$  del tensor de rigidez  $\mathbf{C}$ .

*Convención de dos índices en la notación de Voigt*

Dadas las propiedades de las dos primeras simetrías (ecuaciones 3.32 y 3.36):

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} \quad (3.45)$$

el orden de los primeros índices ( $i, j$ ) y los dos siguientes índices ( $k, l$ ) no afectan el valor de los elementos  $C_{ijkl}$ .

Como existen seis valores distintos para el grupo de índices ( $i, j$ ) y seis valores distintos para el grupo de índices ( $k, l$ ), quedan entonces 36 elementos  $S_{ijkl}$  independientes.

Dada la tercera propiedad de simetría (ecuación 3.39)

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad (3.39)$$

Las permutaciones de los grupos de índices ( $i, j$ ) y ( $k, l$ ) no modifican los valores de los elementos  $C_{ijkl}$ . De esta forma el número de elementos independientes se reduce a 21.

Tomando en cuenta los argumentos anteriores se puede proponer:

$$C_{ijkl} = C_{IJ} \quad (3.46)$$

Con:

$$C_{IJ} = C_{JI} \quad (3.47)$$

Donde:

$$l = i \text{ para } i = j$$

$$l = 9 - (i + j) \text{ para } i \neq j$$

y

$$J = k \text{ para } k = l$$

$$J = 9 - (k + l) \text{ para } k \neq l$$

La relación indexada (ecuación 3.26):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \tag{3.26}$$

Puede ser escrita en la forma explícita:

$$\sigma_{ij} = C_{ij11} \varepsilon_{11} + C_{ij22} \varepsilon_{22} + C_{ij33} \varepsilon_{33} + 2C_{ij23} \varepsilon_{23} + 2C_{ij31} \varepsilon_{31} + 2C_{ij12} \varepsilon_{12} \tag{3.48}$$

Y en consecuencia, la relación constitutiva (3.26) puede ser escrita en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} \\ C_{1123} & C_{2223} & C_{3323} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} \\ C_{1131} & C_{2231} & C_{3331} & C_{2331} & C_{3131} & C_{3112} \\ C_{1112} & C_{2212} & C_{3312} & C_{2312} & C_{3112} & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \tag{3.49}$$

O en forma indexada:

$$\sigma_I = C_{IJ} \varepsilon_J \tag{3.50}$$

Con las convenciones:

$$\sigma_l = \sigma_{ij} \quad (3.51)$$

Donde:

$$l = i \text{ para } i = j$$

$$l = 9 - (i + j) \text{ para } i \neq j$$

y

$$\varepsilon_j = \varepsilon_{kl} \quad (3.52)$$

Donde:

$$J = k \text{ para } k = l$$

$$\varepsilon_j = 2 \varepsilon_{kl} \quad (3.53)$$

Donde:

$$J = 9 - (k + l) \text{ para } k \neq l$$

A partir de los argumentos anteriores la relación constitutiva (3.49) puede ser escrita en la forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

O en la forma tensorial equivalente (ecuación 3.25):

$$\sigma = \mathbf{C} \varepsilon \quad (3.25)$$

De manera similar tenemos la forma indexada:

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (3.55)$$

o

$$\varepsilon = \mathbf{S} \sigma \quad (3.56)$$

Con

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1} \quad (3.57)$$

#### *Material monoclinico*

Un material monoclinico tiene el plano  $(M | x_3, x_1)$  como un plano de simetría espejo (ver Figura 3.06a).

El eje  $e$ :

$$(e) = (x_1, x_2, x_3) \quad (3.58)$$

y el eje  $e^*$ :

$$(e^*) = (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (x_1, -x_2, x_3) \quad (3.59)$$

son simétricos con respecto al plano  $(M | x_3, x_1)$ .

En consecuencia, los dos vectores:

$$n = n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 \quad (3.60)$$

y

$$n^* = n_1x_1 - n_2x_2 + n_3x_3 = n_1x_1^* + n_2x_2^* + n_3x_3^* = n_1^*x_1^* + n_2^*x_2^* + n_3^*x_3^* \quad (3.61)$$

son simétricos.

Los componentes  $n_i^*$  de  $n^*$  en  $(e^*)$  son iguales a los  $n_i$  componentes de  $n$  en  $(e)$ .

La propiedad de simetría espejo de los dos vectores  $n^*$  y  $n$  se escribe:

$$n_i^* = n_j \quad (3.62)$$

Para los dos vectores de esfuerzo simétricos  $T(M|n^*)$  y  $T(M|n)$ , igualmente se obtiene:

$$T_i^* = T_i \quad (3.63)$$

La relación  $T(M|n) = (\sigma(M))n$  es escrita en forma indexada:

$$T_i = \sigma_{ij}n_j \text{ en } (e) \quad (3.64)$$

y

$$T_i^* = \sigma_{ij}^*n_j^* \text{ en } (e^*) \quad (3.55)$$

Tomando en cuenta los argumentos anteriores, la relación (3.65) se puede escribir:

$$T_i = \sigma_{ij}^*n_j \quad (3.65)$$

Por lo tanto, y por identificación se puede escribir:

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} \quad (3.66)$$

Como resultado, los componentes con los mismos índices  $\sigma_{ij}^*$  y  $\sigma_{ij}$  del tensor de esfuerzos en los dos ejes  $(e^*)$  y  $(e)$  son iguales.

Igualmente, siguiendo el procedimiento anterior para el tensor de deformaciones se tiene:

$$\varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} \quad (3.67)$$

Por otra parte, la relación constitutiva (3.25):

$$\sigma = \mathbf{C} \varepsilon \quad (3.25)$$

se escribe en los ejes ( $e$ ):

$$\sigma_{ji} = C_{jikl} \varepsilon_{kl} \quad (3.33)$$

y en los ejes ( $e^*$ ):

$$\sigma_{ij}^* = C_{ijkl}^* \varepsilon_{kl}^* \quad (3.68)$$

Tomando en cuenta los argumentos anteriores, la relación (3.68) se puede escribir:

$$\sigma_{ji} = C_{ijkl}^* \varepsilon_{kl} \quad (3.69)$$

por lo tanto, y por identificación se puede escribir:

$$C_{ijkl}^* = C_{ijkl} \quad (3.70)$$

Es decir, los componentes con los mismos índices  $C_{ijkl}^*$  y  $C_{ijkl}$  del tensor de deformaciones en los dos ejes ( $e^*$ ) y ( $e$ ) son iguales.

Definiendo como  $\alpha$  la matriz de cambio de ejes de ( $e$ ) a ( $e^*$ ), la expresión para el cambio de ejes de un tensor de cuarto orden se escribe:

$$C_{ijkl}^* = a_{pi} a_{qj} a_{rk} a_{sl} C_{pqrs} \quad (3.71)$$

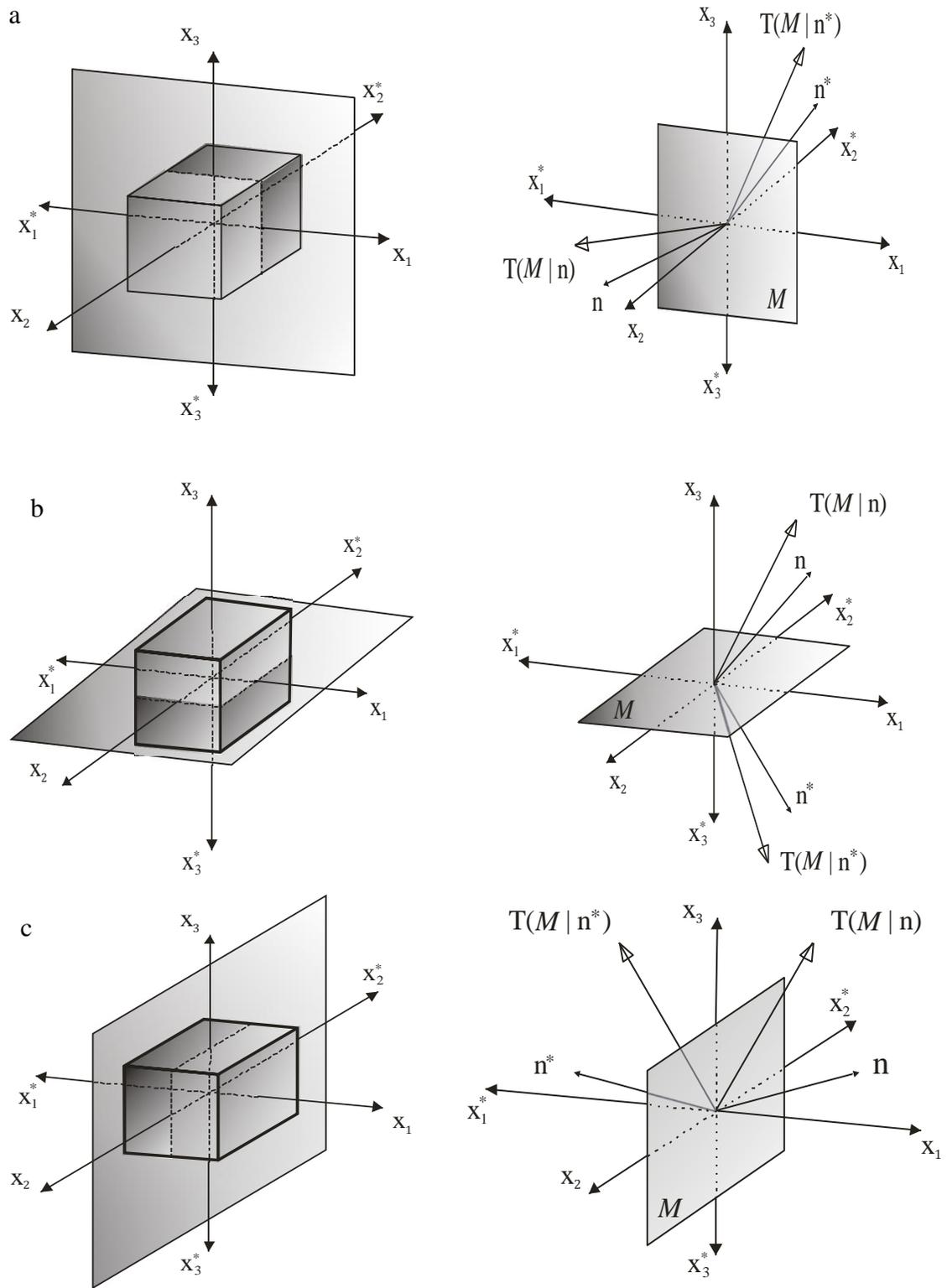


Figura 3.06. Planos ortogonales de simetría.

y la propiedad de simetría espejo requiere de la igualdad (3.70):

$$C_{ijkl}^* = C_{ijkl} \quad (3.70)$$

Los únicos componentes que no son ceros, de la matriz de cambio de ejes:

$$a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

son:

$$a_{11} = 1, a_{22} = -1, a_{33} = 1 \quad (3.73)$$

La constante de rigidez  $C_{1111}^*$  esta dada por la expresión para el cambio de ejes:

$$C_{1111}^* = a_{p1} a_{q1} a_{r1} a_{s1} C_{pqrs} \quad (3.74)$$

En donde el segundo índice de  $a_{ij}$  es igual a 1, no es igual a cero únicamente en la suma de índices para p:  $a_{11} = 1$ . Por lo tanto se obtiene:

$$C_{1111}^* = C_{1111} \quad (3.75)$$

La constante de rigidez  $C_{1112}^*$  es, con el mismo cambio de ejes, igual a:

$$C_{1112}^* = a_{p1} a_{q1} a_{r1} a_{s2} C_{pqrs} \quad (3.76)$$

En la suma de índices  $a_{s2}$  solamente  $a_{22} = -1$  no es cero, por lo tanto se obtiene:

$$C_{1112}^* = - C_{1112} \quad (3.77)$$

Por la propiedad de simetría espejo  $C_{1112}^* = C_{1112}$  se llega a:

$$C_{1112} = -C_{1112} \quad (3.78)$$

Por lo tanto:

$$C_{1112} = 0 \quad (3.79)$$

Las constantes de rigidez que poseen el índice 2 un número de veces non, son iguales a cero.

La matriz de rigidez en los materiales monoclinicos es por lo tanto de la forma:

$$\begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & C_{1131} & 0 \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & C_{2231} & 0 \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & 0 & C_{3331} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{2323} & 0 & C_{2312} \\ C_{1131} & C_{2231} & C_{3331} & 0 & C_{3131} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{2312} & 0 & C_{1212} \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Es decir, un material monoclinico es caracterizado por 13 constantes de rigidez.

Con la notación compacta de dos índices para el plano de simetría espejo ( $M | x_3, x_1$ ), la matriz de rigidez se escribe:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & C_{15} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & C_{25} & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{46} & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

*Material ortotrópico*

Un material ortotrópico tiene los dos planos  $(M | x_3, x_1)$  y  $(M | x_1, x_2)$  como planos de simetría espejo (Figura 3.06b y 3.06c).

Los componentes no iguales a cero de los ejes que cambian la matriz de  $(e) = (x_1, x_2, x_3)$  a  $(e^*) = (x_1, x_2, -x_3)$ :

$$a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Son:

$$a_{11} = 1, a_{22} = 1, a_{33} = -1 \quad (3.83)$$

De acuerdo con los resultados para un material monocíclico, las constantes de rigidez que poseen el índice 3 un número de veces non, son iguales a cero.

La matriz de rigidez en los ejes ortotrópicos tiene la forma:

$$\begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{2323} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{3131} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

Es decir, un material ortotrópico es caracterizado por nueve constantes de rigidez.

Además, el plano  $(M | x_2, x_3)$ , es también un plano de simetría espejo (Figura 3.06a).

Con la notación de dos índices, las matrices de rigidez y de elasticidad son respectivamente iguales a:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

y

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

La inversión de la matriz  $\mathbf{C}$ , implica calcular el inverso de dos matrices:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

y

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

De tal forma que se obtiene:

$$\left. \begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{C_{22} C_{33} - C_{23}^2}{\Delta} \\
 S_{12} &= \frac{C_{13} C_{23} - C_{12} C_{33}}{\Delta} \\
 S_{13} &= \frac{C_{12} C_{23} - C_{13} C_{22}}{\Delta} \\
 S_{22} &= \frac{C_{11} C_{33} - C_{13}^2}{\Delta} \\
 S_{23} &= \frac{C_{12} C_{13} - C_{23} C_{11}}{\Delta} \\
 S_{33} &= \frac{C_{11} C_{22} - C_{12}^2}{\Delta} \\
 S_{44} &= \frac{1}{C_{44}} \\
 S_{55} &= \frac{1}{C_{55}} \\
 S_{66} &= \frac{1}{C_{66}}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.89)$$

Con:

$$\Delta = \det \mathbf{b} = C_{11} C_{22} C_{33} + 2 C_{12} C_{23} C_{13} - C_{13}^2 C_{22} - C_{12}^2 C_{33} - C_{23}^2 C_{11} \quad (3.90)$$

Por otra parte, las deformaciones están dadas en notación matricial como una función del esfuerzo por la matriz de constantes elásticas:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

Las constantes de elasticidad  $S_{ij}$  pueden ser expresadas como una función de los módulos de elasticidad  $E_i$ , de los módulos de rigidez  $G_{ij}$  y de los coeficientes de Poisson  $\nu_{ij}$ .

*Relación de las contantes elásticas con las características elásticas*

Para determinar estos valores, son necesarias tres pruebas simples de tensión y tres de cortante.

En el caso de una carga de tensión simple en la dirección  $x_1$  (ver Figura 3.07), todos los esfuerzos  $\sigma_i$  son igual a cero, excepto  $\sigma_1$ .

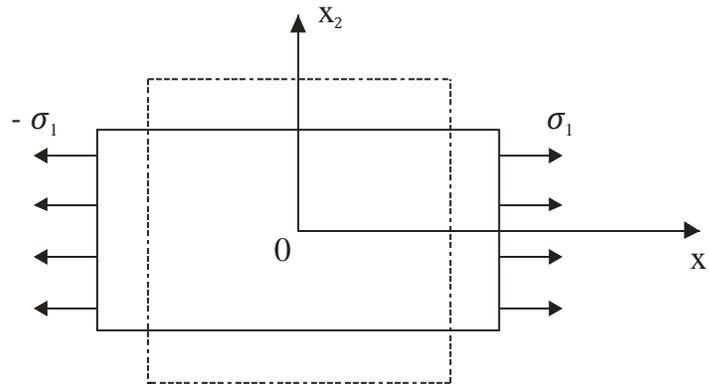


Figura 3.07. Diagrama de una prueba simple en tensión.

Las deformaciones  $\varepsilon_i$ , dadas por la relación constitutiva (3.91) son iguales a:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11} \sigma_1 \\ \varepsilon_2 &= S_{21} \sigma_1 \\ \varepsilon_3 &= S_{31} \sigma_1 \\ \varepsilon_4 &= 0 \\ \varepsilon_5 &= 0 \\ \varepsilon_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.92)$$

El módulo de elasticidad  $E_1$ , en la dirección  $x_1$ , es definida por la relación:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} \quad (3.93)$$

Los coeficientes de Poisson  $\nu_{12}$  y  $\nu_{13}$ , están dados por:

$$\varepsilon_2 = -\nu_{12} \varepsilon_1 \quad (3.94)$$

o

$$\varepsilon_2 = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_1 \quad (3.95)$$

y

$$\varepsilon_3 = -\nu_{13} \varepsilon_1 \quad (3.96)$$

o

$$\varepsilon_3 = -\frac{\nu_{13}}{E_1} \sigma_1 \quad (3.97)$$

Y por identificación se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\ S_{21} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} \\ S_{31} &= -\frac{\nu_{13}}{E_1} \end{aligned} \right\} \quad (3.98)$$

En el caso de una carga simple en tensión en la dirección  $x_2$ , se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= -\frac{\nu_{21}}{E_2} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\ S_{32} &= -\frac{\nu_{23}}{E_2} \end{aligned} \right\} \quad (3.99)$$

y para una tensión simple en la dirección  $x_3$ , se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} S_{13} &= -\frac{\nu_{31}}{E_3} \\ S_{23} &= -\frac{\nu_{32}}{E_3} \\ S_{33} &= \frac{1}{E_3} \end{aligned} \right\} \quad (3.100)$$

Para el caso de una sollicitación en cortante simple en las direcciones  $x_1$  y  $x_2$ , (ver Figura 3.08), todos los esfuerzos  $\sigma_i$ , son iguales a cero, excepto para  $\sigma_4$ .

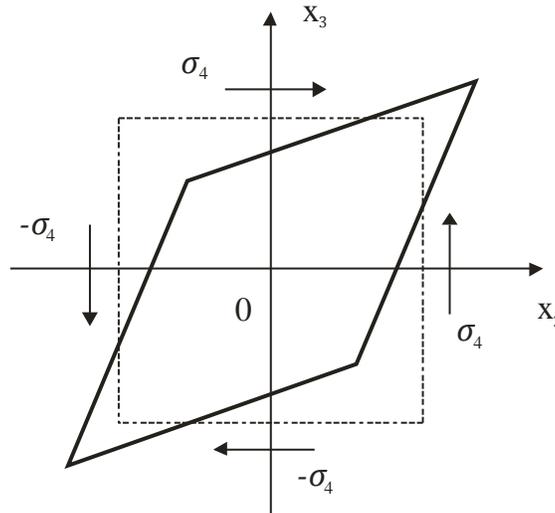


Figura 3.08. Diagrama de una prueba simple en cortante.

Las deformaciones  $\varepsilon_i$ , dadas por la relación constitutiva (3.91) son iguales a:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0 \\ \varepsilon_2 &= 0 \\ \varepsilon_3 &= 0 \\ \varepsilon_4 &= S_{44} \sigma_4 \\ \varepsilon_5 &= 0 \\ \varepsilon_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.101)$$

El módulo de rigidez  $G_{23}$ , es definida por la relación:

$$\varepsilon_4 = \frac{\sigma_4}{G_{23}} \quad (3.102)$$

Por lo tanto:

$$S_{44} = \frac{1}{G_{23}} \quad (3.103)$$

En el caso de una carga simple en cortante en la dirección  $x_3$  y  $x_1$ , se obtiene:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 = 0 \\ \varepsilon_2 = 0 \\ \varepsilon_3 = 0 \\ \varepsilon_4 = 0 \\ \varepsilon_5 = S_{55} \sigma_5 \\ \varepsilon_6 = 0 \end{array} \right\} \quad (3.104)$$

El módulo de rigidez  $G_{31}$ , es definida por la relación:

$$\varepsilon_5 = \frac{\sigma_5}{G_{31}} \quad (3.105)$$

Por lo tanto:

$$S_{55} = \frac{1}{G_{31}} \quad (3.106)$$

En el caso de una carga simple en cortante en la dirección  $x_1$  y  $x_2$ , se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0 \\ \varepsilon_2 &= 0 \\ \varepsilon_3 &= 0 \\ \varepsilon_4 &= 0 \\ \varepsilon_5 &= 0 \\ \varepsilon_6 &= S_{55} \sigma_5 \end{aligned} \right\} \quad (3.107)$$

El módulo de rigidez  $G_{23}$ , es definida por la relación:

$$\varepsilon_6 = \frac{\sigma_6}{G_{12}} \quad (3.108)$$

Por lo tanto:

$$S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (3.109)$$

Recopilando las ecuaciones (3.98), (3.99), (3.100), (3.103), (3.106) y (3.109) y substituyéndolas en la relación constitutiva (3.91), se obtiene la matriz para materiales ortotrópicos, escrita en términos de los parámetros de Ingeniería: módulos de elasticidad (E), módulos de rigidez (G) y coeficientes de Poisson ( $\nu$ ):

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

Y de las propiedades de simetría de las constantes elásticas  $S_{ij}$ , se tiene la siguiente relación entre los coeficientes de Poisson y el módulo de elasticidad:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (3.111)$$

Sin suma de índices

La matriz de rigidez se obtiene por inversión de la matriz de elasticidad y se escribe en los ejes de ortotropía de la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

Donde:

$$\left. \begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta} E_1 \\
 C_{12} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{23}\nu_{31}}{\Delta} E_1 \\
 C_{13} &= \frac{\nu_{31} + \nu_{32}\nu_{21}}{\Delta} E_1 \\
 C_{21} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{13}\nu_{32}}{\Delta} E_2 \\
 C_{22} &= \frac{1 - \nu_{31}\nu_{13}}{\Delta} E_2 \\
 C_{23} &= \frac{\nu_{32} + \nu_{31}\nu_{12}}{\Delta} E_2 \\
 C_{31} &= \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{\Delta} E_3 \\
 C_{32} &= \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{\Delta} E_3 \\
 C_{33} &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\Delta} E_3 \\
 C_{44} &= G_{23} \\
 C_{55} &= G_{31} \\
 C_{66} &= G_{21}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.113)$$

Con:

$$\Delta = 1 - 2\nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} \quad (3.114)$$

*Determinación experimental de los componentes de la matriz de elasticidad*

La ecuación general constitutiva de la elasticidad, que describe el comportamiento elástico de la madera, en términos de deformación-esfuerzo ecuación (3.18):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.18)$$

Con:  $i, j, k \in \{1, 2, 3\}$ .

Requiere de la evaluación experimental de las constantes elásticas E y  $\nu$  para su correcta interpretación.

Igualmente, la ecuación (3.18), para la madera idealizada como un sólido elástico, homogéneo y de medio continuo con simetrías materiales y elásticas ortotrópicas, está dada en notación matricial por:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

Con notación reducida de índices.

Las constantes de elasticidad  $S_{ij}$  en la ecuación (3.91), pueden ser expresadas como una función de los módulos de elasticidad  $E_i$ , de los módulos de rigidez  $G_{ij}$  y de los coeficientes de Poisson  $\nu_{ij}$ .

Estas constantes y características elásticas de la madera se pueden determinar experimentalmente empleando procedimientos empíricos, ver por ejemplo: International Organization for Standardization, (1975a y 1975b) y Bodig y Jayne (1982).

En la investigación, se representa un experimento que permite determinar hipotéticamente estas constantes y las características de la madera.

La Figura 3.09a, idealiza un volumen elemental de materia dimensionado y orientado en el referencial  $0, x_1, x_2, x_3$ , en el cual las direcciones de ortotropía de la madera R, T, L coinciden.

Si al volumen elemental de la Figura 3.19a, se le aplica una sollicitación de tensión en la dirección  $x_1$ , y se respetan los postulados de la Teoría de la elasticidad, se producen tres deformaciones normales  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ , tal como se ilustra en la Figura 3.19b.

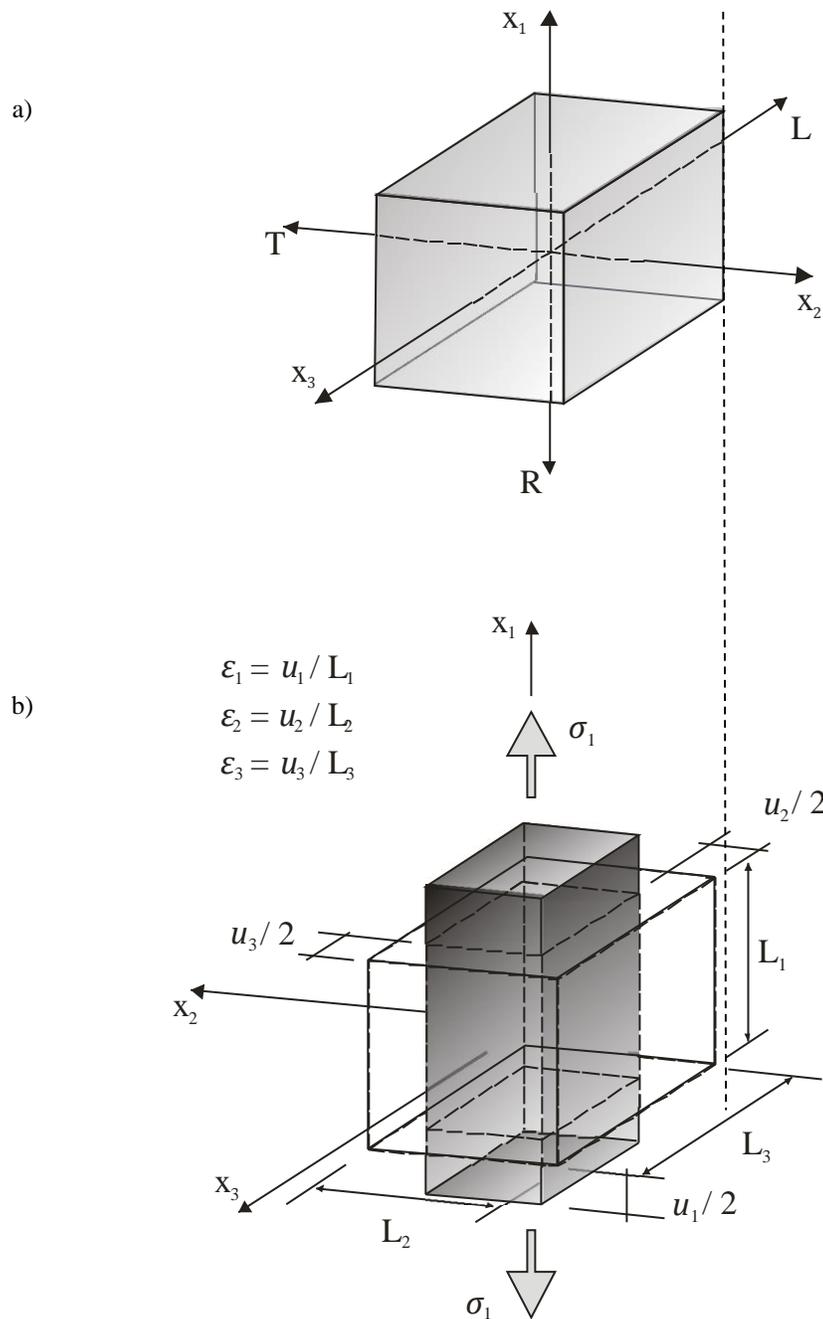


Figura 3.09. a) Sistema de ejes  $x_1, x_2, x_3$ , asociado a las direcciones L, R, T. b) Volumen elemental deformado en  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ , causadas por la sollicitación en tensión en la dirección  $x_1$  (Adaptación de Jayne, 1972).

Durante el proceso de deformación del volumen elemental, se obtienen los diagramas deformación-esfuerzo:  $\varepsilon_1$  vs.  $\sigma_1$ ,  $\varepsilon_2$  vs.  $\sigma_1$ ,  $\varepsilon_3$  vs.  $\sigma_1$ , representadas en la Figura 3.10a. Estos diagramas muestran las pendientes de las tangentes de las curvas, las cuales son definidas por  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  y  $S_{33}$  respectivamente (Figura 3.10b).

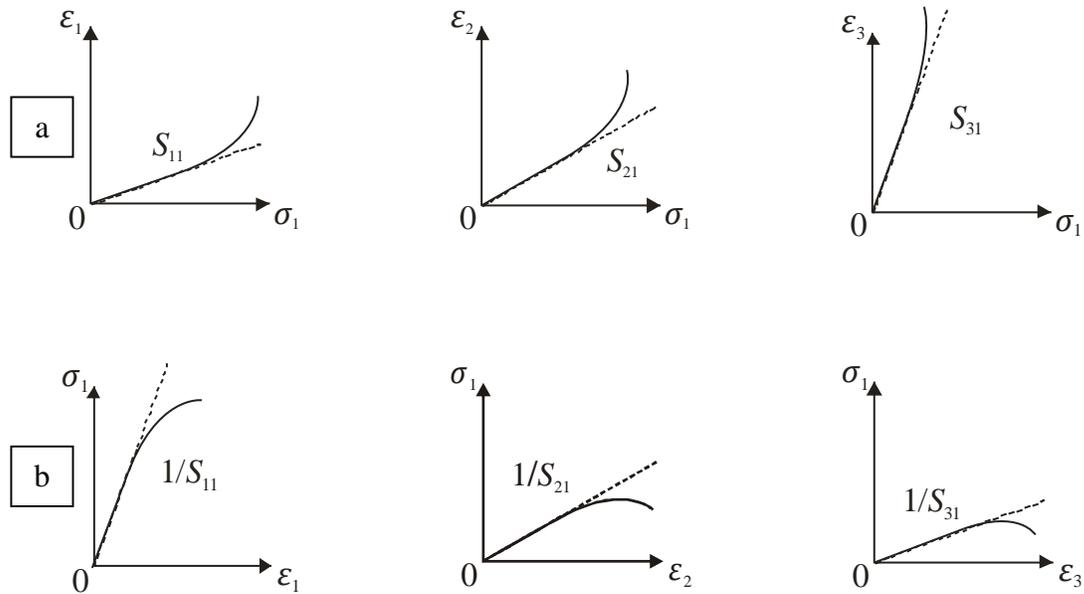


Figura 3.10. Diagramas: a) esfuerzo-deformación; b) deformación-esfuerzo. Solicitación en la dirección  $x_1$  (Adaptación de Jayne, 1972).

Visto desde otra perspectiva, se pueden interpretar los diagramas esfuerzo-deformación  $\sigma_1$  vs.  $\varepsilon_1$ ,  $\sigma_1$  vs.  $\varepsilon_2$ ,  $\sigma_1$  vs.  $\varepsilon_3$ , los cuales se muestran en la Figura 3.10b, y de esta manera las líneas tangentes de las curvas definen los recíprocos  $1/S_{11}$ ,  $1/S_{22}$  y  $1/S_{31}$ .

De este experimento, se pueden escribir tres ecuaciones deformación-esfuerzo correspondientes a las direcciones  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , anotadas 1, 2, 3:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11} \sigma_1 \\ \varepsilon_2 &= S_{21} \sigma_1 \\ \varepsilon_3 &= S_{31} \sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.115)$$

Las constantes  $S_{11}$ ,  $S_{21}$  y  $S_{31}$  son llamadas *constantes de elasticidad*.

La primera igualdad de la ecuación (3.115) explica que la aplicación de un esfuerzo  $\sigma_1$  produce una deformación  $\varepsilon_1$ , cuya magnitud está dada por el producto  $S_{11}\sigma_1$ . De manera similar el esfuerzo  $\sigma_1$ , también produce la deformación  $\varepsilon_2$  cuya magnitud está dada por el producto  $S_{21}\sigma_1$ . Finalmente, la magnitud  $\varepsilon_3$  es dada por el producto  $S_{31}\sigma_1$ .

Definiendo el esfuerzo unitario y la deformación como:

$$\sigma = \frac{\Delta f}{\Delta A} \quad (3.116)$$

y

$$\varepsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (3.117)$$

Donde:

$f$  = Fuerza aplicada en la dirección  $x$  (N).

$A$  = Área transversal a la dirección de la fuerza  $f$  (m<sup>2</sup>).

$\Delta u$  = Desplazamiento en la dirección  $x$  (m).

$x$  = Dimensión (m).

Y substituyendo las definiciones (3.116) y (3.117), en la primera igualdad de la ecuación 3.115, se obtiene:

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = S_{11} \frac{\Delta f}{\Delta A} \quad (3.118)$$

Y reacomodando términos se llega a:

$$\Delta f = \left( \frac{\Delta A}{S_{11}\Delta x} \right) \Delta u \quad (3.119)$$

Comparando la ecuación (3.119) con la expresión simplificada de la ley de Hooke:

$$\varepsilon = k \sigma \quad (3.120)$$

Donde:

$k$  = Constante de proporcionalidad elástica.

Y utilizando las definiciones (3.116) y (3.117) se obtiene:

$$k = \frac{\Delta A}{S_{11} \Delta x} \quad (3.121)$$

o:

$$S_{11} = \frac{\Delta A}{k \Delta x} \quad (3.122)$$

De esta forma, la constante de elasticidad  $S_{11}$  puede ser calculada a partir de la pendiente del dominio lineal del diagrama deformación-esfuerzo. Las otras constantes de elasticidad  $S_{21}$  y  $S_{31}$  se pueden calcular de manera similar.

Si al volumen elemental de materia se le aplica un esfuerzo normal  $\sigma_2$  en ausencia de otros esfuerzos, se producen igualmente tres deformaciones normales  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ , pero con magnitudes diferentes a las obtenidas anteriormente.

De este segundo experimento, se pueden obtener tres ecuaciones deformación-esfuerzo:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{12} \sigma_2 \\ \varepsilon_2 &= S_{22} \sigma_2 \\ \varepsilon_3 &= S_{32} \sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.123)$$

Las constantes  $S_{12}$ ,  $S_{22}$  y  $S_{32}$  son las pendientes lineales de los tres diagramas deformación-esfuerzo presentados en la Figura 3.11a, y los diagramas esfuerzo-deformación en la Figura 3.11b.

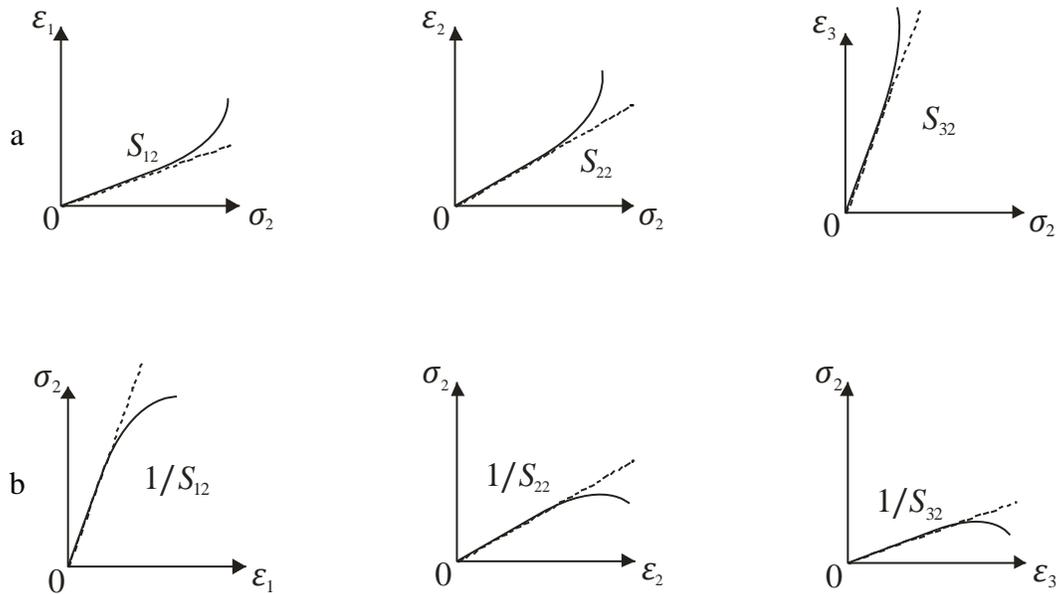


Figura 3.11. Diagramas: a) esfuerzo-deformación; b) deformación-esfuerzo. Solicitación en la dirección  $x_2$  (Adaptación Jayne, 1972).

En el mismo contexto y realizando un tercer experimento y aplicación un solo esfuerzo  $\sigma_3$ , resulta en el conjunto de ecuaciones similares a las relaciones 3.115 y 3.123:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{13} \sigma_3 \\ \varepsilon_2 &= S_{23} \sigma_3 \\ \varepsilon_3 &= S_{33} \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.124)$$

Como resultado, la deformación total, producto de la aplicación simultánea de los tres esfuerzos normales  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , es obtenida adicionando las contribuciones ocasionadas por cada esfuerzo. Agrupando las ecuaciones 3.115, 3.123 y 3.124 se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11} \sigma_1 + S_{12} \sigma_2 + S_{13} \sigma_3 \\ \varepsilon_2 &= S_{21} \sigma_1 + S_{22} \sigma_2 + S_{23} \sigma_3 \\ \varepsilon_3 &= S_{31} \sigma_1 + S_{32} \sigma_2 + S_{33} \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.125)$$

Procediendo con un cuarto experimento, si una sollicitación de tipo cortante  $\sigma_4$  la cual crea un esfuerzo cortante en el plano 2-3 de la Figura 3.12a, se observa que únicamente se produce la deformación cortante  $\varepsilon_4$ , y su magnitud está dada por:

$$\varepsilon_4 = S_{44} \sigma_4 \quad (3.126)$$

De esta forma la constante elástica  $S_{44}$  se obtiene del diagrama deformación-esfuerzo presentado en la Figura 3.12b.

De manera similar la aplicación de un solo esfuerzo cortante  $\sigma_5$  en el plano 1-3 de la Figura 3.12c, resulta en una deformación cortante simple asociada al mismo plano del esfuerzo cortante (Figura 3.12d). El esfuerzo  $\sigma_5$  viene dado por:

$$\varepsilon_5 = S_{55} \sigma_5 \quad (3.127)$$

Procediendo de manera análoga, el esfuerzo cortante  $\sigma_6$  en el plano 1-2 de la Figura 3.12e es:

$$\varepsilon_6 = S_{66} \sigma_6 \quad (3.128)$$

Utilizando los argumentos anteriores, las constantes elásticas  $S_{55}$  y  $S_{66}$  se obtienen de las pendientes lineales de las curvas deformación-esfuerzo (Figuras 3.12d y 3.12e). Agrupando las ecuaciones 3.126, 3.127 y 3.128 se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_4 &= S_{44} \sigma_4 \\ \varepsilon_5 &= S_{55} \sigma_5 \\ \varepsilon_6 &= S_{66} \sigma_6 \end{aligned} \right\} \quad (3.129)$$

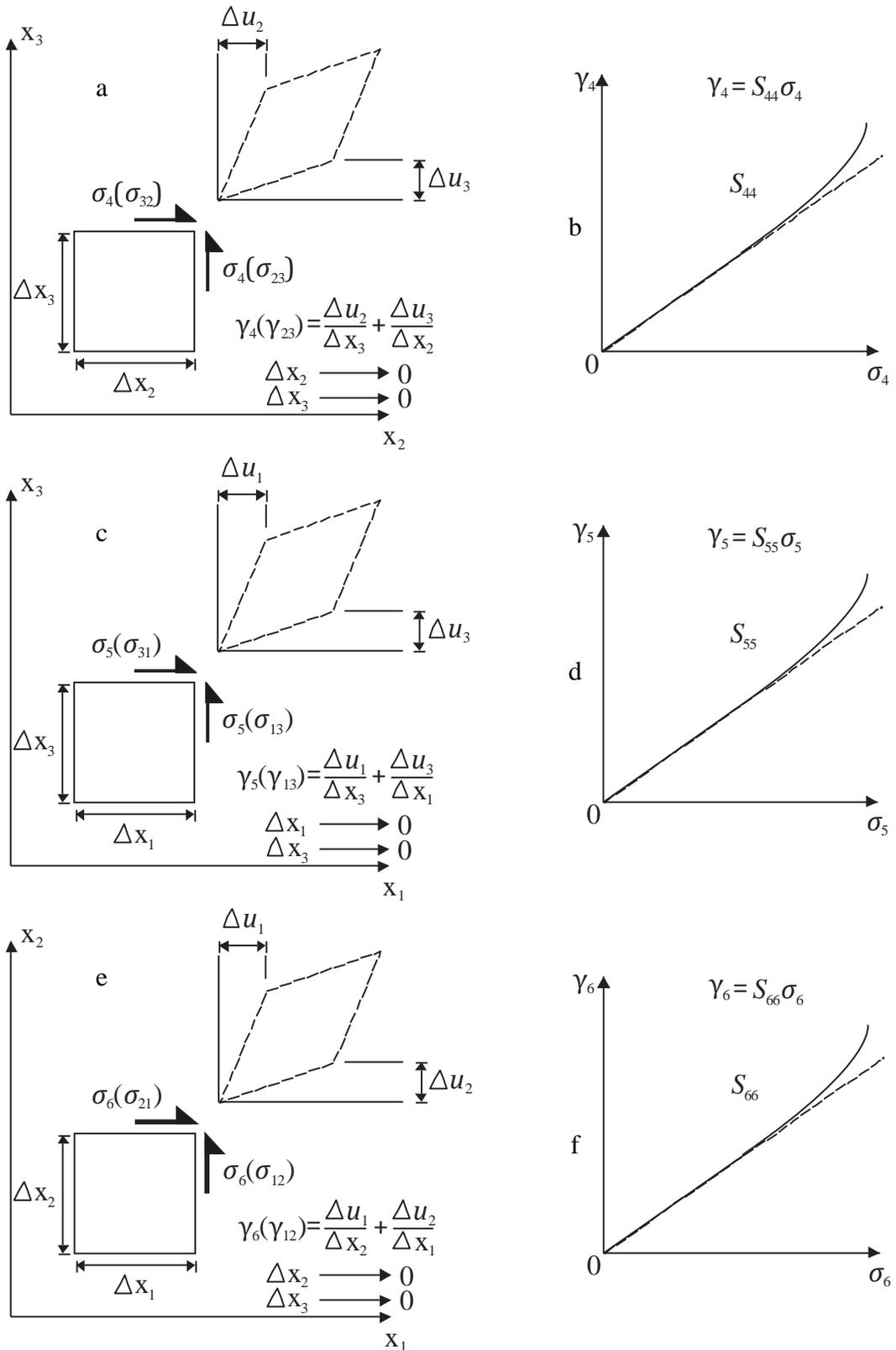


Figura 3.12. a), c), e) Deformaciones cortantes simples; b), d), f) Diagramas deformación-esfuerzo (Adaptado de Jayne, 1972).

De la expresión 3.129, se puede concluir que la aplicación de un esfuerzo cortante, en un material ortotrópico, resulta en una deformación cortante simple actuando en el mismo plano del esfuerzo.

Agrupando las ecuaciones 3.125 y 3.129, la ley de Hooke (ecuación 3.120) para un material ortotrópico, puede ser establecida en un formato matricial:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

La expresión 3.130 puede ser representada en forma matricial por:

$$[\varepsilon] = [S] [\sigma] \quad (3.131)$$

Donde:

$[\varepsilon]$  = Matriz de deformaciones.

$[S]$  = Matriz de elasticidad.

$[\sigma]$  = Matriz de esfuerzos.

#### *Simetría de la matriz de elasticidad*

Para explicar el comportamiento elástico de un material ortotrópico son necesarias doce constantes elásticas  $S_{ij}$ . Sin embargo introduciendo el concepto de un valor constante para la energía de deformación almacenada durante un proceso deformación-esfuerzo, la caracterización elástica de un material ortotrópico puede ser simplificada. Si se demuestra que la matriz de elasticidad  $[S]$  es simétrica, solo son necesarias nueve constantes elásticas.

A manera de hipótesis, se propone que cuando en un cuerpo ortotrópico actúa un sistema simple de esfuerzos, la energía de deformación es almacenada. Esta energía de deformación es una cantidad única e independiente de la secuencia de aplicación de los esfuerzos.

La energía  $\Phi$  puede ser descrita como una fuerza  $f$  actuando a través de un desplazamiento  $\Delta u$ :

$$\Phi = f \Delta u \quad (3.132)$$

Dado que el esfuerzo es igual a la fuerza dividida por el área (ecuación 3.116):

$$\sigma = \frac{\Delta f}{\Delta A} \quad (3.116)$$

y la deformación es el cambio de dimensión dividido por la dimensión original (ecuación 3.117)

$$\varepsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (3.117)$$

El producto del esfuerzo por la deformación es:

$$\sigma \varepsilon = \frac{\Delta f}{\Delta A} \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (3.133a)$$

es decir:

$$\Phi = \frac{f \Delta u}{A \Delta x} \quad (3.133b)$$

Finalmente se obtiene:

$$\sigma \varepsilon = \frac{f \Delta u}{\Delta V} \quad (3.133c)$$

De la ecuación 3.133c se deduce que el producto esfuerzo por deformación  $\sigma \varepsilon$ , es igual a la energía de deformación  $\Phi = \int \Delta u$  por unidad de volumen  $\Delta V$ .

Usando el resultado de la ecuación 3.133c, para un material ortotrópico, todas las expresiones pueden ser explicadas en términos de energía por unidad de volumen.

Retomando las proposiciones referentes al volumen elemental de materia dimensionado y orientado en el referencial 0,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , el cual coincide con las direcciones de los ejes de ortotropía (ver Figura 3.09), si el esfuerzo  $\sigma_1$  es aplicado en condición casi estática, la deformación  $\varepsilon_1$  es dada por:

$$\varepsilon_1 = S_{11} \sigma_1 \quad (3.134)$$

Además, la energía de deformación  $\Phi(1)$ , almacenada en el volumen elemental es el área comprendida bajo el diagrama esfuerzo-deformación mostrado en la Figura 3.13a:

$$\Phi(1) = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 \quad (3.135)$$

Substituyendo la ecuación (3.134), para la deformación en la ecuación (3.135), se obtiene:

$$\Phi(1) = \frac{1}{2} S_{11} \sigma_1^2 \quad (3.136)$$

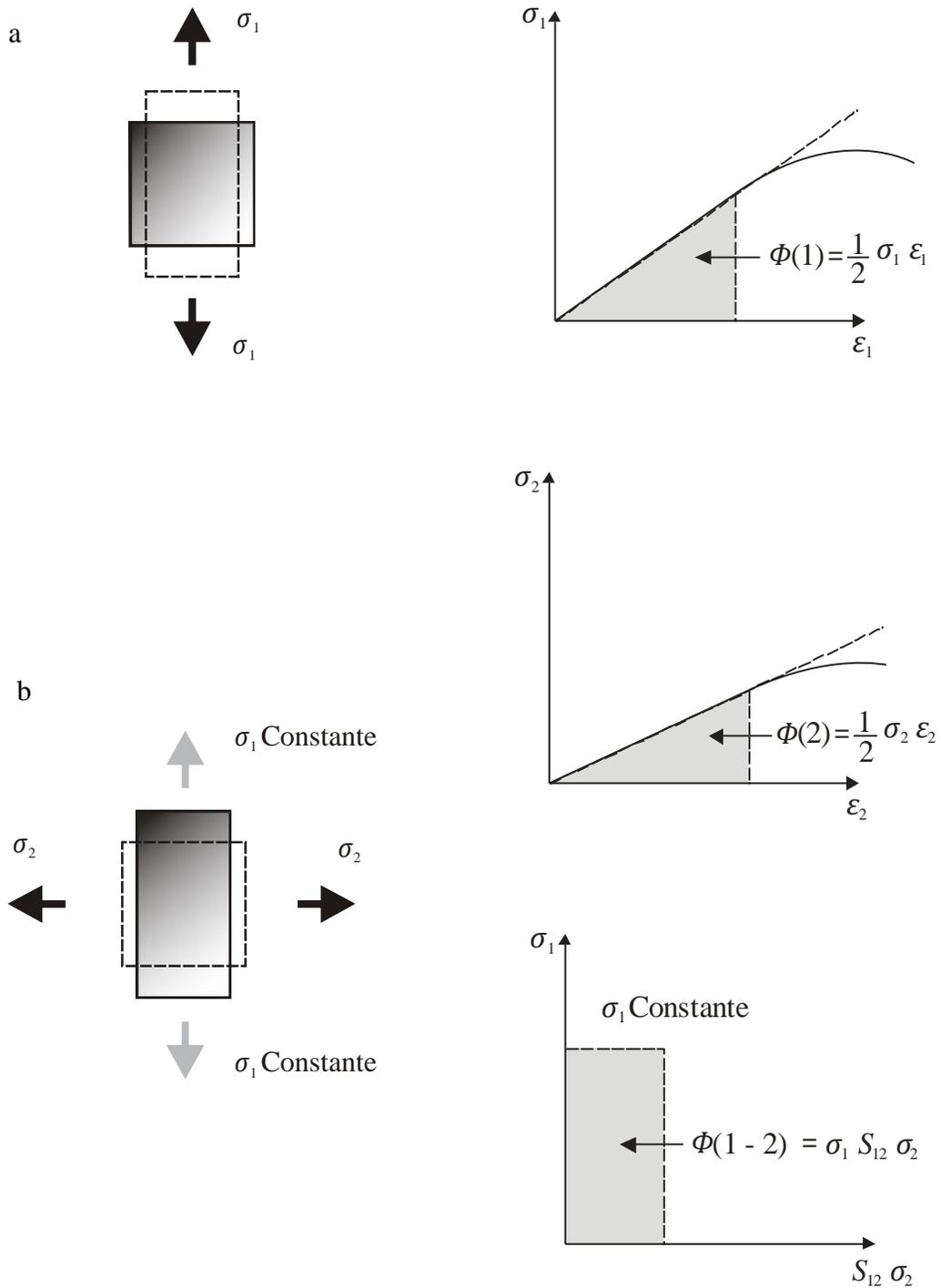


Figura 3.13. Primera carga. a) Solicitación inicial aplicada y energía de deformación almacenada. b) Solicitación agregada y energía de deformación acumulada (Adaptado de Jayne, 1972).

Si se aplica a continuación el esfuerzo  $\sigma_2$  en el mismo volumen elemental mientras que el esfuerzo  $\sigma_1$  es mantenido, las deformaciones  $\varepsilon_2$  y  $\varepsilon_1$  están dadas por:

$$\varepsilon_1 = S_{12} \sigma_2 \quad (3.137)$$

$$\varepsilon_2 = S_{22} \sigma_2 \quad (3.138)$$

Por lo tanto la energía de deformación  $\Phi(2)$  está dada por:

$$\Phi(2) = \frac{1}{2} \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_1 \varepsilon_1 \quad (3.139)$$

El primer término en la ecuación (3.139), es similar a la ecuación (3.135), y representa el área comprendida bajo el diagrama esfuerzo-deformación mostrado en la Figura 3.13b.

Dado que el esfuerzo  $\sigma_1$  es mantenido constante durante la aplicación del esfuerzo  $\sigma_2$ , una cantidad adicional de energía de deformación es almacenada en el volumen en estudio. Esta cantidad está representada en el segundo término  $\sigma_1 \varepsilon_1$  de la ecuación (3.139).

Substituyendo las ecuaciones (3.137) y (3.138) en la expresión (3.139) resulta en:

$$\Phi(2) = \frac{1}{2} S_{22} \sigma_2^2 + S_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad (3.140)$$

La energía total almacenada en el volumen elemental después de aplicar los esfuerzos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  es el resultado de la adición de las ecuaciones (3.136) y (3.140):

$$\Phi(1 - 2) = \frac{1}{2} S_{11} \sigma_1^2 + \frac{1}{2} S_{22} \sigma_2^2 + S_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad (3.141)$$

Si se remueven ambos esfuerzos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  y se aplican nuevamente en orden inverso, es decir primero  $\sigma_2$  seguido por  $\sigma_1$ , como se ilustra en la Figura 3.14a.

La aplicación de  $\sigma_2$  resulta en la deformación  $\varepsilon_2$ :

$$\varepsilon_2 = S_{22} \sigma_2 \quad (3.138)$$

Por consiguiente, la energía de deformación almacenada es:

$$\Phi(3) = \frac{1}{2} \sigma_2 \varepsilon_2 \quad (3.142)$$

Substituyendo la ecuación (3.138), para la deformación en la ecuación (3.142), se obtiene:

$$\Phi(3) = \frac{1}{2} S_{22} \sigma_2^2 \quad (3.143)$$

Si se aplica ahora el esfuerzo  $\sigma_1$  mientras se mantiene aplicado y constante el esfuerzo  $\sigma_2$  se obtienen con esta secuencia de carga las deformaciones  $\varepsilon_2$  y  $\varepsilon_1$  que están dadas por:

$$\varepsilon_1 = S_{11} \sigma_1 \quad (3.144)$$

$$\varepsilon_2 = S_{21} \sigma_1 \quad (3.145)$$

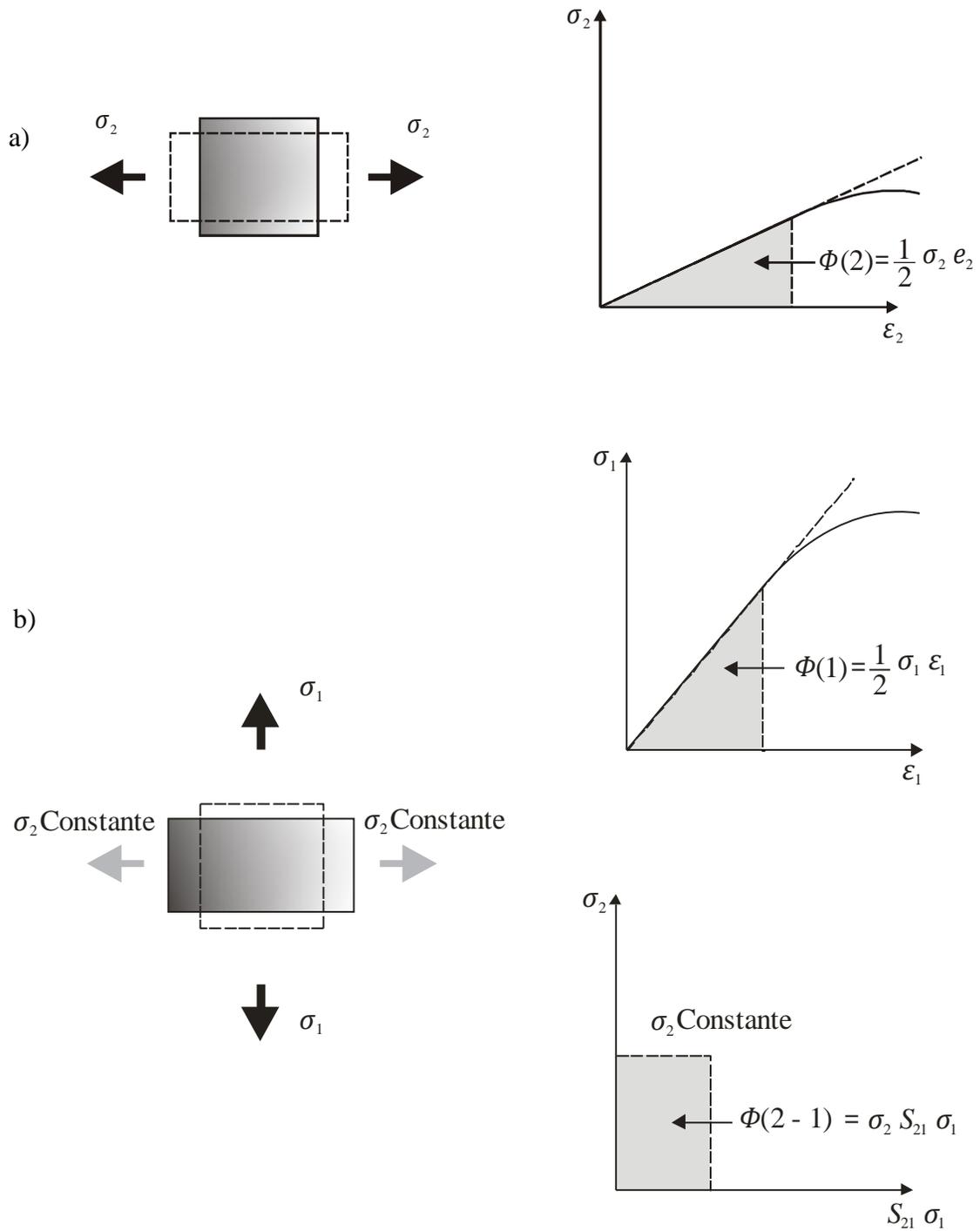


Figura 3.14. Segunda carga. a) Solicitación inicial aplicada y energía de deformación almacenada. b) Solicitación agregada y energía de deformación acumulada (Adaptado de Jayne, 1972).

La energía de deformación  $\Phi(4)$  almacenada es:

$$\Phi(4) = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 \quad (3.146)$$

De manera análoga a la ecuación (3.139), el primer término en la ecuación (3.146) representa el área bajo el diagrama esfuerzo-deformación mostrado en la Figura 3.14a.

El segundo término en la ecuación (3.146) resulta de la combinación del esfuerzo  $\sigma_2$  mantenido constante en su valor final durante el tiempo en el cual la deformación  $\varepsilon_2$  es inducida.

Substituyendo las ecuaciones (3.144) y (3.145) en la ecuación (3.146) resulta:

$$\Phi(4) = \frac{1}{2} S_{11} \sigma_1^2 + S_{21} \sigma_1 \sigma_2 \quad (3.147)$$

La energía de deformación total almacenada por esta secuencia en la aplicación del esfuerzo  $\sigma_2$  seguida por la aplicación de  $\sigma_1$  es la suma de las ecuaciones (3.143) y (3.147):

$$\Phi(2 - 1) = \Phi(3) + \Phi(4) \quad (3.148)$$

Es decir:

$$\Phi(2 - 1) = \frac{1}{2} S_{22} \sigma_2^2 + \frac{1}{2} S_{11} \sigma_1^2 + S_{21} \sigma_1 \sigma_2 \quad (3.149)$$

Dado que la energía de deformación almacenada en el volumen elemental de materia debe ser una cantidad única independientemente de la secuencia de aplicación de los esfuerzos, las ecuaciones (3.141) y (3.149) deben ser equivalentes:

$$\Phi(1 - 2) = \Phi(2 - 1) \quad (3.150)$$

Es decir:

$$\frac{1}{2} S_{11} \sigma_1^2 + \frac{1}{2} S_{22} \sigma_2^2 + S_{12} \sigma_1 \sigma_2 = \frac{1}{2} S_{22} \sigma_2^2 + \frac{1}{2} S_{11} \sigma_1^2 + S_{21} \sigma_1 \sigma_2 \quad (3.151)$$

Simplificando términos de la ecuación (3.151) se obtiene la simetría de las constantes elásticas:

$$S_{12} = S_{21} \quad (3.152)$$

Si se realiza un experimento similar al anterior, pero en el cual los esfuerzos  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  son aplicados en un orden y después en un orden inverso, se puede demostrar la simetría:

$$S_{13} = S_{31} \quad (3.153)$$

Finalmente, aplicando primero el esfuerzo  $\sigma_2$ , seguido del esfuerzo  $\sigma_3$  y en una sollicitación posterior, se aplica primero el esfuerzo  $\sigma_3$  y después el esfuerzo  $\sigma_2$ , se puede demostrar que:

$$S_{23} = S_{32} \quad (3.154)$$

A manera de corolario, los resultados de los experimentos anteriores proveen el sistema de simetría de las constantes elásticas para un material ortotrópico:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (3.155)$$

Este resultado es de utilidad para reducir el número de constantes necesarias para la caracterización de un material ortotrópico, como lo es la madera.

#### *Constantes elásticas de Ingeniería*

En su forma más simple, la ley de Hooke se expresa en términos de las constantes de rigidez  $C_{ijkl}$  o de elasticidad  $S_{ijkl}$ . Sin embargo el comportamiento elástico de los materiales

se especifica en términos de las llamadas constantes elásticas de Ingeniería. A saber, los módulos de elasticidad, los de rigidez y los coeficientes de Poisson.

Un material ortotrópico es caracterizado por doce constantes de elasticidad. Tres de ellas significan la relación entre el esfuerzo normal y la deformación normal en las direcciones principales de ortotropía. Otras tres constantes expresan el cociente entre el esfuerzo cortante y la deformación resultante en los planos ortotrópicos.

Cada uno de estos módulos es determinado por la aplicación de un esfuerzo simple  $\sigma_i$ , durante la cual, la deformación simple  $\varepsilon_i$  es medida. Es decir, estos parámetros significan las pendientes de los diagramas esfuerzo-deformación, ilustrados en las Figuras 3.13 a la 3.15.

En forma explícita, los tres parámetros derivados de las deformaciones de extensión simple son:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} &= E_1 \\ \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} &= E_2 \\ \frac{\sigma_3}{\varepsilon_3} &= E_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.156)$$

Donde:

$E_i$  = Módulo de elasticidad (MPa).

Y los tres parámetros que resultan de las deformaciones angulares son:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_4}{\varepsilon_4} &= G_{44} \\ \frac{\sigma_5}{\varepsilon_5} &= G_{55} \\ \frac{\sigma_6}{\varepsilon_6} &= G_{66} \end{aligned} \right\} \quad (3.157)$$

Donde:

$G_i$  = Módulo de rigidez (MPa).

La comparación de las ecuaciones (3.156) y (3.157) con las ecuaciones (3.115), (3.123) y (3.129):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11} \sigma_1 \\ \varepsilon_2 &= S_{21} \sigma_1 \\ \varepsilon_3 &= S_{31} \sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.115)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{12} \sigma_2 \\ \varepsilon_2 &= S_{22} \sigma_2 \\ \varepsilon_3 &= S_{32} \sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.123)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_4 &= S_{44} \sigma_4 \\ \varepsilon_5 &= S_{55} \sigma_5 \\ \varepsilon_6 &= S_{66} \sigma_6 \end{aligned} \right\} \quad (3.129)$$

Lleva a las igualdades:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{S_{11}} \\ E_2 &= \frac{1}{S_{22}} \\ E_3 &= \frac{1}{S_{33}} \end{aligned} \right\} \quad (3.158)$$

y

$$\left. \begin{aligned} G_{44} &= \frac{1}{S_{44}} \\ G_{55} &= \frac{1}{S_{55}} \\ G_{66} &= \frac{1}{S_{66}} \end{aligned} \right\} \quad (3.159)$$

Es decir, las características elásticas son los valores recíprocos de las constantes elásticas de la diagonal principal de la matriz de elasticidad:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (3.160)$$

Por otra parte, el coeficiente de Poisson se define como la relación de la deformación indirecta a una deformación aplicada. Los materiales ortotrópico exhiben seis coeficientes.

De acuerdo con la ecuación (3.115):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11} \sigma_1 \\ \varepsilon_2 &= S_{21} \sigma_1 \\ \varepsilon_3 &= S_{31} \sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.115)$$

Con la aplicación del esfuerzo  $\sigma_1$ , se pueden definir dos coeficientes de Poisson. Estos parámetros son los cocientes de las dos deformaciones inducidas  $\varepsilon_2$  y  $\varepsilon_3$  en relación a la deformación  $\varepsilon_1$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} &= -\nu_{12} \\ \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} &= -\nu_{13} \end{aligned} \right\} \quad (3.161)$$

Substituyendo la ecuación (3.115) en (3.161), se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} -v_{12} &= \frac{S_{21}}{S_{11}} \\ -v_{13} &= \frac{S_{31}}{S_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (3.162)$$

Continuando con el mismo procedimiento, la aplicación única del esfuerzo  $\sigma_2$ , produce las dadas por la ecuación (3.123):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{12} \sigma_2 \\ \varepsilon_2 &= S_{22} \sigma_2 \\ \varepsilon_3 &= S_{32} \sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.123)$$

De esta manera se forman dos cocientes inducidos por las deformaciones aplicadas:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} &= -v_{21} \\ \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} &= -v_{23} \end{aligned} \right\} \quad (3.163)$$

Substituyendo la ecuación (3.123) en (3.163), se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} -v_{21} &= \frac{S_{12}}{S_{22}} \\ -v_{23} &= \frac{S_{32}}{S_{22}} \end{aligned} \right\} \quad (3.164)$$

Finalmente, la aplicación del esfuerzo  $\sigma_3$ , resulta en las tres deformaciones normales dadas por la ecuación (3.129):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_4 &= S_{44} \sigma_4 \\ \varepsilon_5 &= S_{55} \sigma_5 \\ \varepsilon_6 &= S_{66} \sigma_6 \end{aligned} \right\} \quad (3.129)$$

Formando los coeficientes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} &= -\nu_{31} \\ \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} &= -\nu_{32} \end{aligned} \right\} \quad (3.165)$$

Substituyendo la ecuación (3.129) en (3.165), se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} -\nu_{31} &= \frac{S_{13}}{S_{33}} \\ -\nu_{32} &= \frac{S_{23}}{S_{33}} \end{aligned} \right\} \quad (3.166)$$

Las ecuaciones (3.162), (3.164) y (3.166) definen las ecuaciones de los coeficientes de Poisson en términos de las constantes elásticas  $S_{ij}$ .

Substituyendo los tres módulos de elasticidad propuestos en la ecuación (3.158):

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{S_{11}} \\ E_2 &= \frac{1}{S_{22}} \\ E_3 &= \frac{1}{S_{33}} \end{aligned} \right\} \quad (3.158)$$

Y los tres módulos de rigidez definidos en la ecuación (3.159):

$$\left. \begin{aligned} G_{44} &= \frac{1}{S_{44}} \\ G_{55} &= \frac{1}{S_{55}} \\ G_{66} &= \frac{1}{S_{66}} \end{aligned} \right\} \quad (3.159)$$

Se pueden establecer las siguientes igualdades:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= \frac{-\nu_{21}}{E_2} \\ S_{13} &= \frac{-\nu_{31}}{E_3} \\ S_{23} &= \frac{-\nu_{32}}{E_3} \\ S_{21} &= \frac{-\nu_{12}}{E_1} \\ S_{31} &= \frac{-\nu_{13}}{E_1} \\ S_{32} &= \frac{-\nu_{23}}{E_2} \end{aligned} \right\} \quad (3.167)$$

Con ayuda de las ecuaciones (3.155), (3.158) y (3.159) todos los coeficientes de elasticidad  $S_{ij}$ , pueden ser expresados en términos de las constantes elásticas de Ingeniería.

De esta forma, la ley de Hooke para un material ortotrópico expresada con los componentes de la ecuación (3.130):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (3.155)$$

Puede ser definida en términos de las constantes elásticas de Ingeniería:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{44}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{55}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{66}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (3.168)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\nu_{21}}{E_2} &= \frac{-\nu_{12}}{E_1} \\ \frac{-\nu_{31}}{E_3} &= \frac{-\nu_{13}}{E_1} \\ \frac{-\nu_{32}}{E_3} &= \frac{-\nu_{23}}{E_2} \end{aligned} \right\} \quad (3.169)$$

### *Características elásticas de Ingeniería*

La aplicación más simple de la Teoría de elasticidad a la caracterización de materiales es utilizando la Ley de Hooke en términos de las constantes de rigidez  $C_{ijkl}$  y de elasticidad  $S_{ijkl}$ . En la práctica, el comportamiento elástico de la madera se especifica en términos de los llamados coeficientes o características elásticas de Ingeniería, las cuales están relacionadas con las constantes  $C_{ijkl}$  y  $S_{ijkl}$ .

Un material ortotrópico es caracterizado por seis módulos. Tres de ellos son las relaciones entre un esfuerzo normal y su correspondiente deformación en las tres principales direcciones de ortotropía. Los otros tres módulos llamados de rigidez, son las relaciones entre el esfuerzo cortante y su correspondiente deformación angular en los planos de ortotropía.

Cada uno de ellos es determinado por la aplicación de un esfuerzo simple  $\sigma_i$ , durante el cual se mide una deformación simple  $\varepsilon_i$ . Estos módulos equivalen a la pendiente del diagrama esfuerzo-deformación en el dominio elástico. Los seis módulos en términos de las coordenadas 1, 2, 3 correspondientes a las direcciones x, y, z, (ecuaciones 3.156 y 3.157), son presentados en el sistema de ecuaciones (3.170):

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} \\ E_2 &= \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} \\ E_3 &= \frac{\sigma_3}{\varepsilon_3} \\ G_{44} &= \frac{\sigma_4}{\varepsilon_4} \\ G_{55} &= \frac{\sigma_5}{\varepsilon_5} \\ G_{66} &= \frac{\sigma_6}{\varepsilon_6} \end{aligned} \right\} \quad (3.170)$$

Los módulos  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$  son llamados módulos de Young, definidos también como módulos de elasticidad. Los módulos  $G_{44}$ ,  $G_{55}$  y  $G_{66}$  son llamados módulos cortantes definidos también como módulos de rigidez.

Retomando las relaciones (3.115), (3.124) y (3.129):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11} \sigma_1 \\ \varepsilon_2 &= S_{21} \sigma_1 \\ \varepsilon_3 &= S_{31} \sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.115)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{13} \sigma_3 \\ \varepsilon_2 &= S_{23} \sigma_3 \\ \varepsilon_3 &= S_{33} \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.124)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_4 &= S_{44} \sigma_4 \\ \varepsilon_5 &= S_{55} \sigma_5 \\ \varepsilon_6 &= S_{66} \sigma_6 \end{aligned} \right\} \quad (3.129)$$

y comparándolos con el sistema (3.170) se llega a:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{S_{11}} \\ E_2 &= \frac{1}{S_{22}} \\ E_3 &= \frac{1}{S_{33}} \\ G_{44} &= \frac{1}{S_{44}} \\ G_{55} &= \frac{1}{S_{55}} \\ G_{66} &= \frac{1}{S_{66}} \end{aligned} \right\} \quad (3.171)$$

De donde se deduce que los módulos de elasticidad y de rigidez son equivalentes a los valores recíprocos de las constantes elásticas de la diagonal principal de la matriz  $S$ .

El coeficiente de Poisson se define como el cociente entre la deformación indirecta a una deformación aplicada. Un material ortotrópico muestra seis coeficientes de Poisson de los cuales tres son independientes.

Con la aplicación del esfuerzo  $\sigma_1$ , se producen tres deformaciones explicadas por la ecuación (3.115).

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11} \sigma_1 \\ \varepsilon_2 &= S_{21} \sigma_1 \\ \varepsilon_3 &= S_{31} \sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.115)$$

Utilizando este sistema (ecuación 3.115), se pueden definir dos coeficientes de Poisson como la relación de las deformaciones inducidas  $\varepsilon_2$  y  $\varepsilon_3$  correspondientes a la deformación  $\varepsilon_1$ :

$$\left. \begin{aligned} -v_{12} &= \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \\ -v_{13} &= \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \end{aligned} \right\} \quad (3.172)$$

Substituyendo del mismo modo en la ecuación (3.115), se tiene:

$$\left. \begin{aligned} -v_{12} &= \frac{S_{21}}{S_{11}} \\ -v_{13} &= \frac{S_{31}}{S_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (3.173)$$

Con la aplicación del esfuerzo  $\sigma_2$ , se producen tres deformaciones explicadas por la ecuación (3.123).

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{12} \sigma_2 \\ \varepsilon_2 &= S_{22} \sigma_2 \\ \varepsilon_3 &= S_{32} \sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.123)$$

Se pueden formar los cocientes inducidos por las deformaciones aplicadas:

$$\left. \begin{aligned} -v_{21} &= \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \\ -v_{23} &= \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \end{aligned} \right\} \quad (3.174)$$

Y substituyendo de la ecuación (3.124) resulta:

$$\left. \begin{aligned} -v_{21} &= \frac{S_{12}}{S_{22}} \\ -v_{23} &= \frac{S_{32}}{S_{22}} \end{aligned} \right\} \quad (3.175)$$

Finalmente aplicando únicamente el esfuerzo  $\sigma_3$  resultan tres deformaciones normales dadas por la ecuación (3.124)

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{13} \sigma_3 \\ \varepsilon_2 &= S_{23} \sigma_3 \\ \varepsilon_3 &= S_{33} \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.124)$$

Se forman los coeficientes:

$$\left. \begin{aligned} -\nu_{31} &= \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \\ -\nu_{32} &= \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \end{aligned} \right\} \quad (3.176)$$

Y substituyendo de la ecuación (3.124) se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} -\nu_{31} &= \frac{S_{13}}{S_{33}} \\ -\nu_{32} &= \frac{S_{23}}{S_{33}} \end{aligned} \right\} \quad (3.177)$$

El conjunto de las ecuaciones (3.173), (3.175) y (3.177) definen los coeficientes de Poisson en términos de las constantes elásticas  $S_{ij}$ .

Substituyendo los módulos de elasticidad dados en la ecuación (3.171), en las ecuaciones (3.173), (3.175) y (3.176), se puede establecer el sistema equivalente a la ecuación (3.170):

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} \\ E_2 &= \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} \\ E_3 &= \frac{\sigma_3}{\varepsilon_3} \\ G_{44} &= \frac{\sigma_4}{\varepsilon_4} \\ G_{55} &= \frac{\sigma_5}{\varepsilon_5} \\ G_{66} &= \frac{\sigma_6}{\varepsilon_6} \end{aligned} \right\} \quad (3.178)$$

Con ayuda de las ecuaciones (3.170) y (3.178), todas las constantes de elasticidad  $S_{ij}$  pueden ser expresadas en términos de los parámetros elásticos utilizados en Ingeniería, es decir, las características elásticas.

La Ley de Hooke general para un material ortotrópico se expresa en el referencial 1, 2,3, en términos de las características elásticas con la forma de la ecuación (3.168):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{44}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{55}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{66}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (3.168)$$

Con:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\nu_{21}}{E_2} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} &= -\frac{\nu_{13}}{E_1} \\ -\frac{\nu_{32}}{E_3} &= -\frac{\nu_{23}}{E_2} \end{aligned} \right\} \quad (3.169)$$

La ecuación (3.168) es equivalente a la ecuación (3.130):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

Con:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (3.155)$$

Las ecuaciones (3.168) y (3.169), se pueden expresar en coordenadas cilíndricas:  $r, \theta, z$ :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{\theta z} \\ \varepsilon_{zr} \\ \varepsilon_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_{\theta r}}{E_\theta} & -\frac{\nu_{zr}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{r\theta}}{E_r} & \frac{1}{E_\theta} & -\frac{\nu_{z\theta}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{rz}}{E_r} & -\frac{\nu_{\theta z}}{E_\theta} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\theta z}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zr}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{r\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} \\ \sigma_{r\theta} \end{bmatrix} \quad (3.179)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\nu_{\theta r}}{E_\theta} &= \frac{-\nu_{r\theta}}{E_r} \\ \frac{-\nu_{zr}}{E_z} &= \frac{-\nu_{rz}}{E_r} \\ \frac{-\nu_{z\theta}}{E_z} &= \frac{-\nu_{\theta z}}{E_\theta} \end{aligned} \right\} \quad (3.180)$$

Las ecuaciones (3.168) y (3.169), se pueden expresar en coordenadas materiales:  $R, T, L$ :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_L \\ \varepsilon_{TL} \\ \varepsilon_{LR} \\ \varepsilon_{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_L \\ \tau_{TL} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{RT} \end{bmatrix} \quad (3.181)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\nu_{TR}}{E_T} &= \frac{-\nu_{RT}}{E_R} \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} &= \frac{-\nu_{RL}}{E_R} \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} &= \frac{-\nu_{TL}}{E_T} \end{aligned} \right\} \quad (3.182)$$

### 3.7. Variables físicas

Los valores de las características elásticas de la madera: Módulos de elasticidad, módulos de rigidez y coeficientes de Poisson, son modificados, entre otras variables físicas, principalmente por la temperatura y el contenido de humedad de la madera.

Además, las características elásticas varían en relación a la dirección de la fibra y en combinación con sus tres direcciones de ortotropía.

#### *Temperatura*

El valor de las características elásticas de la madera disminuye proporcionalmente a la temperatura y está relacionado con el contenido de humedad del material. Es decir, la temperatura y el contenido de humedad de la madera plastifican al material. Esta

proporcionalidad depende igualmente entre otros parámetros de la especie de madera y de la característica elástica de que se trate.

El fenómeno se observa preferentemente en dos dominios de temperatura. Un primer intervalo que va de 0 °C a 20 °C y un segundo intervalo que va más allá de una temperatura de 20 °C. Este comportamiento de la madera le da un carácter termoelástico al material.

La variación de la temperatura  $\Delta T$ , resulta en un campo de deformaciones definido por:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= \alpha_i \Delta T & (i = 1, 2, 3) \\ \varepsilon_i &= 0 & (i = 4, 5, 6) \end{aligned} \right\} \quad (3.183)$$

Donde:

$\alpha_i$  = Coeficiente de expansión termal en la dirección  $x_i$ .

En notación tensorial, la relación constitutiva:

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (3.184)$$

Se escribe:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= S_{ij} \sigma_j + \alpha_i \Delta T & (i, j = 1, 2, 3) \\ \varepsilon_i &= S_{ij} \sigma_j & (i, j = 4, 5, 6) \end{aligned} \right\} \quad (3.185)$$

En notación matricial, la ecuación (3.185) se escribe:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \Delta T \\ \alpha_2 \Delta T \\ \alpha_3 \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.186)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (3.187)$$

### Humedad

El valor de las características elásticas de la madera disminuye proporcionalmente al contenido de humedad de ésta. Es decir, el contenido de humedad de la madera plastifica al material. Esta proporcionalidad depende entre otros parámetros de la especie de madera y de la característica que se trate.

El fenómeno se observa preferentemente en el dominio higroscópico de la madera, es decir, en el intervalo que va del estado anhidro del material ( $H = 0\%$ ) y el punto de saturación de la fibra ( $PSF: 28\% < H < 32\%$ ). Este comportamiento define a la madera como un material higoelástico.

La variación de la humedad  $\Delta H$ , que representa la variación relativa de la masa del material, resulta en un campo de deformaciones definido por:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= \beta_i \Delta H \quad (i = 1, 2, 3) \\ \varepsilon_i &= 0 \quad (i = 4, 5, 6) \end{aligned} \right\} \quad (3.188)$$

Donde:

$\beta_i$  = Coeficiente de expansión higroscópica en la dirección  $x_i$ .

En notación tensorial, la relación constitutiva:

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (3.184)$$

se escribe:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= S_{ij} \sigma_j + \beta_i \Delta H & (i, j = 1, 2, 3) \\ \varepsilon_i &= S_{ij} \sigma_j & (i, j = 4, 5, 6) \end{aligned} \right\} \quad (3.189)$$

En notación matricial, la ecuación (3.189) se escribe:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 \Delta H \\ \beta_2 \Delta H \\ \beta_3 \Delta H \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.190)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (3.191)$$

Integrando las deformaciones inducidas por los campos de esfuerzos ocasionados por las variaciones de la temperatura (ecuación 3.183) y de la humedad (ecuación 3.188), la relación constitutiva:

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (3.184)$$

se escribe:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= S_{ij} \sigma_j + \alpha_i \Delta T + \beta_i \Delta H & (i, j = 1, 2, 3) \\ \varepsilon_i &= S_{ij} \sigma_j & (i, j = 4, 5, 6) \end{aligned} \right\} \quad (3.192)$$

En notación matricial, la ecuación (3.192) se escribe:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \Delta T \\ \alpha_2 \Delta T \\ \alpha_3 \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 \Delta H \\ \beta_2 \Delta H \\ \beta_3 \Delta H \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(3.193)

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (3.194)$$

### *Orientación anatómica*

Las características elásticas de la madera dependen de la dirección y de la orientación de sus fibras. Cuando un volumen elemental de madera está sometido a un estado de esfuerzo multiaxial es apropiado un análisis detallado de los esfuerzos y de las deformaciones.

Una etapa crítica en el análisis, es establecer las relaciones geométricas entre un paralelepípedo de madera y la geometría natural de la madera, en la cual sus fibras están orientadas en la dirección longitudinal de un tronco de árbol, modelado como un cilindro.

A partir de la proposición de Hermanson y col. (1997), quienes mejoraron los trabajos de Bindzi y Samson (1995), Goodman y Bodig (1970) y Bodig y Jayne (1982), sobre las reglas de transformación de las relaciones constitutivas para la rotación de ejes, a continuación se presenta el método para construir la matriz de transformación de coordenadas y con su aplicación, transformar las constantes y características elásticas de la madera, que conforman las relaciones constitutivas, para cualquier grupo de tres ángulos independientes medidos en la superficie de un volumen elemental de madera. El procedimiento utiliza las relaciones entre los ángulos de superficies y los ángulos de Euler que forman parte de la matriz de transformación de coordenadas.

*Transformación de coordenadas*

Si se definen como “ejes materiales” las direcciones principales de la madera como los ejes  $X_m$  con  $X_m = \{R, T, L\}^T$ , y se definen como ejes geométricos  $X_b$  con  $X_b = \{x, y, z\}^T$  las direcciones de un volumen elemental de madera alineadas con las aristas (ver Figura 3.15), los dos sistemas de coordenadas están relacionados por una ecuación de transformación de coordenadas:

$$X_m = \mathbf{A} X_b \quad (3.195)$$

o:

$$\begin{Bmatrix} R \\ T \\ L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{Rx} & a_{Ry} & a_{Rz} \\ a_{Tx} & a_{Ty} & a_{Tz} \\ a_{Lx} & a_{Ly} & a_{Lz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (3.196)$$

Donde la matriz  $\mathbf{A}$  está constituida de nueve cosenos directrices.

Por ejemplo,  $a_{Lx}$  es el coseno del ángulo entre el eje L y el eje x.

Las condiciones de ortogonalidad aseguran que ambos sistemas sean ortonormales. Estas condiciones establecen que:

$$\left. \begin{aligned} \sum_i a_{ip} a_{iq} &= \delta_{pq} \\ \sum_i a_{pk} a_{qk} &= \delta_{pq} \end{aligned} \right\} \quad (3.197a)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_i a_{ip} a_{iq} &= \delta_{pq} \\ \sum_i a_{pk} a_{qk} &= \delta_{pq} \end{aligned} \right\} \quad (3.197b)$$

Donde  $\delta_{pq}$  es el delta de Kronecker definido por:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ij} &= 1 \text{ si } i = j \\ \delta_{ij} &= 0 \text{ si } i \neq j \end{aligned} \right\} \quad \text{con: } i, j: 1, 2, 3; \quad (3.198)$$

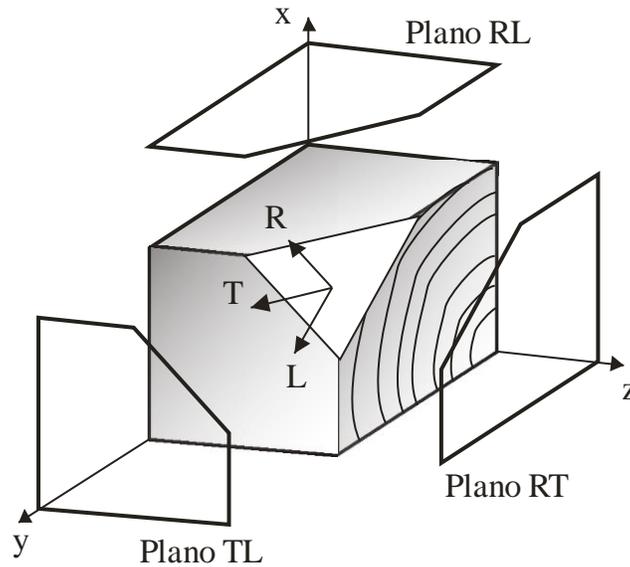


Figura 3.15. Ejes materiales  $X_m = \{R, T, L\}^T$  y ejes geométricos  $X_b = \{x, y, z\}^T$  referenciados en un volumen elemental de madera.

La ecuación (3.197a) establece que la suma de cuadrados en una columna es igual a la unidad, pero el producto escalar entre componentes de una columna con componentes de otra columna es cero. Igualmente la ecuación (3.197b) establece las mismas condiciones para las filas. Además, el determinante de la matriz de transformación  $\mathbf{A}$  debe ser igual a 1 o -1.

Si todos los ángulos comprendidos entre los ejes pueden ser medidos directamente, la construcción de la matriz de transformación de la ecuación (3.196) es trivial, pero esto es raramente el caso y es conveniente construirla en forma de ángulos de Euler. Estos tres ángulos independientes describen como los vectores originalmente alineados con los ejes  $X_b$  pueden rotar para alinearse con los ejes  $X_m$ .

Realizando una primera rotación del ángulo  $\varphi$  alrededor del eje  $z$  (ver Figura 3.16a), donde la rotación se define positiva siguiendo la regla de mano derecha de rotaciones de Euler; a continuación, realizando una rotación del ángulo  $\rho$  alrededor del eje  $x'$  (ver Figura 3.16b); finalmente, realizando una rotación del ángulo  $\lambda$  alrededor del eje  $z''$  (ver Figura 3.16c). Estas tres rotaciones se combinan en una transformación simple que relaciona los ejes

materiales  $X_m$  a los ejes geométricos  $X_b$ , utilizando las ecuaciones (3.195) y (3.196), en la cual la matriz  $\mathbf{A}$  está construida como el producto de las transformaciones para estas tres rotaciones de Euler:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \rho & \sin \rho \\ 0 & -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.199)$$

o:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \lambda \cos \varphi - \sin \lambda \cos \rho \sin \varphi & \cos \lambda \sin \varphi + \sin \lambda \cos \rho \cos \varphi & \sin \lambda \sin \rho \\ -\sin \lambda \cos \varphi - \cos \lambda \cos \rho \sin \varphi & -\sin \lambda \sin \varphi + \cos \lambda \cos \rho \cos \varphi & \cos \lambda \sin \rho \\ \sin \rho \sin \varphi & -\sin \rho \cos \varphi & \cos \rho \end{bmatrix} \quad (3.200)$$

La matriz de transformación (ecuación 3.200) puede describir cualquier rotación en tres dimensiones.

#### *Transformación de características elásticas*

La transformación de esfuerzos o deformaciones en forma vectorial entre coordenadas geométricas y coordenadas materiales se lleva a cabo con:

$$\sigma_m = \mathbf{T} \sigma_b \quad (3.201a)$$

$$\varepsilon_b = \mathbf{T}^T \varepsilon_m \quad (3.201b)$$

Y la transformación completa de las características elásticas debida a la rotación o cambio de coordenadas es:

$$\mathbf{S}_b = \mathbf{T}^T \mathbf{S}_m \mathbf{T} \quad (3.202)$$

Donde  $\sigma_m$  y  $\varepsilon_m$  son los vectores esfuerzo y deformación en coordenadas materiales,  $\sigma_b$  y  $\varepsilon_b$  son los vectores de esfuerzo y deformación en coordenadas geométricas,  $S_m$  es la matriz de características elásticas materiales que relaciona las deformaciones con los esfuerzos. Y  $S_b$  es la matriz de características elásticas que relaciona las deformaciones a los esfuerzos en coordenadas geométricas.

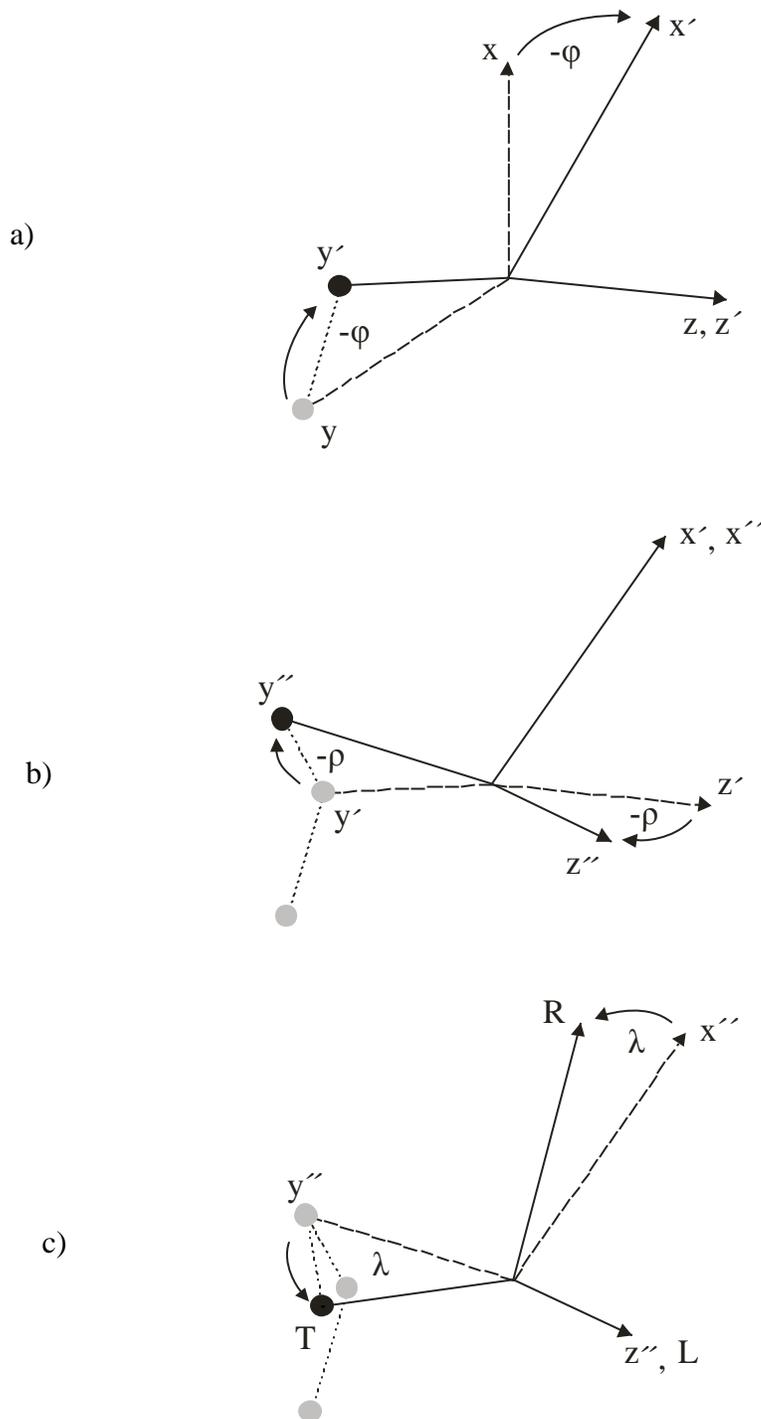


Figura 3.16. Ángulos de Euler. a) primera rotación del ángulo  $\varphi$  alrededor del eje  $z$ ; b) segunda rotación del ángulo  $\rho$  alrededor del eje  $x'$ ; c) tercera rotación del ángulo  $\lambda$  alrededor del eje  $z''$ .  $x, y, z$ : Ejes geométricos;  $x', y', z'$ : Ejes materiales.

Donde la matriz de transformación T es dada por:

$$T = \begin{bmatrix} a_{Rx}^2 & a_{Ry}^2 & a_{Rz}^2 & 2 a_{Ry} a_{Rz} & 2 a_{Rx} a_{Rz} & 2 a_{Rx} a_{Ry} \\ a_{Tx}^2 & a_{Ty}^2 & a_{Tz}^2 & 2 a_{Ty} a_{Tz} & 2 a_{Tx} a_{Tz} & 2 a_{Tx} a_{Ty} \\ a_{Lx}^2 & a_{Ly}^2 & a_{Lz}^2 & 2 a_{Ly} a_{Lz} & 2 a_{Lx} a_{Lz} & 2 a_{Lx} a_{Ly} \\ a_{Tx} a_{Lx} & a_{Ty} a_{Ly} & a_{Tz} a_{Lz} & a_{Ty} a_{Lz} + a_{Ly} a_{Tz} & a_{Tx} a_{Lz} + a_{Lx} a_{Tz} & a_{Tx} a_{Ly} + a_{Lx} a_{Ty} \\ a_{Rx} a_{Lx} & a_{Ry} a_{Ly} & a_{Rz} a_{Lz} & a_{Ry} a_{Lz} + a_{Ly} a_{Rz} & a_{Rx} a_{Lz} + a_{Lx} a_{Rz} & a_{Rx} a_{Ly} + a_{Lx} a_{Ry} \\ a_{Rx} a_{Tx} & a_{Ry} a_{Ty} & a_{Rz} a_{Tz} & a_{Ry} a_{Tz} + a_{Ty} a_{Rz} & a_{Rx} a_{Tz} + a_{Tx} a_{Rz} & a_{Rx} a_{Ty} + a_{Tx} a_{Ry} \end{bmatrix} \quad (3.203)$$

Donde  $a_{ij}$  son las componentes de la matriz de transformación de coordenadas de la ecuación (3.196). La derivación de las ecuaciones (3.200) a (3.202) se presenta en el Anexo.

De esta forma la ecuación de transformación:

$$\varepsilon_m = S_b \sigma_m \quad (3.204)$$

Es equivalente a la ecuación constitutiva.

$$\varepsilon = S \sigma \quad (3.205)$$

A partir de la ecuación (3.202) y utilizando la matriz de características elásticas:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.206)$$

Se pueden calcular el módulo de elasticidad  $E_i$  en coordenadas geométricas:

$$\frac{1}{E_i} = \frac{a_{Ri}^4}{E_R} + \frac{a_{Ti}^4 - 2 a_{Ri}^2 a_{Ti}^2 \nu_{TR}}{E_T} + \frac{a_{Li}^4 - 2 a_{Ri}^2 a_{Li}^2 \nu_{LR} - 2 a_{Ti}^2 a_{Li}^2 \nu_{LT}}{E_L} + \frac{a_{Ti}^2 a_{Li}^2}{G_{TL}} + \frac{a_{Li}^2 a_{Ri}^2}{G_{LR}} + \frac{a_{Ri}^2 a_{Ti}^2}{G_{RT}} \quad (3.207)$$

Donde  $i$  puede tomar los valores  $x$ ,  $y$  o  $z$

Y el módulo de rigidez  $G_{ij}$  en coordenadas geométricas:

$$\frac{1}{G_{ij}} = \frac{4 a_{Ri}^2 a_{Rj}^2}{E_R} + \frac{4 a_{Ti}^2 a_{Tj}^2 - 8 a_{Ri} a_{Rj} a_{Ti} a_{Tj} \nu_{TR}}{E_T} + \frac{4 a_{Li}^2 a_{Lj}^2 - 8 a_{Li} a_{Lj} a_{Ri} a_{Rj} \nu_{RL} - 8 a_{Li} a_{Lj} a_{Ti} a_{Tj} \nu_{LT}}{E_L} + \frac{a_{Li}^2 a_{Tj}^2 + a_{Lj}^2 a_{Ti}^2 + 2 a_{Li} a_{Lj} a_{Ti} a_{Tj}}{G_{TL}} + \frac{a_{Ri}^2 a_{Lj}^2 + a_{Rj}^2 a_{Li}^2 + 2 a_{Ri} a_{Rj} a_{Li} a_{Lj}}{G_{LR}} + \frac{a_{Ti}^2 a_{Rj}^2 + a_{Tj}^2 a_{Ri}^2 + 2 a_{Ri} a_{Rj} a_{Ti} a_{Tj}}{G_{RT}} \quad (3.208)$$

Donde  $ij$  pueden tomar los valores  $yz$ ,  $zx$  o  $xy$ .

Las ecuaciones (3.207) y (3.208) aprovechan las propiedades de simetría de la relación constitutiva (3.206) lo que permite combinar los términos no independientes de los coeficientes de Poisson.

### 3.8. Conclusiones

Idealizando la madera con la ayuda de las hipótesis simplificadoras acerca de la elasticidad del comportamiento elástico de la madera, de la homogeneidad de su macroestructura, así como de sus propiedades de un medio continuo con simetrías materiales y elásticas ortotrópicas, es posible interpretar el comportamiento elástico de la madera con un Modelo elástico general.

A partir de las ecuaciones de campo, y con un adecuado sistema de coordenadas, adaptado éste a las características estructurales de la madera, pueden generarse ecuaciones constitutivas que interpreten los resultados obtenidos experimentalmente.

Las relaciones constitutivas del comportamiento elástico de la madera, están conformadas por las constantes y las características elásticas de la madera. Estas variables pueden ser modificadas entre otros parámetros, por la temperatura, el contenido de humedad y por la orientación anatómica de la madera.

### Referencias

Aboudi, J. 1991. *Mechanics of Composite Materials*. Elsevier Science Publishers. The Netherlands.

American Institute of Timber Construction. 1994. Fourth Edition. *Timber Construction Manual*. John Wiley & Sons. USA.

American Society of Civil Engineers. 1975. *Wood Structures: A Design Guide and Commentary*. American Society of Civil Engineers. USA.

American Society of Civil Engineers. 1982. *Evaluation, Maintenance and Upgrading of Wood Structures: A Guide and Commentary*. American Society of Civil Engineers. USA.

Archer, R.R.; Byrnes, F.E. 1974. On the Distribution of the Tree Growth Stresses. Part I: An Anisotropic Plane Strain Theory. *Wood and Science Technology*. 8:184-196.

Ashby, M.F. 2003. Second Edition. Reprinted. *Materials Selection in Mechanical Design*. Butterworth-Heinemann. England.

Baas, P. Editor. 1982. *New Perspectives in Wood Anatomy*. Martinus Nijhoff Publishers. The Netherlands.

Barnett, J.R.; Jeronimidis, G. 2003. *Wood Quality and its Biological Basis*. Blackwell Publishing. CRC Press. England.

Berard, P. *et al.* 2005. Modelization of cylindrical LVL: Finite elements models of a flat interlocked LVL and comparison with experiments to improve quality of the butt joint. In: *Proceedings of the International Symposium on Wood Science and Technology. IAWPS 2005. Volume II: Poster Presentations*. The Japan Wood Research Society and the International Association of Wood Products Societies. Japan.

Berthelot, J.M. 1999. *Composite Materials. Mechanical Behavior and Structural Analysis*. Springer-Verlag. USA.

Bertram, A. 2008. *Elasticity and Plasticity of Large Deformations. An Introduction*. Springer-Verlag. Germany.

Bhatnagar, N.S.; Gupta, R.P. 1967. On the Constitutive Equations of the Orthotropic Theory of Creep. *Wood and Science Technology*. 1:142-148.

Bhatnagar, N.S.; Gupta, S.K.; Gupta, R.P. 1969. The Torsion of an Orthotropic Rod in the Theory of Creep. *Wood and Science Technology*. 3:167-174.

Binzi, I.; Samson, M. 1995. New formula for influence of spiral grain in bending stiffness of wooden beams. *Journal of Structural Engineering*. 121(11):1541-1546.

Bodig, J.; Goodman, J.R. 1973. Prediction of Elastic Parameters for Wood. *Wood Science*. 5(4):249-264.

Bodig, J.; Jayne, B.A. 1982. *Mechanics of Wood Composites*. Van Nostrand Reinhold. USA.

Bodig, J. Editor. 1992. *Reliability-Based Design of Engineered Wood Structures*. NATO ASI Series E: Applied Sciences. Volume 215. Kluwer Academic Publishers. The Netherlands.

Breyer, D.E. *et al.* 2003. Fifth Edition. *Design of Wood Structures - ASD*. McGraw-Hill. USA.

Brown, H.P.; Panshin A.J.; Forsaith C.C. 1952. *Textbook of Wood technology*. Volume II. McGraw-Hill. USA.

Bruce, A.; Palfreyman, J.W. Editors. 1998. *Forest Products Biotechnology*. Taylor & Francis. England.

Bucur, V.; Archer, R.R. 1984. Elastic constants for wood by an ultrasonic method. *Wood Science and Technology*. 18:255-265.

Bucur, V. 1987. Wood characterization through ultrasonic waves. In: *Ultrasonic Methods in the Evaluation of Inhomogeneous Materials*. NATO Advanced Study Institute. Series E. Applied Science No. 126. Alippi, A.; Mayer, W.G. Editors. Martinus Nijhoff. The Netherlands.

Bucur, V. 2006. *Acoustics of Wood*. Springer-Verlag. Germany.

Bucur, V.; Declercq N.F. 2006. The anisotropy of biological composites studied with ultrasonic technique. *Ultrasonics*. 44:e829-e831.

Carlquist, S. 2001. *Comparative Wood Anatomy. Systematic, Ecological, and Evolutionary Aspects of Dicotyledon Wood*. Second Edition. Springer Series in Wood Science. Springer. Germany.

Coirier, J. 2001. Deuxième édition. *Mécanique des Milieux Continus*. Dunod. France.

Comisión Forestal de América del Norte. 1994. Manual de construcción de estructuras ligeras de madera. Consejo Nacional de la Madera en la Construcción. México.

Daian, G. *et al.* 2006. Modeling the dielectric properties of wood. *Wood Science and Technology*. 40:237-246.

Daniel, I.M.; Ishai, O. 1994. Engineering Mechanics of Composite Materials. Oxford University Press. USA.

Dávalos-Sotelo, R. 2005. Determination of elastic properties of clear wood by the homogenization method in two dimensions. *Wood Science and Technology*. 39:385-417.

de With, G. 2006. Structure, Deformation, and Integrity of Materials. Volume I: Fundamentals and Elasticity. Wiley-Verlag. Germany.

Decolon, C. 2002. Analysis of Composite Structures. Taylor & Francis Books. USA.

Dietz, A.G.H. 1972. Composite Material: A General Overview. In: Jayne, B.A. Editor. Theory and Design of Wood and Fiber Composite Materials. Syracuse Wood Science Series, 3. Syracuse University Press. USA.

Dinwoodie, J.M. 1981. Timber, Its Nature and Behaviour. Van Nostrand-Reinhold. USA.

Dubigeon, S. 1998. Deuxième édition. Mécanique des Milieux Continus. Lavoisier. France.

Faherty, K F.; Williamson, T.G. 1997. Third Edition. Wood Engineering and Construction Handbook. McGraw-Hill. USA.

Fengel, D.; Wegener, G. 2003. Wood. Chemistry, Ultrastructure, Reactions. Kessel Verlag. Germany.

Foliente, G.C.; Kasal, B. Editors. 2000. Wind Safety and Performance of Wood Buildings. Forest Products Society. USA.

Forest Products Laboratory. 1999. Wood Handbook—Wood as an Engineering Material. Gen. Tech. Rep. FPL–GTR–113. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory. USA.

Fortino, S.; Mirianon, F.; Tomi, T. 2009. A 3D moisture-stress FEM analysis for time dependent problems in timber structures. *Mechanics of Time-Dependent Materials*. 13:333-356.

Fournier, M.; Bordonne, P.A.; Guitard, D. 1990. Growth stress patterns in tree stems. *Wood and Science Technology*. 24:131-142.

Gibson, L.J.; Ashby, M.F. 1997. Cellular solids. Structure and properties. Cambridge University Press. England.

Gillis, P.P. 1973. Theory of Growth Stresses. *Holzforschung*. 27(6):197-207.

Goodman, J.R.; Bodig, J. 1970. Orthotropic elastic properties of wood. *Journal of the Structural Division*, ASC 96(St 11); 2301-2319.

Guitard, D. 1987. Mécanique du Matériau Bois et Composites. CEPADUES-EDITIONS. France.

Guitard, D.; El Amri, F. 1987. Modèles prévisionnels de comportement élastique tridimensionnel pour les bois feuillus et les bois résineux. *Annales des Sciences Forestières*. INRA. 45(3):335-358.

Haupt, P. 2002. Second Edition. Continuum Mechanics and Theory of Materials. Springer-Verlag. Germany.

Haygreen, J.G.; Bowyer, J.L. 1996. Forest Products and Wood Science, An Introduction. Iowa State University Press. USA.

Hearmon, R.F.S. 1948. The Elasticity of Wood and Plywood. Department of Scientific and Industrial Research. Forest Products Research. Special Report No. 7. His Majesty's Stationery Office. England.

Hermanson, J.C. *et al.* 1997. Transformation of Elastic Properties for Lumber with Cross Grain. *Journal of Structural Engineering*. 123(10):1402-1408.

Higuchi, T. 1997. Biochemistry and Molecular Biology of Wood. Springer Series in Wood Science. Springer. USA.

Holzappel, G.A. 2000. Nonlinear Solid Mechanics. A Continuum Approach for Engineering. John Wiley & Sons. England.

Holzer, S.M.; Loferski, J.R.; Dillard, D.A. 1989. A Review of Creep in Wood: Concepts Relevant to Develop Long-Term Behavior Predictions for Wood Structures. *Wood and Fiber Science*. 21(4):376-392.

Hon, D.N.-S.; Shiraishi, N. 2001. Second Edition. Wood and Cellulosic Chemistry. Marcel Dekker. USA.

Houška, M.; Koc. P. 2000. Sorptive Stress Estimation: An Important Key to the Mechano-Sorptive Effect in Wood. *Mechanics of Time-Dependent Materials*. 4:81-98.

Hoyle, R.J. Jr. 1978. Wood Technology in the Design of Structures. Fourth Edition. Mountain Press Publishing Company. USA.

Hsu, N.N.; Tang, R.C. 1974. Internal Stresses in Wood Logs Due to Anisotropic Shrinkage. *Wood and Fiber Science*. 7(1):43-51.

Hunt, J.F.; Gu, H.; Lebow, P.K. 2008. Theoretical Thermal Conductivity Equation for Uniform Density Wood Cells. *Wood and Fiber Science*. 40(2):167-180.

International Organization for Standardization (ISO). 1975a. Catalog 79.040. Wood, sawlogs and sawn timber. Disponible en: <http://www.iso.org/iso/en/ISOOnline.frontpage>.

International Organization for Standardization (ISO). 1975b. ISO 3129-1975 (E). Wood – Sampling methods and general requirements for physical and mechanical tests. Publicado en Internet, disponible en [www.iso.ch/iso/en/ISOOnline.openpage](http://www.iso.ch/iso/en/ISOOnline.openpage).

Jayne, B.A. 1972. Theory and Design of Wood and Fiber Composite Materials. Syracuse University Press. USA.

Jodin, P. 1999. Bois et composites: un mariage fécond. Au: Morlier, P. ; Castéra, P.; Bos, F. Coordonnateurs. Les matériaux composites à base de bois. *Revue des composites et des matériaux avancés*. Volume 9. Numéro hors série. Hermes Sciences Publications. France.

Keey, R.B.; Langrish, T.A.G.; Walter, J.C.F. 2000. Kiln-Drying of Lumber. Springer-Verlag. Germany.

Koch, P. 1964. Wood Machining Processes. The Ronald Press. USA.

Kollmann, F.F.P.; Côté, W.A. 1968. Principles of Wood Science and Technology. Volume I: Solid Wood. Springer-Verlag. Germany.

Kollmann, F.F.P.; Kuenzi, E.W.; Stamm, A.J. 1975. Principles of Wood Science and Technology. Volume II: Wood Based Materials. Springer-Verlag. Germany.

Lekhnitskii, S.G. 1963. Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body. Holden-Day. USA.

Lesse, P.F.; Christensen, G.N. 1971. Wood as a Thermodynamic System. *Wood Science and Technology*. 5:200-210.

Lewin, M.; Goldstein, I.S. Editors. 1991. Wood Structure and Composition. International Fiber Science and Technology Series. Marcel Dekker. USA.

Lin, R.T. 1973. Wood as an Orthotropic Dielectric Material. *Wood and Fiber Science*. 5(3):226-236.

López Cano, J.L. 2006. Método e hipótesis científicos. Temas básicos. Área: Metodología de la ciencia 3. Editorial Trillas. México.

Love, A.E.H. 1944. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. Dover Publications. USA.

Lurie, A.I. 2005. Theory of Elasticity. Springer-Verlag. Germany.

Mackerle, J. 2005. Finite element analyses in wood research: a bibliography. *Wood Science and Technology*. 39:579-600.

Mark, R.E. 1967. Cell Wall Mechanics of Tracheids. Yale University Press. USA.

Mårtensson, A. 1994. Mechano-sorptive effects in wooden material. *Wood Science and Technology*. 28:437-449.

Mase, G.T.; Mase, G.E. 1999. Second Edition. Continuum Mechanics for Engineers. CRC Press. USA.

Maurer, H. *et al.* 2006. A simple anisotropy correction procedure for acoustic wood tomography. *Holzforschung*. 60:567-573.

Meyer, R.W.; Kellogg, R.M. Editors. 1982. Structural Use of Wood in Adverse Environments. Society of Wood Science and Technology. Van Nostrand Reinhold. USA.

Meyers, M.A. 1994. Dynamic Behavior of Materials. John Wiley & Sons. USA.

Morlier, P.; Castéra, P.; Bos, F. 1999. Coordonateurs. Les matériaux composites à base de bois. *Revue des composites et des matériaux avancés*. Volume 9. Numéro hors série. Hermes Sciences Publications. France.

Muszyński, L. *et al.* 2005. Comments on the experimental methodology for determination of the hygro-mechanical properties of wood. *Holzforschung*. 59:232-239.

Newnham, R.E. 2005. *Properties of Materials. Anisotropy, Symmetry, Structure.* Oxford University Press. England.

Norimoto, M.; Yamada, T. 1971. The Dielectric Properties of Wood V. On the Dielectric Anisotropy of Wood. *Wood Research.* 51:12-32.

Ormarsson, S.; Dahlblom, O.; Petersson, H. 1998. A numerical study of the shape stability of sawn timber subject to moisture variation. Part 1: Theory. *Wood Science and Technology.* 32:325-334.

Ormarsson, S.; Dahlblom, O.; Petersson, H. 1999. A numerical study of the shape stability of sawn timber subject to moisture variation. Part 2: Simulation of drying board. *Wood Science and Technology.* 33:407-423.

Ormarsson, S.; Dahlblom, O.; Petersson, H. 2000. A numerical study of the shape stability of sawn timber subject to moisture variation. Part 3: Influence of annual ring orientation. *Wood Science and Technology.* 34:207-219.

Panshin, A.J.; de Zeeuw, C. 1964. *Textbook of Wood Technology. Volume I.* McGraw-Hill. USA.

Pizzi, A. 1994. *Advanced Wood Adhesives Technology.* Marcel Dekker. USA.

Rand, O.; Rovenski, V. 2005. *Analytical Methods in Anisotropic Elasticity. With Symbolic Computational Tools.* Birkhäuser. USA.

Ranta-Maunus, A. 1975. The Viscoelasticity of Wood at Varying Moisture Content. *Wood Science and Technology.* 9:189-295.

Reiner, M. 1960a. Second Edition. *Deformation, Strain and Flow. An Elementary Introduction to Rheology.* H. K. Lewis. England.

Reiner, M. 1960b. *Lectures on Theoretical Rheology.* North-Holland Publishing. The Netherlands.

Robles Fernández-Villegas, F.; Echenique-Manrique, R. 1983. Estructuras de Madera. Editorial LIMUSA. México.

Rowell, R.M. 1984. The Chemistry of Solid Wood. Advances in Chemistry Series 207. American Chemical Society. USA.

Sadd, M.H. 2005. Elasticity. Theory, Applications, and Numerics. Elsevier Butterworth-Heinemann. USA.

Saka, S. 1993. Structure and Chemical Composition of Wood as a Natural Composite Material. In: Recent Research on Wood and Wood-Based Materials. *Current Japanese Materials Research* Volume 11. Elsevier Science Publishers, England, and The Society of Materials Science, Japan.

Schniewind, A.P.; Barrett, J.D. 1972. Wood as a Linear Orthotropic Vicoelastic Material. *Wood and Science Technology*. 6:43-57.

Segel, L.A.; Handelman, G.H. 1987. Mathematics Applied to Continuum Mechanics. Dover Publications. USA.

Sellers, T. Jr. 1985. Plywood and Adhesive Technology. Marcel Dekker. USA.

Siau, J.F. 1984. Transport Processes in Wood. Springer-Verlag. Germany.

Smith, I.; Landis, E.; Gong, M. 2003. Fracture and Fatigue in Wood. John Wiley & Sons. England.

Smittakorn, W.; Heyliger, P.R. 2001. An Adaptive Wood Composite: Theory. *Wood and Fiber Science*. 33(4):595-608.

Smittakorn, W.; Heyliger, P.R. 2003. Adaptive Wood Composite: Experiments. *Journal of Structural Engineering*. 129(5):699-702.

Smulski, S. Editor. 1997. Engineered Wood Products. A Guide for Specifiers, Designers and Users. PFS Research Foundation. USA.

Sotomayor Castellanos, J.R. 1987. Calidad de la Madera para la Industria de la Construcción. Consideraciones Tecnológicas, Industriales y Comerciales. Cámara Nacional de la Industria de la Construcción. México.

Sotomayor Castellanos, J.R. 2002. Características mecánicas de la madera y su aplicación en la industria de la construcción. *Ciencia Nicolaita*. 33:127-138.

Sotomayor Castellanos, J.R. 2005. Características mecánicas y clasificación de la madera de 150 especies mexicanas. *Investigación e Ingeniería de la Madera*. 1(1):3-20.

Stamm, A.J. 1964. Wood and Cellulose Science. The Ronald Press Company. USA.

Stieda, C.K.A. 1972. Application of Finite-Element Methods for Analysis of Composites. In: Jayne, B.A. Editor. Theory and Design of Wood and Fiber Composite Materials. Syracuse Wood Science Series, 3. Syracuse University Press. USA.

Tabiei, A.; Wu, J. 2000. Three-dimensional nonlinear orthotropic finite element material model for wood. *Composite Structures*. 50:143-149.

Tauchert, T.R.; Hsu, N.N. 1977. Shrinkage Stresses in Wood Logs Considered as Layered, Cylindrically Orthotropic Materials. *Wood and Science Technology*. 11:51-58.

Timoshenko, S.P.; Goodier, J.N. 1970. Third Edition. Theory of Elasticity. McGraw-Hill. USA.

Torelli, N. 1982. Estudio promocional de 43 especies forestales tropicales mexicanas. Programa de cooperación científica y técnica, México-Yugoslavia. SARH. SFF. México.

Tsoumis, G. 1991. Science and Technology of Wood. Structure, properties, utilization. Editorial Van Nostrand Reinhold. USA.

Van Der Put, T.A.C.M. 1989. Deformation and Damage Processes in Wood. Delft University Press. The Netherlands.

Vasiliev, V.V. 1993. *Mechanics of Composite Structures*. Taylor & Francis Books. USA.

Walker, J.C.F. 2006. Second Edition. *Primary Wood Processing. Principles and Practice*. Springer. The Netherlands.

Wang, J.Z.; Dillard, D.A.; Kamke, F.A. 1991. A review: Transient moisture effects in materials. *Journal of Materials Science*. 26:5113-5126.

Wenzl, H.F.J. 1970. *The Chemical Technology of Wood*. Academic Press. USA.

Williston, E.M. 1991. *Value-Added Wood Products. Manufacturing and Marketing Strategies*. Miller Freeman. USA.

Ylinen, A.; Jumppanen, P. 1967. Theory of the Shrinkage of Wood. *Wood and Science Technology*. 1:241-252.

Yurén Camarena, M.T. 2002. *Leyes, Teorías y Modelos. Temas básicos. Área: Metodología de la ciencia 5*. Editorial Trillas. México.

Anexo

Derivación de las ecuaciones para transformar las relaciones de esfuerzos, deformaciones y constitutivas.

Dadas las ecuaciones de transformación de coordenadas para relacionar los ejes materiales  $X_m$  y los ejes geométricos  $X_b$ :

$$X_m = A X_b \quad (3.195)$$

Con:

$$A = \begin{bmatrix} a_{Rx} & a_{Ry} & a_{Rz} \\ a_{Tx} & a_{Ty} & a_{Tz} \\ a_{Lx} & a_{Ly} & a_{Lz} \end{bmatrix} \quad (3.209)$$

La forma del tensor de esfuerzos se transforma como:

$$S_m = A S_b A^T \quad (3.210)$$

Donde  $S_m$  y  $S_b$  son los tensores (de forma tres por tres) de esfuerzos de Cauchy en coordenadas materiales y geométricas respectivamente. Realizando la multiplicación matricial y reconociendo la simetría en los tensores de esfuerzos, es posible simplificar términos y rescribir la ecuación (3.210) como:

$$\sigma_m = T \sigma_b \quad (3.201a)$$

Donde  $\sigma_m$  y  $\sigma_b$  son los vectores (de forma seis por uno) de esfuerzos en coordenadas materiales y geométricas respectivamente. En la ecuación (3.201a) los términos en cortante están ordenados para coordenadas geométricas como yz, zx y xy; para las coordenadas materiales estos términos están escritos como TL, LR y RT. En la misma ecuación (3.201a), la matriz de transformación T es la ecuación (3.203).

La forma del tensor de deformaciones puede ser transformada de coordenadas materiales a coordenadas geométricas, en forma opuesta a la transformación anterior:

$$\varepsilon_b = A^T \varepsilon_m A \quad (3.211)$$

Donde  $\varepsilon_m$  y  $\varepsilon_b$  son los tensores de deformaciones en coordenadas materiales y geométricas respectivamente. Realizando de nuevo la multiplicación matricial y reconociendo la simetría del tensor de esfuerzos, y convirtiendo el tensor de deformaciones cortantes a deformaciones cortantes de Ingeniería, es posible simplificar términos y reescribir la ecuación (3.211) como:

$$\varepsilon_b = T^T \varepsilon_m \quad (3.201b)$$

Donde  $\varepsilon_m$  y  $\varepsilon_b$  son los vectores de deformaciones en coordenadas materiales y geométricas respectivamente con los términos de deformación cortantes ordenados de tal forma que coincidan con los esfuerzos cortantes.

Por otra parte la relación constitutiva (3.201b) puede ser escrita en coordenadas materiales expresada con los vectores de esfuerzos  $\sigma_m$  y de deformaciones  $\varepsilon_m$  y con la matriz de características elásticas  $S_m$  como:

$$\varepsilon_m = S_m \sigma_m \quad (3.212)$$

Substituyendo las ecuaciones (3.201a) y (3.201b) en la ecuación (3.212) se llega a la relación constitutiva en coordenadas geométricas:

$$\varepsilon_b = S_b \sigma_b \quad (3.213)$$

Donde  $S_b$  es explicado por la ecuación (2.202):

$$S_b = T^T S_m T \quad (3.202)$$

## 4. MODELOS DE PREDICCIÓN DE CARACTERÍSTICAS ELÁSTICAS DE LA MADERA

### 4.1. Introducción

En Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la madera, particularmente en el diseño de estructuras y en la concepción de productos compuestos de madera, se emplean características mecánicas de la madera. Concretamente, los parámetros fundamentales para fines de Investigación e Ingeniería de la madera, son las características elásticas: Módulos de elasticidad, módulos de rigidez y coeficientes de Poisson.

Las características elásticas de la madera, determinadas experimentalmente o estimadas mediante Modelos de predicción, están relacionadas con el empleo del Modelo elástico general, que explica el comportamiento elástico de la madera. Esta información se encuentra dispersa en publicaciones especializadas, principalmente en literatura internacional y hace referencia a datos de especies de maderas extranjeras.

Con el objeto de validar datos y Modelos extranjeros, es recomendable investigar si las cifras experimentales son congruentes con los postulados teóricos del Modelo elástico general. Por ejemplo, la simetría entre sus constantes elásticas.

En México, es notoria la escasa información y datos para maderas mexicanas. Una posible explicación a este escenario, es la dificultad para la evaluación experimental de los parámetros elásticos de la madera.

Una propuesta para modificar esta ausencia de datos técnicos en el país, es generar Modelos de predicción para características elásticas de la madera, a partir de una característica intrínseca, como lo es la densidad de la madera, parámetro que es fácil de determinar experimentalmente. Estos Modelos están basados en correlaciones estadísticas entre valores experimentales de las características elásticas y de la densidad de la madera.

Esta investigación presenta en primera estancia, el análisis y la síntesis de los valores de las características elásticas de 238 maderas extranjeras. Los estadísticos de las especies investigadas están catalogados de acuerdo con las referencias consultadas y están

organizados en dos grupos taxonómicos: Un primer grupo de especies correspondiente a las de maderas conocidas como “latifoliadas”, las cuales pertenecen a la división taxonómica angiospermas, y un segundo grupo de especies correspondiente a las de maderas conocidas como “coníferas”, las cuales pertenecen a la división taxonómica gimnospermas. Los datos recopilados primeramente se sistematizan y posteriormente se presentan en tablas estadísticas.

En una segunda parte, se calculan sus estadígrafos descriptivos y posteriormente, utilizando los valores promedio de las características elásticas investigadas, se calculan los valores de referencia para establecer las matrices de elasticidad correspondientes. En seguida, se verifican las propiedades del Modelo elástico general, utilizando los valores de referencia determinados con anterioridad.

Posteriormente, se evalúan diferentes tipos de regresiones estadísticas entre la densidad de la madera y las diferentes características elásticas examinadas y como resultado, se seleccionan los Modelos de predicción correspondientes.

La Figura 4.01 presenta el diagrama conceptual de la investigación, de acuerdo a las consideraciones de Yurén Camarena (2002) y López Cano (2006).

#### 4.2. Análisis de bibliografía

Con el objeto de recopilar valores experimentales de las características elásticas de la madera existentes en bases de datos, fueron analizadas tres bases de datos especializadas en mecánica de la madera: Hearmon (1948), Bodig y Goodman (1973) y Guitard y El Amri (1987).

Como complemento, se consultaron las referencias siguientes: Manual de la Madera del Laboratorio de Productos Forestales de los Estados Unidos (Forest Products Laboratory, 1999), Kollmann y Côté (1968), Goodman y Bodig (1970), Guitard (1987) y Bodig y Jayne (1982).

Estos autores, distinguen dos grupos botánicos de especies de maderas: latifoliadas y coníferas. De estas referencias se recopilaron valores de 119 especies correspondientes a

un primer grupo de maderas latifoliadas. Igualmente, se recopilaron valores correspondientes a un segundo grupo de 119 maderas de especies coníferas, El total de especies estudiadas es de 238, que no son originarias de México y son llamadas en la investigación especies de maderas extranjeras.

Los datos registrados por los autores consultados son determinados experimentalmente por ellos mismos, citados, y/o estimados a partir de información de referencias anteriores. Los parámetros hacen referencia al Modelo elástico general. Las características enlistadas en las referencias están presentadas en formatos y unidades diferentes. Para analizar y sintetizar la información, se igualaron las unidades y se estimaron los valores de las constantes elásticas faltantes.

En México es reconocida la importancia de las características mecánicas en el diseño de estructuras y productos de madera (Torelli, 1982; Robles Fernández-Villegas y Echenique-Manrique, 1983; Sotomayor Castellanos, 1987; Comisión Forestal de América del Norte, 1994; Sotomayor Castellanos, 2002; Sotomayor Castellanos, 2005). Sin embargo, a excepción de Sotomayor Castellanos (1987), la revisión de la bibliografía mexicana sobre el comportamiento elástico de la madera, relacionado con una teoría acerca del comportamiento elástico de la madera, evidenció una ausencia de Modelos y de datos de las constantes elásticas de especies mexicanas.

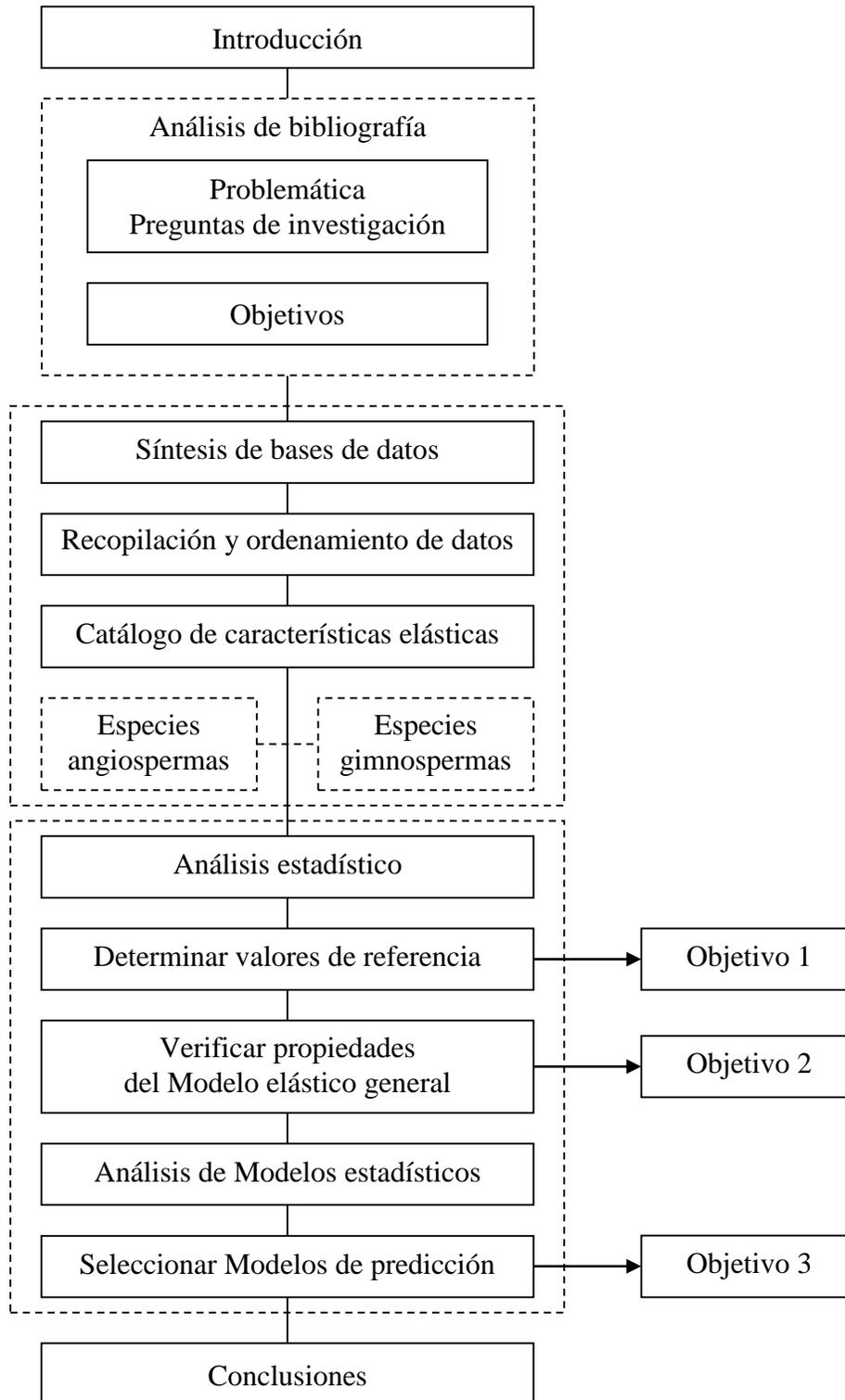


Figura 4.01. Diagrama conceptual de la investigación.

### 4.3. Problemática

El Modelo elástico general del comportamiento elástico de la madera, propuesto por Hernández Maldonado (2010), a partir de la ley general de comportamiento elástico es:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (4.01)$$

Donde:

$\varepsilon_{ij}$  = Tensor de deformaciones.

$S_{ijkl}$  = Tensor de constantes elásticas.

$\sigma_{kl}$  = Tensor de esfuerzos.

$i, j, k, l \in \{1,2,3\}$ , con la convención de índices repetidos.

Para el caso de la madera, idealizada como un sólido elástico, macroscópicamente homogéneo, de medio continuo y con simetrías materiales y elásticas de tipo ortotrópico, esta ley de comportamiento, se admite y se escribe con notación reducida de índices, como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (4.02)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (4.03)$$

Las constantes de elasticidad  $S_{ij}$  de las ecuaciones (4.02 y 4.03), se pueden expresar en términos de las características elásticas de la madera en el sistema de coordenadas {1,2,3} : {R,T,L}, como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_L \\ \varepsilon_{TL} \\ \varepsilon_{LR} \\ \varepsilon_{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_L \\ \tau_{TL} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{RT} \end{bmatrix} \quad (4.04)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\nu_{TR}}{E_T} &= \frac{-\nu_{RT}}{E_R} \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} &= \frac{-\nu_{RL}}{E_R} \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} &= \frac{-\nu_{TL}}{E_T} \end{aligned} \right\} \quad (4.05)$$

Donde:

- R : Dirección radial.
- T : Dirección tangencial.
- L : Dirección longitudinal.
- $\varepsilon_R$  : Deformación colineal a la dirección R.
- $\varepsilon_T$  : Deformación colineal a la dirección T.
- $\varepsilon_L$  : Deformación colineal a la dirección L.
- $\varepsilon_{TL}$  : Deformación angular entre las direcciones T y L.
- $\varepsilon_{LR}$  : Deformación angular entre las direcciones L y R.

$\epsilon_{RT}$  : Deformación angular entre las direcciones R y T.

$E_R$  : Módulo de elasticidad en la dirección R.

$E_T$  : Módulo de elasticidad en la dirección T.

$E_L$  : Módulo de elasticidad en la dirección L.

$G_{TL}$  : Módulo de rigidez para el plano TL.

$G_{LR}$  : Módulo de rigidez para el plano LR.

$G_{RT}$  : Módulo de rigidez para el plano RT.

$\nu_{RT}$  : Coeficiente de Poisson para el plano RT.

$\nu_{RL}$  : Coeficiente de Poisson para el plano RL.

$\nu_{TR}$  : Coeficiente de Poisson para el plano TR.

$\nu_{TL}$  : Coeficiente de Poisson para el plano TL.

$\nu_{LR}$  : Coeficiente de Poisson para el plano LR.

$\nu_{LT}$  : Coeficiente de Poisson para el plano LT.

$\sigma_R$  : Esfuerzo normal en la dirección R.

$\sigma_T$  : Esfuerzo normal en la dirección T.

$\sigma_L$  : Esfuerzo normal en la dirección L.

$\tau_{TL}$  : Esfuerzo cortante en el plano TL.

$\tau_{LR}$  : Esfuerzo cortante en el plano LR.

$\tau_{RT}$  : Esfuerzo cortante en el plano RT.

Para su correcta interpretación y aplicación práctica, el Modelo general del comportamiento elástico de la madera requiere de la determinación experimental de los parámetros: Módulos de elasticidad, módulos de rigidez y coeficientes de Poisson.

Los módulos de elasticidad, módulos de rigidez y los coeficientes de Poisson, se evalúan experimentalmente para cada especie en particular. En Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la madera, estos parámetros son conocidos como las características elásticas de una madera en específico. Su determinación en laboratorio es compleja, de tal forma que se han desarrollado técnicas de predicción empleando Modelos de carácter estadístico.

El cuerpo de conocimientos sobre el tema de estudio, se encuentra disperso en publicaciones especializadas, principalmente en literatura internacional y hace referencia a datos de especies de maderas extranjeras. En México y particularmente en la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera, no existen antecedentes de un Modelo teórico que pueda ser aplicado en los trabajos de investigación y docencia.

Para poder validar el Modelo (ecuación 4.01), es necesario verificar si cumple, entre otros postulados, las simetrías propuestas en las ecuaciones (4.03) y (4.05). Una vez verificado que los datos experimentales de la bibliografía internacional son congruentes con el Modelo teórico, se pueden proponer Modelos propios para predecir las características elásticas de la madera.

De la problemática anteriormente expuesta, se derivan las siguientes preguntas de investigación.

#### *Preguntas de investigación*

¿Cuáles son los valores estadísticos de referencia de las características elásticas de las diversas maderas estudiadas hasta hoy?

¿Cómo verifican los valores experimentales de los parámetros elásticos de la madera, los postulados del Modelo general de comportamiento elástico de la madera?

¿Es posible generar Modelos de predicción de carácter estadístico, para las características elásticas de la madera, en función de la densidad de la madera?

Para responder a estas preguntas, se formulan los siguientes objetivos de investigación.

#### 4.4. Objetivos

1. Determinar valores de referencia de las características elásticas de la madera, sintetizando la información existente en bases de datos.

2. Verificar el Modelo elástico general, analizando los resultados experimentales en la bibliografía especializada.

3. Seleccionar Modelos estadísticos que sirvan para predecir numéricamente valores de las características elásticas de la madera, a partir de un parámetro de determinación simple e intrínseco del material, como es su densidad.

#### 4.5. Síntesis de bases de datos

Las bases de datos presentadas en los anexos A4.01 a A4.04, se estructuraron mediante la recopilación de la información referente a las características elásticas de la madera. Esta compilación se realizó procurando la homogenizaron de las unidades, y cuando en las referencias no se encontraron valores de las constantes elásticas, éstos se estimaron.

Por ejemplo, Guitard y El Amri (1987) presentan los valores de las constantes elásticas  $S_{12}$ ,  $S_{23}$ , y  $S_{31}$ , las cuales están relacionadas con los coeficientes de Poisson del Modelo elástico general. Asimismo, los valores de algunas especies enumeradas por los autores revisados, carecen parcialmente o en su totalidad de valores de coeficientes de Poisson  $\nu_{ij}$  y  $\nu_{ji}$ .

Para solventar esta situación, fueron aplicados dos procedimientos para estimar los coeficientes de Poisson:

Cuando no se encontraron algunos coeficientes de Poisson para una especie, éstos se estimaron utilizando el Modelo estadístico con la mejor correlación múltiple ( $R^2$ ) entre diferentes características publicadas en las referencias. La regresión fue calculada utilizando los valores enlistados de los coeficientes de Poisson  $\nu_{ij}$ , la densidad  $\rho$ , los módulos de elasticidad  $E_i$  y  $E_j$  así como los coeficientes de Poisson  $\nu_{ij}$  ó  $\nu_{ji}$  correspondientes a la simetría propuesta en el Modelo elástico general.

Este criterio es explicado por la función:

$$\bar{\nu}_{ij} = f(\rho, E_i, E_j, \nu_{ji}) \quad (4.06)$$

Donde:

$\bar{v}_{ij}$  = Media aritmética de los valores  $v_{ji}$  enlistados en las referencias.

$\rho$  = Densidad de la madera (g/cm<sup>3</sup>).

$E_i$  = Módulo de elasticidad en la dirección  $i$ .

$E_j$  = Módulo de elasticidad en la dirección  $j$ .

$v_{ji}$  = Coeficiente de Poisson en los planos  $ji$ .

Las regresiones múltiples calculadas fueron de tipo:

$$v_{ji} = a \rho + b E_i + c E_j + d \bar{v}_{ij} \quad (4.07)$$

Donde:

$a, b, c, d$  = Constantes.

Los coeficientes de correlación múltiple ( $R^2$ ) calculados para esta operación, se presentan en la Tabla 4.01.

Tabla 4.01. Coeficientes de correlación múltiple para los coeficientes de Poisson.

Coeficiente de Poisson	$R^2$ Latifoliadas	$R^2$ Coníferas
$v_{RT}$	95.75	95.94
$v_{RL}$	82.25	91.86
$v_{TL}$	94.90	89.90

Por otra parte, cuando se encontró alguno de los coeficientes de Poisson  $v_{ij}$ , los coeficientes faltantes se estimaron utilizando las simetrías del Modelo elástico general (Hernández Maldonado, 2010):

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= \frac{-\nu_{TR}}{E_T} \\ S_{13} &= \frac{-\nu_{LR}}{E_L} \\ S_{23} &= \frac{-\nu_{LT}}{E_L} \\ S_{21} &= \frac{-\nu_{RT}}{E_R} \\ S_{31} &= \frac{-\nu_{RL}}{E_R} \\ S_{32} &= \frac{-\nu_{TL}}{E_T} \end{aligned} \right\} \quad (4.08)$$

Con:  $i, j, k, l \in \{1, 2, 3\} : \{R, T, L\}$ , con la convención de índices repetidos.

Donde:

$S_{ij}$  = Constantes de elasticidad de la madera.

$\nu_{R,T,L}$  = Coeficientes de Poisson en el referencial R, T, L.

$E_{R,T,L}$  = Módulos de elasticidad en el referencial R, T, L.

Aplicando estas dos estrategias, se completaron todos los datos del catálogo de características elásticas.

#### *Catálogo de características elásticas*

Los resultados del proceso de recopilación y análisis de 238 maderas de especies latifoliadas y coníferas extranjeras son sintetizados en los anexos A4.01 y A4.02.

En estas Tablas se presenta el catálogo de los nombres botánicos y comunes de las especies estudiadas y las referencias correspondientes. Cuando en el texto o en las Tablas la cita tiene en la fecha un asterisco (\*), significa que esta referencia es citada por el autor que se indica entre paréntesis al final de la cita. Cuando la cita en el texto o en las Tablas

no tiene asterisco, significa que la información proviene directamente del autor correspondiente.

Los nombres botánicos y comunes se tomaron de las referencias enlistadas en los anexos A4.01 y A4.02. Cuando los nombres botánicos o comunes de las maderas no se encontraron en las publicaciones originales se procedió a la búsqueda de los nombres correspondientes.

Para tal fin, se consultaron las referencias siguientes: Peters (2000), Lincoln (2006), Gibbs (2006), Fengel y Wegener (2003) y el Manual de la madera del Laboratorio de Productos Forestales del Servicio Forestal de los Estados Unidos de América (Forest Products Laboratory, 1999). Esta etapa de la investigación estuvo supervisada por la Ingeniera Teresa García Moreno, Responsable del Laboratorio de Anatomía de la Madera, de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera.

En los anexos A4.01 y A4.02 a cada especie se le atribuye un código del tipo LAEXX 00. Las dos primeras letras mayúsculas en el código, se refieren a la familia botánica a la que pertenecen:

LA: Especies de “maderas latifoliadas”. En las referencias consultadas para la recopilación de características elásticas de maderas extranjeras (Hearmon, 1948; Bodig y Goodman, 1973; Guitard y El Amri, 1987), comúnmente se agrupan y se nombran “maderas latifoliadas” a las especies forestales pertenecientes al orden botánico de las angiospermas.

CO: Especies de “maderas coníferas”. Como en el caso de las maderas latifoliadas, las referencias consultadas para la recopilación de características elásticas de maderas extranjeras (Hearmon, 1948; Bodig y Goodman, 1973; Guitard y El Amri, 1987), comúnmente se agrupan y se nombran “maderas coníferas” a las especies forestales pertenecientes al orden botánico de las gimnospermas.

Las siguientes dos letras mayúsculas en el código se refieren a la procedencia de las especies:

EX: Especies de “maderas extranjeras”. Esta nominación se refiere al hecho de que son especies citadas en las referencias consultadas para la recopilación de características elásticas de autores extranjeros y que no son necesariamente nativas de México. Además, se nombran “maderas extranjeras” por oposición al conjunto de maderas de “especies mexicanas” nativas del país y estudiadas por autores mexicanos.

La última letra mayúscula en el código se refiere a la inicial del apellido del autor principal de la referencia en donde fue consultada la información:

H: Hearmon (1948).

B: Bodig y Goodman (1973).

G: Guitard y El Amri (1987).

Finalmente, los últimos dos dígitos en el código representan la secuencia en la cual están ordenados en la referencia.

El catálogo se complementa con las Tablas presentadas en los anexos A4.03 y A4.04., donde se presentan para cada especie estudiada y representada por su código, los valores de densidad, contenido de humedad y los datos de las 12 características elásticas analizadas.

Los datos recolectados para cada especie son:

Nombre común y nombre botánico, 2 características físicas de referencia: Densidad ( $\rho$ ) y contenido de humedad (H), y 12 características elásticas (ver ecuación 4.04).

#### 4.6. Análisis estadístico

##### *Determinación de valores de referencia*

Para fines de análisis, los nombres de los grupos botánicos “latifoliadas” y “coníferas” utilizados en las referencias consultadas para la elaboración de la base de datos de maderas extranjeras, presentadas en los anexos A4.01, A4.02, A4.03 y A4.04, se sustituyen

por los nombres de los órdenes botánicos correspondientes: maderas coníferas: Gimnospermas; y maderas latifoliadas: Angiospermas.

En las Tablas 4.02, 4.03 y 4.04 se sintetizan los estadígrafos de la densidad, del contenido de humedad y de las 12 características elásticas estudiadas, correspondientes a los grupos de 119 maderas de especies latifoliadas (angiospermas) y 119 maderas de especies coníferas (gimnospermas), y al grupo combinado de 238 maderas de todas las especies extrajeras.

Los estadígrafos presentados en las Tablas 4.02, 4.03 y 4.04 son:

Media aritmética.

Desviación estándar.

Coefficiente de variación.

Valor mínimo.

Valor máximo.

Rango de valores.

Número de especies.

Los valores “media aritmética” de cada estadígrafo de las Tablas 4.02, 4.03 y 4.04, para cada grupo de especies, representan los “valores de referencia” de la densidad y de las características elásticas correspondientes.

Estos valores satisfacen el primer objetivo de la investigación y serán utilizados para verificar las propiedades del Modelo elástico general.

Tabla 4.02. Estadígrafos de las características elásticas de 119 maderas de especies angiospermas (latifoliadas) extranjeras.

Angiospermas	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	H %	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
Media aritmética	0.537	11.37	1366	744	12180	729	977	284	0.721	0.351	0.045	0.386	0.029	0.508
Desviación estándar	0.1931	1.1313	826.12	637.64	4422.26	348.77	420.71	245.86	0.1714	0.0836	0.0214	0.0974	0.0134	0.0993
Coef. de variación	0.36	0.10	0.60	0.86	0.36	0.48	0.43	0.87	0.24	0.24	0.47	0.25	0.46	0.20
Valor mínimo	0.100	8.80	114	38	1050	59	113	10	0.407	0.039	0.015	0.043	0.007	0.157
Valor máximo	1.280	14.30	5630	5110	28500	2800	2980	1840	1.590	0.628	0.180	0.837	0.093	0.795
Rango de valores	1.18	5.50	5516	5072	27450	2741	2867	1830	1.183	0.589	0.165	0.794	0.086	0.638
Número de especies	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119

Tabla 4.03. Estadígrafos de las características elásticas de 119 maderas de especies gimnospermas (coníferas) extranjeras.

Gimnospermas	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	H %	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
Media aritmética	0.409	12.03	897	557	11327	708	755	76	0.494	0.317	0.036	0.407	0.025	0.464
Desviación estándar	0.0737	0.7604	225.29	182.18	3457.28	130.28	187.85	35.34	0.0829	0.0711	0.0146	0.0735	0.0116	0.1024
Coef. de variación	0.18	0.06	0.25	0.33	0.31	0.18	0.25	0.47	0.17	0.22	0.41	0.18	0.47	0.22
Valor mínimo	0.256	9.00	351	287	3540	301	322	22	0.297	0.176	0.018	0.174	0.011	0.275
Valor máximo	0.590	14.00	1720	1090	19036	930	1780	173	0.884	0.728	0.113	0.734	0.092	0.952
Rango de valores	0.334	5.00	1369	803	15496	629	1458	151	0.587	0.552	0.095	0.560	0.081	0.677
Número de especies	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119

Tabla 4.04. Estadígrafos de las características elásticas de 238 maderas de todas las especies extranjeras\*.

Angiospermas y Gimnospermas	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	H %	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
Media aritmética	0.473	11.70	1131	650	11753	719	866	180	0.607	0.334	0.041	0.397	0.027	0.486
Desviación estándar	0.1592	1.0164	648.27	477.19	3984.80	262.93	343.61	203.99	0.1760	0.0794	0.0189	0.0868	0.0127	0.1030
Coef. de variación	0.34	0.09	0.57	0.73	0.34	0.37	0.40	1.13	0.29	0.24	0.47	0.22	0.47	0.21
Valor mínimo	0.100	8.80	114	38	1050	59	113	10	0.297	0.039	0.015	0.043	0.007	0.157
Valor máximo	1.280	14.30	5630	5110	28500	2800	2980	1840	1.590	0.728	0.180	0.837	0.093	0.952
Rango de valores	1.180	5.50	5516	5072	27450	2741	2867	1830	1.293	0.689	0.165	0.794	0.086	0.795
Número de especies	238	238	238	238	238	238	238	238	238	238	238	238	238	238

\* El grupo "todas las especies" se refiere al conjunto de 238 especies, formado por 119 maderas angiospermas y 119 maderas gimnospermas extranjeras.

#### 4.7. Verificación de las propiedades del Modelo elástico general

La verificación de las propiedades del Modelo elástico general, que es el segundo objetivo de la investigación, se realiza en dos partes. La primera de ellas, es la comprobación de la anisotropía, encontrada usualmente entre las diferentes características elásticas de la madera. Por otra parte, se verifican los postulados referentes a la simetría elástica de un material ortotrópico, como es el caso de la madera, los cuales son propuestos en las ecuaciones (4.03) y 4.05).

Respecto a las propiedades de anisotropía encontrada usualmente entre las diferentes características elásticas de la madera, y de acuerdo con Bodig y Jayne (1982), los valores de los módulos de elasticidad de la madera de la matriz de las características elásticas, presentan una anisotropía del tipo:

$$E_L \gg E_R > E_T \quad (4.09)$$

Y de acuerdo a los resultados presentados en las Tablas 4.02, 4.03 y 4.04, se verifica la proposición de la ecuación (4.09). Las relaciones de proporcionalidad se presentan en la Tabla 4.05.

Tabla 4.05. Proporcionalidad de la anisotropía de las características elásticas.

Grupo botánico	$E_R$ :	$E_T$ :	$E_L$	$G_{TL}$ :	$G_{LR}$ :	$G_{RT}$	$V_{RT}$ :	$V_{TR}$ :	$V_{RL}$ :	$V_{LR}$ :	$V_{TL}$ :	$V_{LT}$
Angiospermas	1.00	0.54	8.92	1.00	1.34	0.39	1.00	0.49	0.06	0.54	0.04	0.70
Gimnospermas	1.00	0.62	12.63	1.00	1.07	0.11	1.00	0.64	0.07	0.82	0.05	0.94
Todas las especies*	1.00	0.57	10.39	1.00	1.20	0.25	1.00	0.55	0.07	0.65	0.04	0.80

\* El grupo "todas las especies" se refiere al conjunto de 238 especies, formado por 119 maderas angiospermas y 119 maderas gimnospermas extranjeras.

En el mismo contexto (Bodig y Jayne, 1982), los módulos de rigidez presentan una anisotropía del tipo:

$$G_{LR} > G_{TL} > G_{RT} \quad (4.10)$$

Y de acuerdo a los resultados presentados en las Tablas 4.02, 4.03 y 4.04, se verifica la proposición de la ecuación (4.10). Las relaciones de proporcionalidad se presentan en la Tabla 4.05.

Respecto a las relaciones de proporcionalidad de los coeficientes de Poisson, la Tabla 4.06 ordena los datos de las Tablas 4.02, 4.03 y 4.04. Estos resultados concuerdan con las proposiciones dadas por Guitard (1987):

$$V_{RT} > V_{LT} > V_{LR} \approx V_{TR} \gg V_{RL} > V_{TL} \quad (4.11)$$

Tabla 4.06. Valores y relaciones de proporcionalidad de los coeficientes de Poisson.

Grupo botánico	$V_{RT}$	>	$V_{LT}$	>	$V_{LR}$	$\approx$	$V_{TR}$	$\gg$	$V_{RL}$	>	$V_{TL}$
Angiospermas	0.721		0.508		0.386		0.351		0.045		0.029
Gimnospermas	0.494		0.464		0.407		0.317		0.036		0.025
Todas las especies*	0.607		0.486		0.397		0.334		0.041		0.027

\* El grupo "todas las especies" se refiere al conjunto de 238 especies, formado por 119 maderas angiospermas y 119 maderas gimnospermas extranjeras.

Por otra parte, los valores analizados de las características elásticas de cada especie, muestran una correspondencia con los valores de densidad de la madera. Esta tendencia se ejemplifica en la Figura 4.02, para los valores de la densidad y el módulo de elasticidad longitudinal  $E_L$ , de 238 maderas de especies extranjeras. Este resultado sugiere que las características elásticas de la madera pueden ser correlacionadas con su densidad.

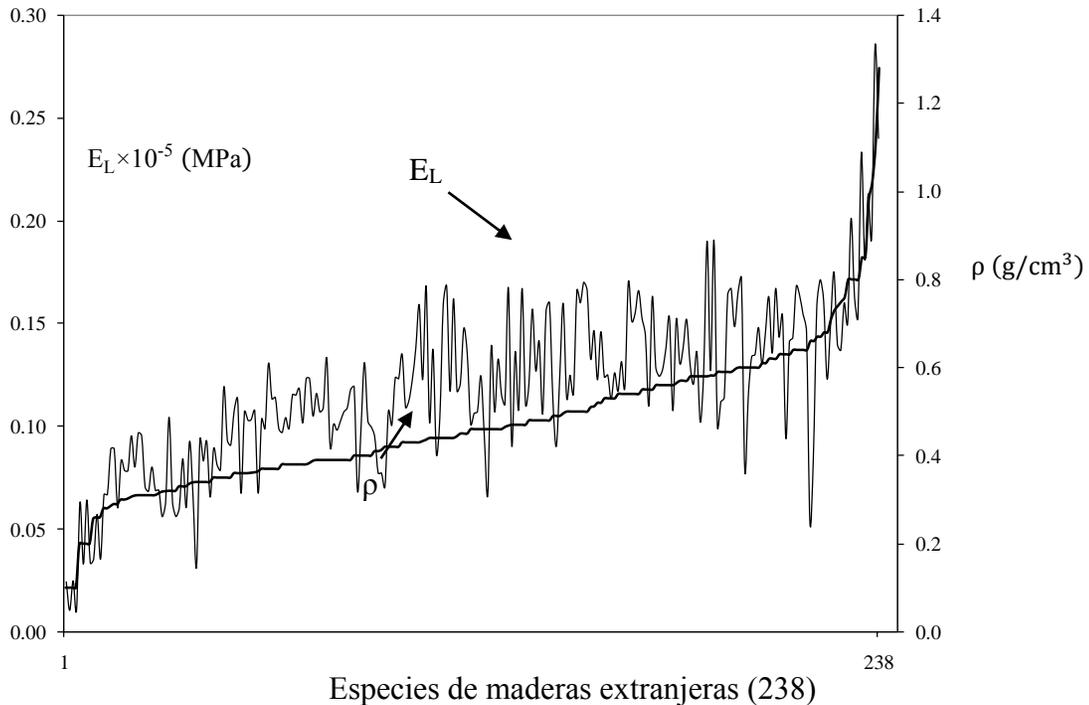


Figura 4.02. Correspondencia entre los valores de la densidad ( $\rho$ ) y el módulo de elasticidad longitudinal ( $E_L$ ) de 238 maderas de especies extranjeras

La Tabla 4.07 presenta los valores numéricos de las constantes elásticas de maderas extranjeras, calculados a partir de los valores promedio de las Tablas 4.02, 4.03 y 4.04, es decir, de los valores de referencia.

Estos resultados se pueden expresar en las matrices de elasticidad propuestas en la Tabla 4.08, para maderas de referencia de especies angiospermas con densidad promedio  $\rho = 0.537$ , para maderas de referencia de especies gimnospermas con  $\rho = 0.409$ , y para el grupo de todas las especies, es decir, para maderas extranjeras con  $\rho = 0.473$ , todas ellas con un contenido de humedad de la madera de  $H = 12\%$ .

Tabla 4.07. Valores de referencia de las constantes elásticas de maderas de especies extranjeras.

Constantes elásticas	Constantes de Ingeniería	Valores promedio Tabla 4.02	Angiospermas	Valores promedio Tabla 4.03	Gimnospermas	Valores promedio Tabla 4.04	Todas las especies*
			$\rho = 0.537 \text{ g/cm}^3$		$\rho = 0.409 \text{ g/cm}^3$		$\rho = 0.473 \text{ g/cm}^3$
			MPa <sup>-1</sup>		MPa <sup>-1</sup>		MPa <sup>-1</sup>
$S_{11} = \frac{1}{E_R}$		$\frac{1}{1366} = 0.0007320644$		$\frac{1}{897} = 0.0011148272$		$\frac{1}{1131} = 0.0008841733$	
$S_{12} = -\frac{V_{TR}}{E_T}$		$\frac{0.351}{744} = 0.0004717742$		$\frac{0.317}{557} = 0.0005691203$		$\frac{0.334}{650} = 0.0005138462$	
$S_{13} = -\frac{V_{LR}}{E_L}$		$\frac{0.386}{12180} = 0.0000316913$		$\frac{0.407}{11327} = 0.0000359318$		$\frac{0.397}{11753} = 0.0000337786$	
$S_{21} = -\frac{V_{RT}}{E_R}$		$\frac{0.721}{1366} = 0.0005278184$		$\frac{0.494}{897} = 0.0005507246$		$\frac{0.607}{1131} = 0.0005366932$	
$S_{22} = \frac{1}{E_T}$		$\frac{1}{744} = 0.0007320644$		$\frac{1}{557} = 0.0011148272$		$\frac{1}{650} = 0.0008841733$	
$S_{23} = -\frac{V_{LT}}{E_L}$		$\frac{0.508}{12180} = 0.0000417077$		$\frac{0.464}{11327} = 0.0000409641$		$\frac{0.486}{11753} = 0.0000413511$	
$S_{31} = -\frac{V_{RL}}{E_R}$		$\frac{0.045}{1366} = 0.0000329429$		$\frac{0.036}{897} = 0.0000401338$		$\frac{0.041}{1131} = 0.0000362511$	
$S_{32} = -\frac{V_{TL}}{E_T}$		$\frac{0.029}{744} = 0.0000389785$		$\frac{0.025}{557} = 0.0000448833$		$\frac{0.027}{650} = 0.0000415385$	
$S_{33} = \frac{1}{E_L}$		$\frac{1}{12180} = 0.0000821018$		$\frac{1}{11327} = 0.0000882846$		$\frac{1}{11753} = 0.0000850847$	
$S_{44} = \frac{1}{G_{TL}}$		$\frac{1}{729} = 0.0013717421$		$\frac{1}{708} = 0.0014124294$		$\frac{1}{719} = 0.0013908206$	
$S_{55} = \frac{1}{G_{LR}}$		$\frac{1}{977} = 0.0010235415$		$\frac{1}{755} = 0.0013245033$		$\frac{1}{866} = 0.0011547344$	
$S_{66} = \frac{1}{G_{RT}}$		$\frac{1}{284} = 0.0035211268$		$\frac{1}{76} = 0.0131578947$		$\frac{1}{180} = 0.0055555556$	

\* El grupo "todas las especies" se refiere al conjunto de 238 especies, formado por 119 maderas angiospermas y 119 maderas gimnospermas extranjeras.

Tabla 4.08. Matrices de elasticidad de valores referencia de las especies extranjeras.

Matriz de constantes elásticas.					
$S_{11}$	$S_{12}$	$S_{13}$	0	0	0
$S_{21}$	$S_{22}$	$S_{23}$	0	0	0
$S_{31}$	$S_{32}$	$S_{33}$	0	0	0
0	0	0	$S_{44}$	0	0
0	0	0	0	$S_{55}$	0
0	0	0	0	0	$S_{66}$
Matriz de constantes elásticas de maderas angiospermas (LAEX).					
$\left[ S_{LAEX} \right]_{\rho=0.537}^{H=12}$	Matriz de elasticidad para maderas latifoliadas (Angiospermas) extranjeras con densidad promedio $\rho = 0.537$ (g/cm <sup>3</sup> ) y con un contenido de humedad $H = 12\%$ .				
0.0007320644	0.0004717742	0.0000316913	0	0	0
0.0005278184	0.0007320644	0.0000417077	0	0	0
0.0000329429	0.0000389785	0.0000821018	0	0	0
0	0	0	0.0013717421	0	0
0	0	0	0	0.0010235415	0
0	0	0	0	0	0.0035211268
Matriz de constantes elásticas de madera gimnospermas (COEX).					
$\left[ S_{COEX} \right]_{\rho=0.409}^{H=12}$	Matriz de elasticidad para maderas coníferas (Gimnospermas) extranjeras con densidad promedio $\rho = 0.409$ (g/cm <sup>3</sup> ) y con un contenido de humedad $H = 12\%$ .				
0.0011148272	0.0005691203	0.0000359318	0	0	0
0.0005507246	0.0011148272	0.0000409641	0	0	0
0.0000401338	0.0000448833	0.0000882846	0	0	0
0	0	0	0.0014124294	0	0
0	0	0	0	0.0013245033	0
0	0	0	0	0	0.0131578947
Matriz de constantes elásticas de todas las especies* (LACOEX).					
$\left[ S_{LACOEX} \right]_{\rho=0.473}^{H=12}$	Matriz de elasticidad para maderas latifoliadas y coníferas (Angiospermas y gimnospermas) extranjeras con densidad promedio $\rho = 0.473$ (g/cm <sup>3</sup> ) y con un contenido de humedad $H = 12\%$ .				
0.0008841733	0.0005138462	0.0000337786	0	0	0
0.0005366932	0.0008841733	0.0000413511	0	0	0
0.0000362511	0.0000415385	0.0000850847	0	0	0
0	0	0	0.0013908206	0	0
0	0	0	0	0.0011547344	0
0	0	0	0	0	0.0055555556
* El grupo "todas las especies" se refiere al conjunto de 238 especies, formado por 119 maderas angiospermas y 119 maderas gimnospermas extranjeras.					

La ley de Hooke generalizada para un sólido elástico que posee simetrías materiales de tipo ortotrópico, se expresa en notación tensorial:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (4.01)$$

Donde:  $i, j, k, l \in \{1,2,3\}$ , con la convención de índices repetidos.

Y con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (4.03)$$

Las constantes de elasticidad  $S_{ij}$  de las ecuaciones (4.01 y 4.03), se pueden expresar en términos de las características elásticas de la madera, en el sistema de coordenadas  $\{1,2,3\} : \{R,T,L\}$ , como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_L \\ \varepsilon_{TL} \\ \varepsilon_{LR} \\ \varepsilon_{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_L \\ \tau_{TL} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{RT} \end{bmatrix} \quad (4.04)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-v_{TR}}{E_T} &= \frac{-v_{RT}}{E_R} \\ \frac{-v_{LR}}{E_L} &= \frac{-v_{RL}}{E_R} \\ \frac{-v_{LT}}{E_L} &= \frac{-v_{TL}}{E_T} \end{aligned} \right\} \quad (4.05)$$

Respecto a las condiciones de las simetrías materiales y elásticas de tipo ortotrópico, y de acuerdo con la Teoría de la elasticidad para sólidos deformables, los datos experimentales de las características elásticas de la madera, deben satisfacer las simetrías presentadas en las ecuaciones (4.03) y (4.05).

Además, siguiendo a Berthelot (1999), las relaciones de simetría de la matriz de características elásticas deben confirmar que ésta sea positiva. Es necesario entonces verificar que los coeficientes de Poisson, cuyos valores y relaciones de proporcionalidad se presentan en las Tablas 4.05 y 4.06 satisfagan:

$$1 - v_{ij} v_{ji} > 0 \quad (4.12)$$

Con:  $i, j, k, l \in \{1, 2, 3\}$ , con la convención de índices repetidos.

Desarrollando la expresión (4.12) se obtiene:

$$1 - v_{12} v_{21} - v_{13} v_{31} - v_{23} v_{32} - v_{12} v_{23} v_{31} - v_{21} v_{13} v_{32} > 0 \quad (4.13)$$

Y para: 1 = R; 2 = T; 3 = L, la expresión (4.13) se transforma en:

$$1 - (v_{RT} v_{TR}) - (v_{RL} v_{LR}) - (v_{TL} v_{LT}) - (v_{RT} v_{TL} v_{LR}) - (v_{TR} v_{RL} v_{LT}) > 0 \quad (4.14)$$

Considerando los resultados presentados en la Tabla 4.06, la desigualdad (4.12) para el grupo botánico de angiospermas es igual a:

$$1 - (v_{RT} v_{TR}) - (v_{RL} v_{LR}) - (v_{TL} v_{LT}) - (v_{RT} v_{TL} v_{LR}) - (v_{TR} v_{RL} v_{LT}) = 0.6987 > 0 \quad (4.15)$$

Igualmente, la desigualdad (4.12) para el grupo botánico de maderas gimnospermas es:

$$1 - (V_{RT} V_{TR}) - (V_{RL} V_{LR}) - (V_{TL} V_{LT}) - (V_{RT} V_{TL} V_{LR}) - (V_{TR} V_{RL} V_{LT}) = 0.8068 > 0 \quad (4.16)$$

Finalmente, para el grupo de todas las especies, la desigualdad (4.12) es:

$$1 - (V_{RT} V_{TR}) - (V_{RL} V_{LR}) - (V_{TL} V_{LT}) - (V_{RT} V_{TL} V_{LR}) - (V_{TR} V_{RL} V_{LT}) = 0.7547 > 0 \quad (4.17)$$

Los resultados de las relaciones (4.15), (4.16) y (4.17) confirman el criterio de la desigualdad (4.12).

Por otra parte, las simetrías de las ecuaciones (4.03) y (4.08) de la matriz de características elásticas, deben verificar las igualdades:

$$S_{ij} = S_{ji} \quad \text{para } i \neq j \quad (4.18)$$

Es decir:

$$\frac{v_{ij}}{E_i} = \frac{v_{ji}}{E_j} \quad \text{para } i \neq j \quad (4.19)$$

Estas verificaciones para los grupos de maderas de especies angiospermas, gimnospermas y el grupo de todas las especies extranjeras se presentan en la Tabla 4.09. La Tabla está elaborada considerando los resultados de las Tablas 4.07 ó 4.08 y utilizando las igualdades (4.18) ó (4.19):

Tabla 4.09. Variación en la simetría de las matrices de constantes elásticas.

Relaciones de anisotropía					
$S_{11}/S_{11}$	$S_{12}/S_{21}$	$S_{13}/S_{31}$	-	-	-
-	$S_{22}/S_{22}$	$S_{23}/S_{32}$	-	-	-
-	-	$S_{33}/S_{33}$	-	-	-
-	-	-	$S_{44}/S_{44}$	-	-
-	-	-	-	$S_{55}/S_{55}$	-
-	-	-	-	-	$S_{66}/S_{66}$
Variación en la simetría de los valores de las constantes elásticas en la matriz de angiospermas (LAEX). $\rho = 0.537$ ; $H = 12.0 \%$					
0.00	-11.88	-3.95	-	-	-
-	0.00	6.54	-	-	-
-	-	0.00	-	-	-
-	-	-	0.00	-	-
-	-	-	-	0.00	-
-	-	-	-	-	0.00
Variación en la simetría de los valores de las constantes elásticas en la matriz de gimnospermas (COEX). $\rho = 0.409$ ; $H = 12.0 \%$					
0.00	3.23	-11.69	-	-	-
-	0.00	-9.57	-	-	-
-	-	0.00	-	-	-
-	-	-	0.00	-	-
-	-	-	-	0.00	-
-	-	-	-	-	0.00
Variación en la simetría de los valores de las constantes elásticas en la matriz de todas las especies* (LACOEX). $\rho = 0.473$ ; $H = 12.0 \%$					
0.00	-4.45	-7.32	-	-	-
-	0.00	-0.45	-	-	-
-	-	0.00	-	-	-
-	-	-	0.00	-	-
-	-	-	-	0.00	-
-	-	-	-	-	0.00
* El grupo "todas las especies" se refiere al conjunto de 238 especies, formado por 119 maderas angiospermas y 119 maderas gimnospermas extranjeras.					

Las diferencias porcentuales de los cocientes  $S_{ij} / S_{ji}$  varían entre -10 y +12. No obstante, los promedios son cercanos a la unidad. Estos resultados van en contra de los postulados de las ecuaciones (4.03) ó (4.05).

Las posibles fuentes de esta variación pueden ser la diversidad de especies estudiadas, las diferentes condiciones y tipos de métodos de determinación de las características elásticas y finalmente a las simplificaciones implícitas en las hipótesis de ortotropía, de homogeneidad y de continuidad del Modelo elástico general.

Por otro lado, la simetría de la matriz de las constantes elásticas de un sólido elástico y ortotrópico (ecuación 4.03), en este caso los grupos de valores de las constantes elásticas

$S_{12}$  y  $S_{21}$ ;  $S_{23}$  y  $S_{32}$ ;  $S_{13}$  y  $S_{31}$ , para los tres grupos de estudio: maderas angiospermas, gimnospermas y el grupo de todas las especies extranjeras, se puede demostrar mediante una prueba  $t$  de *Student* para muestras independientes.

Los resultados de la prueba  $t$  de *Student* presentados en la Tabla 4.10, verifican que los intervalos de confianza para las diferencias de medias contienen valores de cero. Igualmente, los valores de  $P$  calculados, no fueron menores que 0.05 para intervalos de confianza de 95%. Es decir, la hipótesis nula:  $H_0: \mu_1 = \mu_2$ , no puede ser rechazada para un valor de:  $\alpha = 0.05$ .

Estos resultados indican que no existen diferencias estadísticas significativas entre las medias de los pares de muestras independientes analizadas. Es decir, que los términos no diagonales de la matriz de elasticidad pueden ser considerados como simétricamente iguales.

Tabla 4.10. Análisis de medias de los términos no diagonales de la matriz de elasticidad.

	Angiospermas		Gimnospermas		Todas las especies*	
	Intervalo	$\frac{P}{t}$	Intervalo	$\frac{P}{t}$	Intervalo	$\frac{P}{t}$
$S_{12}$ vs. $S_{21}$	-0.000220892 a	0.9588	-0.0000745167 a	0.1606	-0.000128897 a	0.7444
	0.000209582	-0.0518	0.000012411	-1.4075	0.0000921895	-0.3263
$S_{23}$ vs. $S_{32}$	-0.0000200248 a	0.7984	-0.00000401288 a	0.4556	-0.00000923997 a	0.6552
	0.0000259981	0.2557	0.00000891759	0.7473	0.000014679	0.4468
$S_{13}$ vs. $S_{31}$	-0.0000187772 a	0.2545	-0.00000730034 a	0.4118	-0.0000109712 a	0.1692
	0.00000499417	-1.1423	0.00000300118	-0.8222	0.00000193013	-1.3770

\* El grupo "todas las especies" se refiere al conjunto de 238 especies, formado por 119 maderas angiospermas y 119 maderas gimnospermas extranjeras.

Estos resultados validan las propiedades de simetría entre los términos no diagonales de la matriz de elasticidad y cumplen con el segundo objetivo de la investigación.

#### 4.8. Análisis de Modelos estadísticos

##### *Selección de Modelos de predicción*

El tercer objetivo de la investigación, es analizar la información recolectada, para establecer de esta forma, Modelos estadísticos que sirvan para predecir teóricamente valores de las características elásticas, a partir de un parámetro simple e intrínseco de la madera como es la densidad.

Para seleccionar el tipo de regresión que será el Modelo de predicción, se realizó un estudio comparativo entre varios Modelos estadísticos. Los Modelos analizados fueron regresiones simples (lineales y exponenciales), múltiples y polinomiales.

El Modelo seleccionado de regresión simple presenta el mejor conjunto de coeficientes de correlación ( $R^2$ ) para las características elásticas estudiadas de los tres grupos (ver Tabla 4.11). El análisis estadístico fue realizado con el paquete informatizado *Statgraphics®* Centurion XV (StatPoint, 2005).

El Modelo estadístico seleccionado puede ser representado por la función:

$$CE = f(\rho) \quad (4.20a)$$

Las regresiones simples calculadas fueron de tipo:

$$CE = a \rho^n \quad (4.20b)$$

Donde:

CE = Característica elástica.

$\rho$  = Densidad de la madera ( $\text{g/cm}^3$ ).

$a$  = Constante particular a cada grupo taxonómico y característica elástica.

Este tipo de regresiones es aceptado por varios investigadores en Ciencias de la madera, entre otros se puede citar a: Hearmon (1948), Bodig y Goodman (1973) y Guitard y El Amri (1987). Estos Modelos fueron generados a partir de datos estadísticos de especies de maderas extranjeras, para cada una de las bases de datos desarrolladas por estos autores.

En el caso particular de esta investigación, orientada a generar Modelos estadísticos de predicción de características elásticas para las condiciones de las maderas mexicanas, el análisis de regresiones simples (lineales y exponenciales), múltiples y polinomiales, combinando 2 grupos de maderas: 119 angiospermas y 119 gimnospermas, y el conjunto las 238 especies de las tres bases de datos, permitió observar que el mejor conjunto de coeficientes de correlación ( $R^2$ ) corresponde a Modelos del tipo de la ecuación (4.20b), pero ajustando a la unidad el exponente n.

De esta forma, para el caso de las especies mexicanas, se proponen como Modelos de predicción de las características elásticas, regresiones simples de tipo:

$$CE = a \rho \quad (4.21)$$

La Tabla 4.11 presenta las regresiones estadísticas y sus coeficientes de correlación para los grupos de maderas de especies angiospermas, gimnospermas y el grupo de todas las especies extranjeras. Esta Tabla sintetiza las regresiones estadísticas lineales simples para estimar una característica elástica de una madera a partir de su densidad.

Los valores de los coeficientes de correlación  $R^2$  presentados en la Tabla 4.11 y los valores de  $R^2$  propuestos por los autores de referencia (Hearmon, 1948; Bodig y Goodman, 1973; Guitard y El Amri, 1987) son similares.

En contraste, y debido a las diferentes unidades utilizadas, los valores de las constantes de las regresiones difieren entre los autores revisados y los resultados de esta investigación.

Los resultados de la Tabla 4.11 muestran igualmente, que los valores de los coeficientes de correlación  $R^2$  para el grupo botánico de maderas gimnospermas son generalmente mayores a los coeficientes de correlación  $R^2$  correspondientes al grupo botánico de maderas angiospermas. Este resultado puede explicarse por la diferencia entre los rangos

de los valores de densidad y de las características elásticas de los grupos estudiados (ver Tablas 4.02, 4.03 y 4.04).

Tabla 4.11. Regresiones estadísticas y sus coeficientes de correlación para características elásticas de maderas de especies angiospermas y gimnospermas extranjeras.

Angiospermas extranjeras					Gimnospermas extranjeras					Todas las especies*							
CE	=	a	$\rho$	R <sup>2</sup>	Ec.	CE	=	a	$\rho$	R <sup>2</sup>	Ec.	CE	=	a	$\rho$	R <sup>2</sup>	Ec.
E <sub>R</sub>	=	2695	$\rho$	0.93	(4.22)	E <sub>R</sub>	=	2194	$\rho$	0.97	(4.34)	E <sub>R</sub>	=	2521	$\rho$	0.93	(4.46)
E <sub>T</sub>	=	1548	$\rho$	0.81	(4.23)	E <sub>T</sub>	=	1379	$\rho$	0.98	(4.35)	E <sub>T</sub>	=	1489	$\rho$	0.85	(4.47)
E <sub>L</sub>	=	22370	$\rho$	0.97	(4.24)	E <sub>L</sub>	=	28052	$\rho$	0.97	(4.36)	E <sub>L</sub>	=	24342	$\rho$	0.96	(4.48)
G <sub>TL</sub>	=	1387	$\rho$	0.96	(4.25)	G <sub>TL</sub>	=	1708	$\rho$	0.97	(4.37)	G <sub>TL</sub>	=	1499	$\rho$	0.96	(4.49)
G <sub>LR</sub>	=	1840	$\rho$	0.97	(4.26)	G <sub>LR</sub>	=	1839	$\rho$	0.96	(4.38)	G <sub>LR</sub>	=	1840	$\rho$	0.97	(4.50)
G <sub>RT</sub>	=	588	$\rho$	0.80	(4.27)	G <sub>RT</sub>	=	188	$\rho$	0.87	(4.39)	G <sub>RT</sub>	=	449	$\rho$	0.68	(4.51)
V <sub>RT</sub>	=	1.1614	$\rho$	0.80	(4.28)	V <sub>RT</sub>	=	1.1677	$\rho$	0.94	(4.40)	V <sub>RT</sub>	=	1.1636	$\rho$	0.84	(4.52)
V <sub>TR</sub>	=	0.5954	$\rho$	0.88	(4.29)	V <sub>TR</sub>	=	0.7562	$\rho$	0.94	(4.41)	V <sub>TR</sub>	=	0.6512	$\rho$	0.90	(4.53)
V <sub>RL</sub>	=	0.0765	$\rho$	0.77	(4.30)	V <sub>RL</sub>	=	0.0827	$\rho$	0.79	(4.42)	V <sub>RL</sub>	=	0.0793	$\rho$	0.78	(4.54)
V <sub>LR</sub>	=	0.6378	$\rho$	0.84	(4.31)	V <sub>LR</sub>	=	0.9617	$\rho$	0.93	(4.43)	V <sub>LR</sub>	=	0.7503	$\rho$	0.85	(4.55)
V <sub>TL</sub>	=	0.0529	$\rho$	0.89	(4.32)	V <sub>TL</sub>	=	0.0578	$\rho$	0.77	(4.44)	V <sub>TL</sub>	=	0.0546	$\rho$	0.84	(4.56)
V <sub>LT</sub>	=	0.8277	$\rho$	0.83	(4.33)	V <sub>LT</sub>	=	1.0955	$\rho$	0.92	(4.45)	V <sub>LT</sub>	=	0.9206	$\rho$	0.85	(4.57)

\* El grupo "todas las especies" se refiere al conjunto de 238 especies, formado por 119 maderas angiospermas y 119 maderas gimnospermas extranjeras.

#### 4.9. Conclusiones

El análisis estadístico de los datos de las bases que fueron estudiadas, permitió determinar valores de referencia de las características elásticas de la madera.

Los autores citados, han utilizado diferentes enfoques experimentales para sus cálculos y estimaciones de las características elásticas de la madera. No obstante, y de acuerdo con la información sintetizada en esta investigación, los resultados son coherentes con los datos y con las conclusiones de las bases de datos analizadas.

Los resultados numéricos de relaciones y desigualdades entre los módulos de elasticidad, los módulos de rigidez y los coeficientes de Poisson, fueron satisfactorias con las predicciones teóricas. La investigación verificó igualmente, los requisitos de simetría de los términos no diagonales de la matriz de constantes elásticas, requeridos por el Modelo elástico general de la madera.

Esta conclusión confirmó la vigencia del Modelo elástico general de la madera y permite utilizarlo como herramienta en el estudio del comportamiento elástico de la madera.

Este argumento propone que las fórmulas presentadas en este capítulo, pueden ser aceptadas como Modelos de predicción numérica de los valores de las características elásticas de la madera, a partir de un parámetro simple e intrínseco del material y de fácil determinación experimental, como es su densidad.

Finalmente, a partir del análisis de los resultados de la investigación, los resultados de la Tabla 4.11, se proponen como los Modelos de predicción para las características elásticas de maderas de especies mexicanas.

#### Referencias

Nota: Cuando en el texto o en las Tablas la cita tiene en la fecha un asterisco (\*), significa que esta referencia es citada por el autor que se indica entre paréntesis al final de la cita. Cuando la cita en el texto o en las Tablas no tiene asterisco, significa que la información proviene directamente del autor correspondiente.

Ben Farhat, M. 1985\*. Contribution a la mesure des constantes rhéologiques du bois par compression d'échantillons cubiques. Doctorat de 3<sup>e</sup> cycle, I.N.P. de Lorraine. Nancy, France. (\*Citado en Guitard y El Amri, 1987).

Berthelot, J.M. 1999. Composite Materials. Mechanical Behavior and Structural Analysis. Springer-Verlag. USA.

Bodig, J.; Goodman, J.R. 1973. Prediction of Elastic Parameters for Wood. *Wood Science*. 5(4):249-264.

Bodig, J.; Jayne, B.A. 1982. Mechanics of Wood Composites. Van Nostrand Reinhold. USA.

Carrington, H. 1921\*. The Moduli of Rigidity for Spruce. *Phil. Mag.* (41):848. (\*Citado en Hearmon, 1948).

Carrington, H. 1922\*. Young's Modulus and Poisson's Ratio for Spruce. *Phil. Mag.* (43):871. (\*Citado en Hearmon, 1948).

Carrington, H. 1923\*. The Elastic Constants of Spruce. *Phil. Mag.* (45):1055. (\*Citado en Hearmon, 1948).

Comisión Forestal de América del Norte. 1994. Manual de construcción de estructuras ligeras de madera. Consejo Nacional de la Madera en la Construcción. México.

Crestin, F.; Campredon, J. 1934\*. The Elastic Properties of Wood, an Anisotropic Material. *Génie civ.* 55(2722):325. (\*Citado en Hearmon, 1948).

Doyle, D.V.; Drow, J.T.; McBurney, R.S. 1946\*. The Elastic Properties of Wood. U.S. Dept. Agric., For. Prod. Lab. USA. (\*Citado en Hearmon, 1948).

El Amri, F. 1987\*. Contribution à la modélisation élastique anisotrope dans le matériau bois-feuillu et résineux. Thèse de Doctorat, I.N.P. de Lorraine. Nancy, France. (\*Citado en Guitard y El Amri, 1987).

Fengel, D.; Wegener, G. 2003. Wood. Chemistry, Ultrastructure, Reactions. Verlag Kessel. Germany.

Forest Products Laboratory. 1999. Wood handbook—Wood as an engineering material. Gen. Tech. Rep. FPL–GTR–113. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory. USA.

Gerhards, C.C. 1982\*. Effect of moisture content and temperature on the mechanical properties of wood: An Analysis of immediate effects. *Wood and Fiber.* 14(1):00-00. (\*Citado en Guitard y El Amri, 1987).

Gibbs, N. 2006. Directorio de Maderas, Editorial Acanto. España.

Goodman, J.R.; Bodig, J. 1970\*. Orthotropic elastic properties of wood. *Journal of the Structural Division*, ASC 96(St 11); 2301-2319. (\*Citado en Bodig y Goodman, 1973).

Guitard, D. 1985\*. Comportement Mécanique du Bois. Dans le matériau bois: propriétés – technologie – mise en oeuvre. Ecole d`Hiver sur le Bois à Albe (68), Ed. Arbolor. Nancy, France. (\*Citado en Guitard y El Amri, 1987).

Guitard, D. 1987. Mécanique du Matériau Bois et Composites. CEPADUES-EDITIONS. France.

Guitard, D.; El Amri, F. 1987. Modèles prévisionnels de comportement élastique tradimensionnel pour les bois feuillus et les bois résineux. *Annales des Sciences Forestières*. INRA. 45(3):335-358.

Hearmon, R.F.S. 1948. The Elasticity of Wood and Plywood. Department of Scientific and Industrial Research. Forest Products Research. Special Report No. 7. His Majesty's Stationery Office. England.

Hernández Maldonado, S.A. 2010. Comportamiento elástico de la madera. Teoría y aplicaciones. Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. México.

Hörig, H. 1935\*. Application of the Elastic Theory of Anisotropy Bodies to Measurements on Wood. *Ingen. – Arch.* (6):8. (\*Citado en Hearmon, 1948).

Jenkin, C.F. 1920\*. Report on Materials Used in the Construction of Aircraft and Aircraft Engines. H.M. Stationary Office. p:6. England. (\*Citado en Hearmon, 1948).

Kollmann, F.P.; Côté, W.A. 1968. Principles of Wood Science and Technology. Volume I: Solid Wood. Springer-Verlag. Germany.

Lincoln, W.A. 2006. World Woods in Color. Linden Publishing. USA.

López Cano, J.L. 2006. Método e hipótesis científicos. Temas básicos. Área: Metodología de la ciencia 3. Editorial Trillas. México.

Nepveu, G. 1983\*. *Eléments de statistique*. INRA-C.N.R.F. Champenoux: Station de Recherches sur la Qualité des Bois. France. (\*Citado en Guitard y El Amri, 1987).

Peters, R. 2000. *Woodworker's Guide to Wood*. Sterling Publishing. USA.

Pluinage, G. 1985\*. *Rapport Contrat D.G.R.S.T. 81 G 1058. Etude critique de la détermination expérimentale des constantes élastiques dans le bois*. France. (\*Citado en Guitard y El Amri, 1987).

Preziosa, C. 1982\*. *Méthode de détermination des constantes élastiques du matériau bois par utilisation des ultrasons. Thèse de Docteur Ingénieur, Université d'Orléans*. France. (\*Citado en Guitard y El Amri, 1987).

Robles Fernández-Villegas, F.; Echenique-Manrique, R. 1983. *Estructuras de Madera*. Editorial LIMUSA. México.

Seichepine, J.L. 1980\*. *Mise au point d'une méthode expérimentale destinée à l'identification de la matrice des complaisances élastiques de solides anisotropes: Application aux matériaux bois. Doctorat d'Ingénieur, I.N.P. de Lorraine. Nancy, France*. (\*Citado en Guitard y El Amri, 1987).

Sotomayor Castellanos, J.R. 1987. *Calidad de la Madera para la Industria de la Construcción. Consideraciones Tecnológicas, Industriales y Comerciales*. Cámara Nacional de la Industria de la Construcción. México.

Sotomayor Castellanos, J.R. 2002. *Características mecánicas de la madera y su aplicación en la industria de la construcción*. *Ciencia Nicolaita*. 33:127-138.

Sotomayor Castellanos, J.R. 2005. *Características mecánicas y clasificación de la madera de 150 especies mexicanas*. *Investigación e Ingeniería de la Madera*. 1(1):3-20.

Stamer, J. 1935\*. *Investigations on the Elasticity of Wood*. *Ingen. - Arch.* (6):1. (\*Citado en Hearmon, 1948).

Stamer, J.; Sieglerschmidt, H. 1933\*. Elastic Deformation of Wood. *Z. Ver. dtsh. Ing.* (77):503. (\*Citado en Hearmon, 1948).

StatPoint, Inc. 2005. The User's Guide to *STATGRAPHICS®* Centurion XV. StatPoint, Inc. USA.

Torelli, N. 1982. Estudio promocional de 43 especies forestales tropicales mexicanas. Programa de cooperación científica y técnica, México-Yugoslavia. SARH. SFF. México.

Yurén Camarena, M.T. 2002. Leyes, teorías y modelos. Temas básicos. Área: Metodología de la ciencia 5. Editorial Trillas. México.

## Anexos

Anexo A4.01. Catálogo de 119 maderas de especies angiospermas extranjeras

Anexo A4.02. Catálogo de 119 maderas de especies gimnospermas extranjeras

Anexo A4.03. Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies angiospermas (latifoliadas) extranjeras

Anexo A4.04. Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies gimnospermas (coníferas) extranjeras

Anexo A4.01 (1 pagina de 4). Catálogo de 119 maderas de especies angiospermas extranjeras (Código: LAEXX 00).

No.	Nombre botánico	Nombre común	Referencia	Código
1	<i>Fraxinus</i> sp.	Ash	Hörig (1935*), Stamer (1935*)	LAEXH 01
2	<i>Fraxinus</i> sp.	Ash	Jenkin (1920*)	LAEXH 02
3	<i>Ochroma</i> sp.	Balsa	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 03
4	<i>Ochroma</i> sp.	Balsa	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 04
5	<i>Fagus</i> sp.	Beech	Hörig (1935*), Stamer y col. (1933*)	LAEXH 05
6	<i>Betula</i> sp.	Birch	Hörig (1935*), Stamer (1935*)	LAEXH 06
7	<i>Khaya</i> sp.	Khaya	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 07
8	<i>Acer</i> sp.	Maple	Hörig (1935*), Stamer (1935*)	LAEXH 08
9	<i>Swietenia</i> sp.	Mahogany	Jenkin (1920*)	LAEXH 09
10	<i>Swietenia</i> sp.	Mahogany	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 10
11	<i>Quercus</i> sp.	Oak	Hörig (1935*), Stamer y col. (1933*)	LAEXH 11
12	<i>Quercus</i> sp.	Purple Oak	Crestin y col. (1934*)	LAEXH 12
13	<i>Cavanillesia platanifolia</i>	Quipo	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 13
14	<i>Cavanillesia platanifolia</i>	Quipo	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 14
15	<i>Liquidambar styraciflua</i>	Sweetgum	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 15
16	<i>Juglans</i> sp.	Walnut	Jenkin (1920*)	LAEXH 16
17	<i>Betula alleghaniensis</i>	Yellow Birch	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 17
18	<i>Liriodendron tulipifera</i>	Yellow Poplar	Doyle y col. (1946*)	LAEXH 18
19	<i>Populus tremuloides</i>	Quaking aspen	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 01
20	<i>Populus tremuloides</i>	Quaking aspen	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 02
21	<i>Populus tremuloides</i>	Quaking aspen	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 03
22	<i>Quercus rubra</i>	Red oak	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 04
23	<i>Quercus rubra</i>	Red oak	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 05
24	<i>Quercus rubra</i>	Red oak	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 06
25	<i>Alnus rubra</i>	Alder Red	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 07
26	<i>Fraxinus nigra</i>	Ash Black	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 08
27	<i>Fraxinus pennsylvanica</i>	Ash Green	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 09
28	<i>Fraxinus americana</i>	Ash White	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 10
29	<i>Populus grandidentata</i>	Aspen Bigtooth	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 11
30	<i>Populus tremuloides</i>	Aspen Quaking	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 12

(\*) Referencia citada.

Anexo A4.01 (2 pagina de 4). Catálogo de 119 maderas de especies angiospermas extranjeras (Código: LAEXX 00).

No.	Nombre botánico	Nombre común	Referencia	Código
31	<i>Fagus grandifolia</i>	Beech American	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 13
32	<i>Betula papyrifera</i>	Birch Paper	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 14
33	<i>Betula lenta</i>	Birch Sweet	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 15
34	<i>Betula alleghaniensis</i>	Birch Yellow	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 16
35	<i>Populus trichocarpa</i>	Cottonwood Black	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 17
36	<i>Populus deltoides</i>	Cottonwood Eastern	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 18
37	<i>Ulmus americana</i>	Elm American	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 19
38	<i>Ulmus rubra</i>	Elm Slippery	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 20
39	<i>Celtis occidentalis</i>	Hackberry	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 21
40	<i>Carya cordiformis</i>	Hickory Bitternut	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 22
41	<i>Carya tomentosa</i>	Hickory Mockernut	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 23
42	<i>Carya myristiciformis</i>	Hickory Nutmeg	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 24
43	<i>Carya illinoensis</i>	Hickory Pecan	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 25
44	<i>Carya glabra</i>	Hickory Pignut	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 26
45	<i>Carya ovata</i>	Hickory Shagbark	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 27
46	<i>Carya laciniosa</i>	Hickory Shellbark	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 28
47	<i>Carya aquatica</i>	Hickory Water	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 29
48	<i>Magnolia acuminata</i>	Magnolia Cucumbertree	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 30
49	<i>Magnolia grandiflora</i>	Magnolia Southern	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 31
50	<i>Acer nigrum</i>	Maple Black	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 32
51	<i>Acer rubrum</i>	Maple Red	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 33
52	<i>Acer saccharinum</i>	Maple Silver	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 34
53	<i>Acer Saccharum</i>	Maple Sugar	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 35
54	<i>Quercus velutina</i>	Oak - Red Black	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 36
55	<i>Quercus falcata</i> var. <i>pagodaefolia</i>	Oak - Red Cherry bark	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 37
56	<i>Quercus laurifolia</i>	Oak - Red Laurel	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 38
57	<i>Quercus rubra</i>	Oak - Red Northern Red	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 39
58	<i>Quercus palustris</i>	Oak - Red Pin	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 40
59	<i>Quercus coccínea</i>	Oak - Red Scarlet	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 41
60	<i>Quercus falcata</i>	Oak - Red Southern Red	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 42

Anexo A4.01 (3 pagina de 4). Catálogo de 119 maderas de especies angiospermas extranjeras (Código: LAEXX 00).

No.	Nombre botánico	Nombre común	Referencia	Código
61	<i>Quercus nigra</i>	Oak - Red Water	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 43
62	<i>Quercus phellos</i>	Oak - Red Willow	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 44
63	<i>Quercus macrocarpa</i>	Oak - White Burr	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 45
64	<i>Quercus prinus</i>	Oak - White Chestnut	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 46
65	<i>Quercus sp.</i>	Oak - White Overdip	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 47
66	<i>Quercus stellata</i>	Oak - White Post	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 48
67	<i>Quercus michauxii</i>	Oak - White Swamp chestnut	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 49
68	<i>Quercus bicolor</i>	Oak - White Swamp white	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 50
69	<i>Quercus alba</i>	Oak - White White	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 51
70	<i>Populus balsamifera</i>	Poplar Balsam	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 52
71	<i>Platanus occidentalis</i>	Sycamore American	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 53
72	<i>Liquidambar styraciflua</i>	Sweetgum	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 54
73	<i>Lithocarpus densiflorus</i>	Tanoak	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 55
74	<i>Nyssa sylvatica</i>	Tupelo Black	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 56
75	<i>Nyssa aquatica</i>	Tupelo Water	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 57
76	<i>Liriodendron tulipifera</i>	Yellow-Poplar	Bodig y Goodman (1973)	LAEXB 58
77	<i>Parkia nitida</i>	Dodomissinga	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 01
78	<i>Vochisia sp.</i>	Quaruba	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 02
79	<i>Simaruba amara</i>	Marupa	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 03
80	<i>Terminalia Superba</i>	Limba	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 04
81	<i>Xylophia sp.</i>	Pegreou	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 05
82	<i>Peltogyne venosa</i>	Amarante	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 06
83	<i>Diptotropis purpurea</i>	Cueurs dehors	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 07
84	<i>Manilkara mabokeensis</i>	Monghinza	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 08
85	<i>Manilkara bidentata</i>	Balata Rouge	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 09
86	<i>Hubertia madagascariensis</i>	Endranedrana	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 10
87	<i>Populus alba</i>	Peuplier	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 11
88	<i>Quercus sp.</i>	Chene	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 12
89	<i>Fraxinus sp.</i>	Frene	Guitard y El Amri (1987)	LAEXG 13
90	<i>Ochroma sp.</i>	Balsa wood	Guitard (1985*)	LAEXG 14

(\*) Referencia citada.

Anexo A4.01 (4 pagina de 4). Catálogo de 119 maderas de especies angiospermas extranjeras (Código: LAEXX 00).

No.	Nombre botánico	Nombre común	Referencia	Código
91	<i>Acer pseudoplatanus</i>	Alpine maple	Seichepine (1980*), Ben Farhat (1985*)	LAEXG 15
92	<i>Betula</i> sp.	Birch	Seichepine (1980*), Ben Farhat (1985*)	LAEXG 16
93	<i>Betula alleghaniensis</i>	Yellow birch	Guitard (1985*)	LAEXG 17
94	<i>Fagus silvatica</i>	Red beech	Seichepine (1980*), Ben Farhat (1985*)	LAEXG 18
95	<i>Ochroma</i> sp.	Balsa wood	Guitard (1985*)	LAEXG 19
96	<i>Fraxinus</i> sp.	Ash	Seichepine (1980*), Ben Farhat (1985*)	LAEXG 20
97	<i>Fraxinus</i> sp.	Ash	Guitard (1987)	LAEXG 21
98	<i>Khaya</i> sp.	Khaya	Guitard (1985*)	LAEXG 22
99	<i>Swietenia</i> sp.	Mahogany	Guitard (1987)	LAEXG 23
100	<i>Swietenia</i> sp.	Mahogany	Guitard (1985*)	LAEXG 24
101	<i>Cavanillesia Platanifolia</i>	Quipo	Guitard (1985*)	LAEXG 25
102	<i>Cavanillesia Platanifolia</i>	Quipo	Guitard (1985*)	LAEXG 26
103	<i>Liquidambar styraciflua</i>	Sweet gum	Guitard (1985*)	LAEXG 27
104	<i>Juglans</i> sp.	Walnut	Guitard (1987)	LAEXG 28
105	<i>Liriodendrow tulipifera</i>	Whitewood	Guitard (1985*)	LAEXG 29
106	<i>Populus tremuloides</i>	Quaking aspen	El Amri (1987)	LAEXG 30
107	<i>Populus tremuloides</i>	Quaking aspen	El Amri (1987)	LAEXG 31
108	<i>Populus Tremuloides</i>	Quaking aspen	El Amri (1987)	LAEXG 32
109	<i>Quercus</i> sp.	Red oak	El Amri (1987)	LAEXG 33
110	<i>Quercus</i> sp.	Red oak	El Amri (1987)	LAEXG 34
111	<i>Quercus</i> sp.	Red oak	El Amri (1987)	LAEXG 35
112	<i>Bagassa guianensis</i>	Bagasse	Preziosa (1982*)	LAEXG 36
113	<i>Lophira alata</i>	Azobe	Preziosa (1982*)	LAEXG 37
114	<i>Liriodencron tulipifera</i>	Tulipier	Pluvinage (1985*)	LAEXG 38
115	<i>Fagus</i> sp.	Hetre	Pluvinage (1985*)	LAEXG 39
116	<i>Quercus</i> sp.	Chene	Pluvinage (1985*)	LAEXG 40
117	<i>Ceiba pentandra</i>	Fromager	Preziosa (1982*)	LAEXG 41
118	<i>Distemonanthus benthamianus</i>	Movingui	Preziosa (1982*)	LAEXG 42
119	<i>Eperua salcata</i>	Wapa	Preziosa (1982*)	LAEXG 43

(\*) Referencia citada.

Anexo A4.02 (1 pagina de 4). Catálogo de 119 maderas de especies gimnospermas extranjeras (Código: COEXX 00).

No.	Nombre botánico	Nombre común	Referencia	Código
1	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	Doyle y col. (1946*)	COEXH 01
2	<i>Abies</i> sp.	Fir	Crestin y col. (1934*)	COEXH 02
3	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Oregon pine	Hörig (1935*), Stamer y col. (1933*)	COEXH 03
4	<i>Pinus sylvestris</i>	Scots pine	Hörig (1935*), Stamer (1935*)	COEXH 04
5	<i>Picea sitchensis</i>	Sitka spruce	Doyle y col. (1946*)	COEXH 05
6	<i>Picea</i> sp.	Spruce	Carrington (1921*, 1922*, 1923*)	COEXH 06
7	<i>Picea</i> sp.	Spruce	Carrington (1921*, 1922*, 1923*)	COEXH 07
8	<i>Picea</i> sp.	Spruce	Carrington (1921*, 1922*, 1923*)	COEXH 08
9	<i>Picea</i> sp.	Spruce	Carrington (1921*, 1922*, 1923*)	COEXH 09
10	<i>Picea</i> sp.	Spruce	Jenkin (1920*)	COEXH 10
11	<i>Picea</i> sp.	Spruce	Hörig (1935*), Stamer (1935*)	COEXH 11
12	<i>Thuja occidentalis</i>	Northern white cedar	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 01
13	<i>Abies lasiocarpa</i> Nutt.	Subalpine fir	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 02
14	<i>Picea engelmannii</i>	Engelman spruce	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 03
15	<i>Picea engelmannii</i>	Engelman spruce	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 04
16	<i>Picea engelmannii</i>	Engelman spruce	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 05
17	<i>Picea engelmannii</i>	Engelman spruce	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 06
18	<i>Thuja plicata</i>	Western red cedar	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 07
19	<i>Pinus lambertiana</i>	Sugar pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 08
20	<i>Pinus monticola</i>	Western white pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 09
21	<i>Picea sitchensis</i>	Sitka spruce	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 10
22	<i>Sequoia sempervirens</i>	Redwood	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 11
23	<i>Pinus ponderosa</i>	Ponderosa pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 12
24	<i>Pinus contorta</i>	Lodgepole pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 13
25	<i>Pinus resinosa</i>	Red pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 14
26	<i>Tsuga heterophylla</i>	Western hemlock	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 15
27	<i>Taxodium distichum</i>	Baldcypress	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 16
28	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 17
29	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 18
30	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 19

(\*) Referencia citada.

Anexo A4.02 (2 pagina de 4). Catálogo de 119 maderas de especies gimnospermas extranjeras (Código: COEXX 00).

No.	Nombre botánico	Nombre común	Referencia	Código
31	<i>Pinus taeda</i>	Loblolly pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 20
32	<i>Larix occidentalis</i>	Western larch	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 21
33	<i>Pinus serotina</i>	Pond pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 22
34	<i>Pinus palustris</i>	Longleaf pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 23
35	<i>Pinus elliotii</i>	Slash pine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 24
36	<i>Taxodium distichum</i>	Baldcypress	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 25
37	<i>Chamaecyparis nootkatensis</i>	Cedar Alaska	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 26
38	<i>Chamaecyparis thyoides</i>	Cedar Atlantic white	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 27
39	<i>Juniperus virginiana</i>	Cedar Eastern red	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 28
40	<i>Libocedrus decurrens</i>	Cedar Incense	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 29
41	<i>Thuja occidentalis</i>	Cedar Northern white	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 30
42	<i>Chamaecyparis lawsoniana</i>	Cedar Port orford	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 31
43	<i>Thuja plicata</i>	Cedar Western red	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 32
44	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas-fir Coast	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 33
45	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas-fir Interior west	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 34
46	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas-fir Interior north	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 35
47	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas-fir Interior south	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 36
48	<i>Abies balsamea</i>	Fir Balsam	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 37
49	<i>Abies magnifica</i>	Fir California red	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 38
50	<i>Abies grandis</i>	Fir Grand	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 39
51	<i>Abies procera</i>	Fir Noble	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 40
52	<i>Abies amabilis</i>	Fir Pacific silver	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 41
53	<i>Abies lasiocarpa</i>	Fir Subalpine	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 42
54	<i>Abies concolor</i>	Fir White	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 43
55	<i>Tsuga canadensis</i>	Hemlock Eastern	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 44
56	<i>Tsuga mertensiana</i>	Hemlock Mountain	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 45
57	<i>Tsuga heterophylla</i>	Hemlock Western	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 46
58	<i>Larix occidentalis</i>	Larch Western	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 47
59	<i>Pinus strobus</i>	Pine Eastern white	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 48
60	<i>Pinus banksiana</i>	Pine Jack	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 49

Anexo A4.02 (3 pagina de 4). Catálogo de 119 maderas de especies gimnospermas extranjeras (Código: COEXX 00).

No.	Nombre botánico	Nombre común	Referencia	Código
61	<i>Pinus contorta</i>	Pine Lodgepole	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 50
62	<i>Pinus ponderosa</i>	Pine Ponderosa	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 51
63	<i>Pinus resinosa</i>	Pine Red	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 52
64	<i>Pinus glabra</i>	Pine Spruce	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 53
65	<i>Pinus lambertiana</i>	Pine Sugar	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 54
66	<i>Pinus monticola</i>	Pine Western White	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 55
67	<i>Pinus taeda</i>	Pine, Southern Loblolly	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 56
68	<i>Pinus palustris</i>	Pine, Southern Longleaf	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 57
69	<i>Pinus rigida</i>	Pine, Southern Pitch	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 58
70	<i>Pinus serotina</i>	Pine, Southern Pond	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 59
71	<i>Pinus clausa</i>	Pine, Southern Sand	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 60
72	<i>Pinus echinata</i>	Pine, Southern Shortleaf	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 61
73	<i>Pinus elliotii</i>	Pine, Southern Slash	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 62
74	<i>Pinus virginiana</i>	Pine, Southern Virginia	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 63
75	<i>Sequoia sempervirens</i>	Redwood Old growth	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 64
76	<i>Sequoia sempervirens</i>	Redwood Second growth	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 65
77	<i>Picea mariana</i>	Spruce Black	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 66
78	<i>Picea engelmannii</i>	Spruce Engelmann	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 67
79	<i>Picea rubens</i>	Spruce Red	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 68
80	<i>Picea sitchensis</i>	Spruce Sitka	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 69
81	<i>Picea glauca</i>	Spruce White	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 70
82	<i>Larix laricina</i>	Tamarack	Bodig y Goodman (1973)	COEXB 71
83	<i>Thuja occidentalis</i>	Northern white cedar	El Amri (1987)	COEXG 01
84	<i>Abies lasiocarpa</i>	Subalpine fir	El Amri (1987)	COEXG 02
85	<i>Picea engelmannii</i>	Engelman spruce	El Amri (1987)	COEXG 03
86	<i>Picea engelmannii</i>	Engelman spruce	El Amri (1987)	COEXG 04
87	<i>Picea engelmannii</i>	Engelman spruce	El Amri (1987)	COEXG 05
88	<i>Picea engelmannii</i>	Engelman spruce	El Amri (1987)	COEXG 06
89	<i>Thuja plicata</i>	Western red cedar	El Amri (1987)	COEXG 07
90	<i>Pinus lambertiana</i>	Sugar pine	El Amri (1987)	COEXG 08

Anexo A4.02 (4 pagina de 4). Catálogo de 119 maderas de especies gimnospermas extranjeras (Código: COEXX 00).

No.	Nombre botánico	Nombre común	Referencia	Código
91	<i>Pinus monticola</i>	Western white pine	El Amri (1987)	COEXG 09
92	<i>Picea sitchensis</i>	Sitka spruce	El Amri (1987)	COEXG 10
93	<i>Pinus ponderosa</i>	Ponderosa pine	El Amri (1987)	COEXG 11
94	<i>Pinus contorta</i>	Lodgepole pine	El Amri (1987)	COEXG 12
95	<i>Pinus resinosa</i>	Red pine	El Amri (1987)	COEXG 13
96	<i>Tsuga heterophylla</i>	Western hemlock	El Amri (1987)	COEXG 14
97	<i>Taxodium distichum</i>	Baldcypress	El Amri (1987)	COEXG 15
98	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	El Amri (1987)	COEXG 16
99	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	El Amri (1987)	COEXG 17
100	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	El Amri (1987)	COEXG 18
101	<i>Pinus taeda</i>	Loblolly pine	El Amri (1987)	COEXG 19
102	<i>Larix occidentalis</i>	Western larch	El Amri (1987)	COEXG 20
103	<i>Pinus serotina</i>	Pond Pine	El Amri (1987)	COEXG 21
104	<i>Pinus palustris</i>	Longleaf pine	El Amri (1987)	COEXG 22
105	<i>Pinus elliotti</i>	Slash pine	El Amri (1987)	COEXG 23
106	<i>Tsuga heterophylla</i>	Western hemlock	Hearmon (1948)	COEXG 24
107	<i>Pseudotsuga sp.</i>	Douglas	Pluvinage (1985)	COEXG 25
108	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	Seichepine (1980*), Ben Farhat (1985*)	COEXG 26
109	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	Douglas fir	Guitard (1985*)	COEXG 27
110	<i>Picea sp.</i>	Spruce	Seichepine (1980*), Ben Farhat (1985*)	COEXG 28
111	<i>Picea sp.</i>	Spruce	Guitard (1987)	COEXG 29
112	<i>Picea sp.</i>	Spruce	Nepveu (1983*)	COEXG 30
113	<i>Picea sp.</i>	Spruce	Nepveu (1983*)	COEXG 31
114	<i>Picea sp.</i>	Spruce	Nepveu (1983*)	COEXG 32
115	<i>Picea sp.</i>	Spruce	Nepveu (1983*)	COEXG 33
116	<i>Picea sp.</i>	Spruce	Gerhards (1982*)	COEXG 34
117	<i>Picea sp.</i>	Spruce	Nepveu (1983*)	COEXG 35
118	<i>Picea sitchensis</i>	Sitka spruce	Guitard (1985*)	COEXG 36
119	<i>Pinus sp.</i>	Pine	Seichepine (1980*), Ben Farhat (1985*)	COEXG 37

(\*) Referencia citada.

Anexo A4.03 (1 pagina de 4). Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies angiospermas (Latifoliadas) extranjeras.

No.	Latifoliadas Código	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	H %	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
1	LAEXH 01	0.670	9.0	1510	800	15800	890	1340	270	0.710	0.360	0.051	0.460	0.030	0.510
2	LAEXH 02	0.800	14.0	1640	970	15000	610	860	250	0.660	0.039	0.058	0.043	0.042	0.650
3	LAEXH 03	0.100	9.0	114	38	2440	85	124	14	0.660	0.240	0.018	0.230	0.009	0.490
4	LAEXH 04	0.200	9.0	300	106	6300	203	312	33	0.660	0.240	0.180	0.230	0.009	0.490
5	LAEXH 05	0.750	11.0	2240	1140	13700	1060	1610	460	0.750	0.360	0.073	0.450	0.044	0.510
6	LAEXH 06	0.620	9.0	1110	620	16300	910	1180	190	0.780	0.380	0.034	0.490	0.018	0.430
7	LAEXH 07	0.440	11.0	1130	510	10200	600	900	210	0.600	0.260	0.033	0.300	0.032	0.640
8	LAEXH 08	0.590	10.0	1520	870	10000	1100	1220	290	0.820	0.400	0.093	0.460	0.038	0.500
9	LAEXH 09	0.530	13.0	970	480	12400	470	610	150	0.840	0.410	0.024	0.310	0.022	0.450
10	LAEXH 10	0.500	12.0	1220	730	11400	750	980	320	0.600	0.330	0.033	0.310	0.034	0.530
11	LAEXH 11	0.660	12.0	2140	970	5300	760	1290	390	0.640	0.300	0.130	0.330	0.086	0.500
12	LAEXH 12	0.660	11.0	1320	630	8500	650	1170	490	0.780	0.370	0.060	0.360	0.030	0.330
13	LAEXH 13	0.100	10.0	234	41	1050	59	113	39	0.460	0.130	0.047	0.210	0.031	0.670
14	LAEXH 14	0.200	10.0	392	145	3300	140	215	72	0.460	0.130	0.047	0.210	0.031	0.670
15	LAEXH 15	0.540	11.0	1350	590	11700	790	1160	270	0.680	0.310	0.044	0.330	0.023	0.400
16	LAEXH 16	0.590	11.0	1190	630	11200	700	960	230	0.720	0.370	0.052	0.490	0.036	0.630
17	LAEXH 17	0.640	13.0	1120	720	14300	970	1060	240	0.700	0.430	0.043	0.430	0.024	0.450
18	LAEXH 18	0.380	11.0	890	410	9700	670	720	110	0.700	0.330	0.030	0.320	0.019	0.390
19	LAEXB 01	0.302	12.0	743	264	7846	447	601	83	1.272	0.452	0.053	0.458	0.014	0.202
20	LAEXB 02	0.306	12.0	712	281	9542	432	674	99	1.590	0.628	0.089	0.487	0.017	0.537
21	LAEXB 03	0.285	12.0	722	252	8901	429	578	102	1.173	0.409	0.019	0.523	0.034	0.384
22	LAEXB 04	0.565	12.0	1179	614	15210	686	826	319	0.599	0.184	0.040	0.390	0.019	0.567
23	LAEXB 05	0.596	12.0	1501	828	14844	695	967	398	0.508	0.311	0.035	0.223	0.051	0.458
24	LAEXB 06	0.582	12.0	1288	621	12707	767	940	301	0.626	0.282	0.025	0.274	0.024	0.410
25	LAEXB 07	0.380	11.4	809	356	10425	452	632	144	0.756	0.332	0.033	0.419	0.019	0.557
26	LAEXB 08	0.450	11.4	989	465	12080	560	769	170	0.743	0.350	0.033	0.401	0.020	0.525
27	LAEXB 09	0.530	11.4	1202	603	12500	688	931	230	0.726	0.365	0.041	0.423	0.026	0.538
28	LAEXB 10	0.540	11.4	1229	622	13148	705	951	236	0.724	0.366	0.039	0.414	0.025	0.528
29	LAEXB 11	0.360	11.4	759	326	10763	423	594	133	0.759	0.326	0.028	0.402	0.016	0.540
30	LAEXB 12	0.350	11.4	734	312	8915	408	574	128	0.760	0.323	0.036	0.441	0.021	0.596

Anexo A4.03 (2 pagina de 4). Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies angiospermas (Latifoliadas) extranjeras.

Latifoliadas		$\rho$	H	$E_R$	$E_T$	$E_L$	$G_{TL}$	$G_{LR}$	$G_{RT}$	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
No.	Código	g/cm <sup>3</sup>	%	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa						
31	LAEXB 13	0.570	11.4	1311	678	13066	754	1013	255	0.717	0.371	0.043	0.427	0.028	0.537
32	LAEXB 14	0.480	11.4	1069	516	12045	607	829	200	0.737	0.356	0.037	0.414	0.023	0.535
33	LAEXB 15	0.600	11.4	1393	736	16485	805	1075	274	0.708	0.374	0.030	0.349	0.021	0.466
34	LAEXB 16	0.550	11.4	1256	641	15251	721	971	242	0.721	0.368	0.029	0.358	0.020	0.473
35	LAEXB 17	0.310	11.4	636	257	9673	350	498	108	0.765	0.310	0.028	0.422	0.015	0.578
36	LAEXB 18	0.370	11.4	784	341	10349	437	613	139	0.757	0.329	0.032	0.418	0.018	0.559
37	LAEXB 19	0.460	11.4	1016	482	10115	576	789	188	0.741	0.352	0.044	0.437	0.027	0.560
38	LAEXB 20	0.490	11.4	1095	533	11280	623	849	206	0.735	0.358	0.042	0.430	0.026	0.549
39	LAEXB 21	0.490	11.4	1095	533	9025	623	849	206	0.735	0.358	0.053	0.437	0.032	0.549
40	LAEXB 22	0.620	11.4	1449	775	13555	838	1117	287	0.703	0.376	0.047	0.436	0.031	0.542
41	LAEXB 23	0.640	11.4	1504	815	16796	873	1159	300	0.697	0.378	0.033	0.368	0.024	0.484
42	LAEXB 24	0.560	11.4	1283	659	12879	738	992	248	0.719	0.369	0.042	0.426	0.028	0.538
43	LAEXB 25	0.610	11.4	1421	755	13038	821	1096	280	0.706	0.375	0.048	0.439	0.032	0.545
44	LAEXB 26	0.670	11.4	1589	877	17127	925	1222	320	0.688	0.380	0.035	0.378	0.025	0.494
45	LAEXB 27	0.640	11.4	1504	815	16354	873	1159	300	0.697	0.378	0.035	0.382	0.025	0.497
46	LAEXB 28	0.630	11.4	1476	795	14334	856	1138	293	0.700	0.377	0.044	0.427	0.030	0.534
47	LAEXB 29	0.630	11.4	1476	795	15375	856	1138	293	0.700	0.377	0.039	0.404	0.027	0.516
48	LAEXB 30	0.440	11.4	964	449	13741	544	749	177	0.745	0.347	0.023	0.333	0.015	0.447
49	LAEXB 31	0.460	11.4	1016	482	10632	576	789	188	0.741	0.352	0.041	0.432	0.025	0.556
50	LAEXB 32	0.520	11.4	1175	586	12259	672	910	224	0.728	0.363	0.041	0.424	0.026	0.539
51	LAEXB 33	0.500	11.4	1122	550	12480	639	869	212	0.733	0.360	0.037	0.412	0.023	0.531
52	LAEXB 34	0.440	11.4	964	449	8639	544	749	177	0.745	0.347	0.049	0.437	0.029	0.562
53	LAEXB 35	0.570	11.4	1311	678	13810	753	1013	255	0.717	0.371	0.039	0.412	0.026	0.525
54	LAEXB 36	0.560	11.4	1283	659	12431	738	992	248	0.719	0.369	0.045	0.433	0.029	0.543
55	LAEXB 37	0.600	11.4	1393	736	17202	805	1075	274	0.708	0.374	0.026	0.321	0.019	0.438
56	LAEXB 38	0.560	11.4	1283	659	12755	738	992	248	0.719	0.369	0.043	0.428	0.028	0.540
57	LAEXB 39	0.560	11.4	1283	659	13824	738	992	248	0.719	0.369	0.038	0.407	0.025	0.521
58	LAEXB 40	0.580	11.4	1338	697	13066	771	1034	261	0.714	0.372	0.044	0.430	0.029	0.539
59	LAEXB 41	0.610	11.4	1421	755	14520	821	1096	280	0.706	0.375	0.041	0.414	0.027	0.525
60	LAEXB 42	0.530	11.4	1202	604	11314	688	931	230	0.726	0.365	0.047	0.438	0.029	0.550

Anexo A4.03 (3 pagina de 4). Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies angiospermas (Latifoliadas) extranjeras.

Latifoliadas		$\rho$	H	$E_R$	$E_T$	$E_L$	$G_{TL}$	$G_{LR}$	$G_{RT}$	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
No.	Código	g/cm <sup>3</sup>	%	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa						
61	LAEXB 43	0.560	11.4	1283	659	15272	738	992	248	0.719	0.369	0.031	0.364	0.021	0.479
62	LAEXB 44	0.550	11.4	1256	641	14403	721	971	242	0.721	0.368	0.034	0.386	0.022	0.501
63	LAEXB 45	0.600	11.4	1393	736	7832	805	1075	274	0.708	0.374	0.073	0.408	0.046	0.485
64	LAEXB 46	0.580	11.4	1338	697	12045	771	1034	261	0.714	0.372	0.049	0.442	0.032	0.548
65	LAEXB 47	0.560	11.4	1283	659	10756	738	992	248	0.719	0.369	0.053	0.444	0.034	0.548
66	LAEXB 48	0.600	11.4	1393	736	11425	805	1075	274	0.708	0.374	0.055	0.448	0.035	0.548
67	LAEXB 49	0.600	11.4	1393	736	13383	805	1075	274	0.708	0.374	0.045	0.432	0.030	0.539
68	LAEXB 50	0.640	11.4	1504	815	15430	873	1228	300	0.697	0.378	0.040	0.408	0.027	0.519
69	LAEXB 51	0.600	11.4	1393	736	13486	805	1075	274	0.708	0.374	0.044	0.430	0.029	0.538
70	LAEXB 52	0.300	11.4	611	244	8322	336	480	103	0.766	0.306	0.033	0.452	0.018	0.628
71	LAEXB 53	0.460	11.4	1016	482	10721	576	789	188	0.741	0.352	0.041	0.431	0.025	0.555
72	LAEXB 54	0.460	11.4	1016	482	12452	576	789	188	0.741	0.352	0.032	0.395	0.020	0.517
73	LAEXB 55	0.580	11.4	1338	697	13610	771	1034	261	0.714	0.372	0.041	0.420	0.027	0.531
74	LAEXB 56	0.470	11.4	1042	498	9053	592	809	194	0.739	0.354	0.050	0.438	0.031	0.555
75	LAEXB 57	0.460	11.4	1016	482	9473	576	789	188	0.741	0.352	0.047	0.439	0.029	0.561
76	LAEXB 58	0.400	11.4	860	386	11928	483	671	155	0.752	0.338	0.027	0.381	0.016	0.507
77	LAEXG 01	0.260	13.8	587	263	5720	430	590	70	0.879	0.394	0.043	0.414	0.007	0.157
78	LAEXG 02	0.350	13.3	914	381	8124	440	580	60	0.626	0.261	0.035	0.308	0.022	0.478
79	LAEXG 03	0.420	14.3	1170	736	7070	680	880	70	0.701	0.441	0.072	0.434	0.024	0.232
80	LAEXG 04	0.550	12.8	1670	1170	11000	920	1050	550	0.628	0.440	0.059	0.390	0.046	0.433
81	LAEXG 05	0.710	10.8	2480	1650	14900	1220	1470	460	0.588	0.391	0.061	0.369	0.043	0.390
82	LAEXG 06	0.800	11.2	2740	1930	20100	1300	1620	630	0.573	0.404	0.076	0.560	0.038	0.395
83	LAEXG 07	0.850	9.7	2720	1920	23300	1500	1660	1350	0.585	0.413	0.032	0.274	0.048	0.578
84	LAEXG 08	0.980	12.8	4040	2190	21300	1420	1950	900	0.608	0.329	0.064	0.335	0.042	0.413
85	LAEXG 09	1.110	12.8	4640	3360	28500	1710	2230	1100	0.576	0.417	0.045	0.277	0.051	0.436
86	LAEXG 10	1.280	9.0	5630	5110	24000	2800	2980	1840	0.503	0.456	0.087	0.373	0.093	0.436
87	LAEXG 11	0.400	13.7	1190	493	6830	900	1000	200	0.881	0.365	0.041	0.234	0.032	0.449
88	LAEXG 12	0.630	13.7	2220	1320	9400	1100	1320	610	0.645	0.384	0.088	0.372	0.055	0.388
89	LAEXG 13	0.800	12.8	2240	1429	16300	1300	1330	520	0.720	0.459	0.022	0.161	0.042	0.478
90	LAEXG 14	0.200	9.0	310	110	6420	210	320	30	0.678	0.241	0.015	0.304	0.009	0.514

Anexo A4.03 (4 pagina de 4). Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies angiospermas (Latifoliadas) extranjeras.

Latifoliadas		$\rho$	H	$E_R$	$E_T$	$E_L$	$G_{TL}$	$G_{LR}$	$G_{RT}$	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
No.	Código	g/cm <sup>3</sup>	%	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa						
91	LAEXG 15	0.580	9.6	1550	890	10200	1120	1240	300	0.759	0.436	0.075	0.490	0.041	0.470
92	LAEXG 16	0.620	8.8	1130	630	16700	930	1200	190	0.724	0.404	0.033	0.484	0.016	0.434
93	LAEXG 17	0.640	13.0	1140	730	14600	990	1080	240	0.683	0.437	0.038	0.490	0.023	0.465
94	LAEXG 18	0.740	10.5	2280	1160	14000	1080	1640	470	0.706	0.359	0.073	0.447	0.043	0.519
95	LAEXG 19	0.100	9.0	120	40	2490	90	130	10	0.714	0.238	0.015	0.309	0.009	0.535
96	LAEXG 20	0.680	9.2	1540	820	16100	910	1370	280	0.694	0.369	0.045	0.467	0.026	0.514
97	LAEXG 21	0.800	14.0	1670	990	15300	620	880	250	0.660	0.391	0.058	0.531	0.042	0.651
98	LAEXG 22	0.440	11.0	1150	520	10400	610	920	210	0.587	0.265	0.033	0.300	0.032	0.642
99	LAEXG 23	0.530	13.0	990	490	12600	480	620	150	0.832	0.412	0.024	0.307	0.022	0.558
100	LAEXG 24	0.500	12.0	1240	740	11600	760	1000	330	0.574	0.343	0.033	0.309	0.034	0.530
101	LAEXG 25	0.100	10.0	240	40	1070	60	120	40	0.608	0.101	0.048	0.214	0.027	0.733
102	LAEXG 26	0.200	10.0	400	150	3360	140	220	70	0.407	0.152	0.036	0.303	0.031	0.689
103	LAEXG 27	0.540	10.5	1380	600	11900	810	1180	280	0.697	0.303	0.041	0.356	0.022	0.427
104	LAEXG 28	0.590	11.0	1210	640	11400	710	980	230	0.708	0.374	0.052	0.489	0.036	0.633
105	LAEXG 29	0.380	11.0	910	420	9890	680	730	110	0.711	0.328	0.030	0.324	0.018	0.421
106	LAEXG 30	0.300	12.0	743	264	7850	447	601	83	1.272	0.452	0.048	0.510	0.010	0.309
107	LAEXG 31	0.310	12.0	712	281	9540	432	674	99	1.589	0.627	0.062	0.837	0.016	0.558
108	LAEXG 32	0.290	12.0	722	252	8900	429	647	102	1.174	0.410	0.031	0.379	0.023	0.795
109	LAEXG 33	0.570	12.0	1180	614	15200	686	826	319	0.476	0.248	0.035	0.452	0.021	0.519
110	LAEXG 34	0.600	12.0	1500	828	14800	695	967	398	0.536	0.296	0.060	0.587	0.038	0.685
111	LAEXG 35	0.580	12.0	1290	621	12700	767	940	301	0.606	0.292	0.026	0.260	0.022	0.450
112	LAEXG 36	0.680	12.0	1980	1450	12300	870	1090	430	0.577	0.423	0.033	0.203	0.070	0.597
113	LAEXG 37	1.020	12.0	4700	2880	19200	1400	2000	960	0.674	0.413	0.070	0.288	0.032	0.210
114	LAEXG 38	0.540	9.7	1330	752	17000	925	1720	333	0.853	0.482	0.030	0.389	0.017	0.391
115	LAEXG 39	0.630	9.4	2040	867	14100	980	1850	500	0.726	0.309	0.053	0.365	0.029	0.464
116	LAEXG 40	0.730	9.0	2090	1150	17500	670	1000	220	0.679	0.373	0.048	0.402	0.045	0.686
117	LAEXG 41	0.340	12.0	820	230	3140	230	450	180	0.466	0.131	0.063	0.240	0.032	0.440
118	LAEXG 42	0.760	12.0	2490	1730	16000	1230	1410	550	0.607	0.422	0.032	0.208	0.062	0.571
119	LAEXG 43	0.850	12.0	2920	1060	18100	740	1400	570	0.584	0.212	0.057	0.356	0.021	0.361

Anexo A4.04 (1 pagina de 4). Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies gimnospermas (coníferas) extranjeras.

No.	Coníferas Código	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	H %	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
1	COEXH 01	0.480	12.0	1060	780	15700	880	880	88	0.390	0.370	0.020	0.290	0.022	0.450
2	COEXH 02	0.480	12.0	930	480	12700	750	930	140	0.600	0.350	0.030	0.450	0.020	0.500
3	COEXH 03	0.590	9.0	1300	900	16400	910	1180	79	0.630	0.400	0.028	0.430	0.024	0.370
4	COEXH 04	0.550	10.0	1100	570	16300	680	1160	66	0.680	0.310	0.038	0.420	0.015	0.510
5	COEXH 05	0.390	12.0	900	500	11600	720	750	39	0.430	0.250	0.029	0.370	0.020	0.470
6	COEXH 06	0.370	12.0	730	410	9900	610	500	22	0.570	0.290	0.031	0.440	0.013	0.560
7	COEXH 07	0.500	12.0	850	690	16600	840	630	37	0.430	0.330	0.018	0.360	0.023	0.520
8	COEXH 08	0.390	12.0	710	430	10700	620	500	23	0.510	0.310	0.030	0.380	0.025	0.510
9	COEXH 09	0.390	12.0	640	420	10900	590	580	26	0.640	0.320	0.029	0.390	0.019	0.490
10	COEXH 10	0.430	12.0	890	480	13500	500	720	32	0.560	0.300	0.030	0.450	0.019	0.540
11	COEXH 11	0.440	10.0	690	390	15900	770	620	36	0.470	0.250	0.028	0.440	0.013	0.380
12	COEXB 01	0.256	11.0	649	287	3544	663	746	53	0.458	0.345	0.062	0.337	0.028	0.340
13	COEXB 02	0.309	13.0	816	304	8019	461	558	48	0.537	0.336	0.035	0.341	0.013	0.332
14	COEXB 03	0.314	12.0	763	374	6888	625	645	54	0.416	0.361	0.041	0.369	0.018	0.338
15	COEXB 04	0.319	12.0	780	361	6322	788	854	71	0.474	0.197	0.067	0.474	0.040	0.489
16	COEXB 05	0.330	12.0	1301	350	6047	873	962	76	0.884	0.197	0.113	0.494	0.042	0.481
17	COEXB 06	0.318	12.0	351	379	5605	705	618	55	0.347	0.265	0.070	0.349	0.092	0.541
18	COEXB 07	0.280	12.0	543	365	6681	577	584	35	0.484	0.403	0.031	0.378	0.016	0.296
19	COEXB 08	0.364	12.0	884	588	6743	763	836	96	0.428	0.358	0.047	0.356	0.030	0.349
20	COEXB 09	0.336	12.0	728	352	9273	443	478	49	0.410	0.334	0.026	0.329	0.013	0.344
21	COEXB 10	0.362	13.0	649	348	10749	439	533	41	0.422	0.376	0.020	0.337	0.013	0.400
22	COEXB 11	0.388	11.0	909	937	10501	813	692	81	0.373	0.400	0.031	0.360	0.031	0.346
23	COEXB 12	0.413	13.0	946	642	7729	887	1069	117	0.426	0.359	0.041	0.337	0.033	0.400
24	COEXB 13	0.339	13.0	666	447	6557	301	322	32	0.469	0.381	0.032	0.316	0.024	0.347
25	COEXB 14	0.400	12.0	867	430	9873	800	945	114	0.408	0.308	0.030	0.347	0.014	0.315
26	COEXB 15	0.361	13.0	598	323	10335	331	396	36	0.442	0.382	0.028	0.485	0.013	0.423
27	COEXB 16	0.433	14.0	1035	475	12266	658	772	84	0.411	0.356	0.029	0.338	0.013	0.326
28	COEXB 17	0.468	12.0	947	932	16740	800	747	114	0.517	0.213	0.050	0.174	0.021	0.469
29	COEXB 18	0.436	12.0	846	840	16816	854	711	109	0.541	0.515	0.044	0.411	0.052	0.542
30	COEXB 19	0.383	12.0	889	807	12314	874	743	114	0.483	0.728	0.023	0.271	0.073	0.501

Anexo A4.04 (2 pagina de 4). Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies gimnospermas (coníferas) extranjeras.

Coníferas	$\rho$	H	$E_R$	$E_T$	$E_L$	$G_{TL}$	$G_{LR}$	$G_{RT}$	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$	
No. Código	g/cm <sup>3</sup>	%	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa							
31	COEXB 20	0.465	13.0	1253	871	11087	898	903	142	0.382	0.362	0.037	0.328	0.023	0.292
32	COEXB 21	0.444	13.0	923	759	11728	812	737	80	0.389	0.352	0.028	0.355	0.018	0.276
33	COEXB 22	0.582	13.0	1356	781	19036	862	958	173	0.389	0.320	0.020	0.280	0.015	0.364
34	COEXB 23	0.512	13.0	1487	805	14644	886	1038	172	0.384	0.342	0.034	0.332	0.020	0.365
35	COEXB 24	0.496	13.0	1189	725	15975	843	883	157	0.447	0.387	0.029	0.392	0.020	0.444
36	COEXB 25	0.430	12.0	939	589	10935	721	772	79	0.497	0.312	0.038	0.447	0.027	0.498
37	COEXB 26	0.420	12.0	917	570	10735	709	757	77	0.495	0.308	0.038	0.446	0.027	0.500
38	COEXB 27	0.310	12.0	678	368	7060	578	595	48	0.474	0.257	0.040	0.421	0.028	0.529
39	COEXB 28	0.460	12.0	1004	649	6681	754	814	88	0.500	0.323	0.054	0.360	0.039	0.405
40	COEXB 29	0.350	12.0	765	439	7881	627	655	58	0.483	0.277	0.041	0.424	0.028	0.509
41	COEXB 30	0.290	12.0	635	335	6033	552	564	44	0.467	0.247	0.042	0.399	0.029	0.518
42	COEXB 31	0.400	12.0	874	531	13100	686	728	71	0.493	0.299	0.029	0.435	0.019	0.478
43	COEXB 32	0.330	12.0	722	403	8418	603	625	53	0.479	0.267	0.038	0.441	0.026	0.536
44	COEXB 33	0.450	12.0	982	629	14762	743	800	85	0.499	0.319	0.028	0.421	0.019	0.451
45	COEXB 34	0.460	12.0	1004	649	13858	754	814	88	0.500	0.323	0.032	0.437	0.022	0.473
46	COEXB 35	0.450	12.0	982	629	13541	743	800	85	0.499	0.319	0.032	0.439	0.022	0.476
47	COEXB 36	0.430	12.0	939	589	11259	721	772	79	0.497	0.312	0.037	0.448	0.026	0.498
48	COEXB 37	0.340	12.0	743	421	9336	615	640	56	0.481	0.272	0.036	0.450	0.024	0.536
49	COEXB 38	0.360	12.0	787	456	11335	639	669	61	0.486	0.282	0.031	0.450	0.021	0.514
50	COEXB 39	0.350	12.0	765	439	11921	627	655	58	0.483	0.277	0.029	0.445	0.019	0.506
51	COEXB 40	0.370	12.0	809	461	13059	651	685	63	0.496	0.283	0.027	0.431	0.017	0.473
52	COEXB 41	0.390	12.0	852	512	13328	674	714	69	0.491	0.295	0.027	0.430	0.018	0.471
53	COEXB 42	0.310	12.0	678	368	6840	578	595	48	0.474	0.257	0.041	0.414	0.028	0.522
54	COEXB 43	0.370	12.0	809	461	11335	651	685	63	0.496	0.283	0.032	0.449	0.021	0.512
55	COEXB 44	0.390	12.0	852	512	9011	674	714	69	0.491	0.295	0.041	0.434	0.028	0.501
56	COEXB 45	0.420	12.0	917	570	10053	709	757	77	0.495	0.308	0.040	0.441	0.028	0.497
57	COEXB 46	0.420	12.0	917	570	12362	709	757	77	0.495	0.308	0.033	0.445	0.023	0.491
58	COEXB 47	0.480	12.0	1047	689	14127	776	842	94	0.501	0.330	0.033	0.439	0.023	0.473
59	COEXB 48	0.350	12.0	765	439	9329	627	655	58	0.483	0.277	0.037	0.447	0.025	0.528
60	COEXB 49	0.400	12.0	874	531	10266	686	728	71	0.493	0.299	0.038	0.445	0.026	0.506

Anexo A4.04 (3 pagina de 4). Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies gimnospermas (coníferas) extranjeras.

No.	Coníferas Código	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	H %	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
61	COEXB 50	0.390	12.0	852	512	10101	669	714	69	0.491	0.295	0.038	0.446	0.026	0.510
62	COEXB 51	0.390	12.0	852	512	9811	674	714	69	0.491	0.295	0.039	0.443	0.027	0.508
63	COEXB 52	0.420	12.0	917	570	12314	709	757	77	0.495	0.308	0.033	0.445	0.023	0.492
64	COEXB 53	0.410	12.0	896	550	9494	698	743	74	0.494	0.304	0.041	0.437	0.029	0.496
65	COEXB 54	0.350	12.0	765	439	9087	627	655	58	0.483	0.277	0.037	0.444	0.025	0.527
66	COEXB 55	0.370	12.0	809	461	11404	651	685	63	0.496	0.283	0.032	0.449	0.021	0.511
67	COEXB 56	0.470	12.0	1025	669	13617	765	827	91	0.500	0.326	0.033	0.442	0.024	0.479
68	COEXB 57	0.540	12.0	1177	817	15120	840	925	112	0.501	0.348	0.034	0.442	0.026	0.476
69	COEXB 58	0.470	12.0	1025	669	10811	765	827	91	0.500	0.326	0.042	0.443	0.030	0.489
70	COEXB 59	0.510	12.0	1112	752	13279	808	883	103	0.502	0.339	0.038	0.450	0.028	0.487
71	COEXB 60	0.460	12.0	1004	649	10694	754	814	88	0.500	0.323	0.042	0.443	0.030	0.490
72	COEXB 61	0.460	12.0	1004	649	13266	754	814	88	0.500	0.323	0.034	0.443	0.024	0.482
73	COEXB 62	0.540	12.0	1177	817	15506	840	925	112	0.501	0.348	0.033	0.437	0.025	0.471
74	COEXB 63	0.460	12.0	1004	649	11521	754	814	88	0.500	0.323	0.039	0.448	0.028	0.493
75	COEXB 64	0.390	12.0	852	512	10246	674	714	69	0.491	0.295	0.037	0.447	0.025	0.510
76	COEXB 65	0.340	12.0	743	421	8315	615	640	56	0.481	0.272	0.039	0.436	0.027	0.526
77	COEXB 66	0.380	12.0	830	494	11528	663	699	66	0.489	0.291	0.032	0.448	0.022	0.507
78	COEXB 67	0.320	12.0	700	386	10439	590	610	51	0.476	0.262	0.031	0.457	0.020	0.545
79	COEXB 68	0.380	12.0	830	494	11507	663	699	66	0.489	0.291	0.032	0.448	0.022	0.507
80	COEXB 69	0.380	12.0	830	494	11825	663	699	66	0.489	0.291	0.031	0.447	0.021	0.503
81	COEXB 70	0.380	12.0	830	494	10163	663	699	66	0.489	0.291	0.037	0.448	0.025	0.514
82	COEXB 71	0.490	12.0	1069	710	12438	787	856	97	0.501	0.333	0.039	0.450	0.028	0.490
83	COEXG 01	0.260	11.2	649	287	3540	663	746	53	0.618	0.273	0.062	0.337	0.028	0.340
84	COEXG 02	0.310	13.1	816	304	8020	461	558	48	0.669	0.249	0.035	0.341	0.013	0.331
85	COEXG 03	0.310	12.2	763	374	6890	625	645	54	0.574	0.281	0.041	0.368	0.018	0.338
86	COEXG 04	0.320	12.0	780	361	6322	788	854	71	0.450	0.208	0.063	0.508	0.034	0.595
87	COEXG 05	0.330	12.0	1300	350	6050	873	962	76	0.807	0.217	0.109	0.508	0.035	0.605
88	COEXG 06	0.320	12.0	351	379	5610	705	618	55	0.297	0.321	0.046	0.734	0.064	0.952
89	COEXG 07	0.280	11.5	543	365	6680	577	584	35	0.543	0.365	0.031	0.377	0.016	0.296
90	COEXG 08	0.360	11.9	884	588	6740	763	836	96	0.483	0.321	0.047	0.357	0.030	0.349

Anexo A4.04 (4 pagina de 4). Tabla de estadísticos de las características elásticas de 119 maderas de especies gimnospermas (coníferas) extranjeras.

No.	Coníferas Código	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	H %	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
91	COEXG 09	0.340	11.9	728	352	9270	443	478	94	0.552	0.267	0.026	0.329	0.013	0.343
92	COEXG 10	0.360	12.8	649	348	10700	438	533	41	0.559	0.300	0.020	0.335	0.013	0.398
93	COEXG 11	0.410	12.9	946	642	7730	887	1070	117	0.478	0.324	0.041	0.338	0.033	0.401
94	COEXG 12	0.340	12.8	666	447	6560	801	822	82	0.555	0.373	0.033	0.328	0.045	0.656
95	COEXG 13	0.400	11.9	867	430	9970	800	945	114	0.516	0.256	0.030	0.350	0.014	0.319
96	COEXG 14	0.360	13.2	598	323	10300	331	396	36	0.575	0.311	0.028	0.484	0.017	0.531
97	COEXG 15	0.430	13.7	1040	475	12300	658	772	84	0.385	0.176	0.029	0.339	0.013	0.327
98	COEXG 16	0.470	12.0	947	932	16700	800	747	114	0.367	0.361	0.030	0.528	0.023	0.418
99	COEXG 17	0.440	12.0	846	840	16800	854	711	109	0.529	0.525	0.032	0.641	0.039	0.789
100	COEXG 18	0.380	12.0	889	807	12314	874	743	114	0.643	0.584	0.021	0.295	0.053	0.808
101	COEXG 19	0.470	13.4	1250	871	11100	898	903	142	0.424	0.295	0.037	0.328	0.023	0.292
102	COEXG 20	0.440	12.6	923	759	11700	812	737	80	0.408	0.336	0.028	0.355	0.018	0.275
103	COEXG 21	0.580	12.8	1360	781	19000	862	958	173	0.474	0.272	0.020	0.279	0.015	0.363
104	COEXG 22	0.520	12.5	1490	805	14600	886	1040	172	0.509	0.275	0.034	0.331	0.020	0.364
105	COEXG 23	0.500	12.5	1190	725	16000	843	883	157	0.541	0.330	0.029	0.392	0.020	0.444
106	COEXG 24	0.480	12.8	1720	1090	10600	790	940	160	0.298	0.189	0.089	0.549	0.045	0.436
107	COEXG 25	0.480	9.5	1370	890	15600	735	1020	64	0.675	0.438	0.022	0.250	0.022	0.390
108	COEXG 26	0.590	9.5	1320	920	16700	930	1200	80	0.595	0.414	0.029	0.367	0.021	0.384
109	COEXG 27	0.480	12.0	1010	800	16000	900	900	90	0.432	0.342	0.019	0.304	0.022	0.447
110	COEXG 28	0.440	9.8	700	400	16200	780	630	40	0.419	0.240	0.019	0.438	0.013	0.535
111	COEXG 29	0.430	12.0	910	490	13800	710	730	30	0.558	0.301	0.030	0.454	0.019	0.539
112	COEXG 30	0.500	12.0	830	650	17000	640	870	40	0.430	0.337	0.018	0.374	0.021	0.561
113	COEXG 31	0.500	12.0	850	690	16600	840	630	37	0.419	0.340	0.018	0.355	0.022	0.537
114	COEXG 32	0.390	12.0	710	430	10700	620	500	23	0.511	0.309	0.028	0.416	0.023	0.566
115	COEXG 33	0.370	12.0	730	410	9900	610	500	22	0.545	0.306	0.032	0.430	0.018	0.436
116	COEXG 34	0.430	12.0	690	390	15900	770	620	36	0.457	0.258	0.024	0.543	0.011	0.456
117	COEXG 35	0.390	12.0	640	420	10900	590	580	26	0.500	0.328	0.026	0.441	0.019	0.491
118	COEXG 36	0.390	12.0	920	510	11800	730	760	40	0.442	0.245	0.029	0.372	0.020	0.466
119	COEXG 37	0.540	9.7	1120	580	16600	680	1780	70	0.605	0.314	0.031	0.465	0.016	0.449

## 5. CARACTERÍSTICAS ELÁSTICAS DE MADERAS MEXICANAS

### 5.1. Introducción

Las características elásticas de la madera: Módulos de elasticidad, módulos de rigidez y coeficientes de Poisson, son necesarios en Ingeniería de la madera para el diseño y cálculo de estructuras y productos compuestos de madera. En el mismo contexto, en Ciencias de la madera, los parámetros elásticos del material son esenciales en investigación y modelado de fenómenos y procesos físicos. Además, la caracterización tecnológica de la madera es un criterio fundamental para la valoración del material en usos específicos.

Esta investigación presenta valores de las características elásticas de la madera de 490 especies mexicanas. Los datos son calculados empleando los Modelos de predicción de características elásticas de maderas mexicanas, propuestos por Hernández Maldonado (2010). Los parámetros elásticos son estimados a partir de la densidad de la madera, que es una característica física de fácil determinación experimental.

Esta estrategia tiene entre otras ventajas, evitar el proceso empírico para evaluar una madera, así como servir de criterio para la promoción de una especie en particular. Sin embargo, la estimación de un parámetro elástico de una madera en específico, a partir de la característica densidad asociada, tiene limitaciones. Una de ellas es la amplia variación en las características mecánicas de la madera (Sotomayor Castellanos, 2009). Para el caso que nos ocupa, los resultados de esta investigación se recomiendan principalmente como valores de referencia en el estudio tecnológico de estas maderas. Para proyectos de Ingeniería en Tecnología de la Madera, se hace necesario realizar estudios intensivos y experimentales para establecer cada una de las características elásticas de una madera.

La investigación parte del análisis de la bibliografía y de la problemática del tema de investigación. Para contestar a las preguntas de investigación, se establecen como objetivos la determinación de las características elásticas de maderas mexicanas y la descripción de sus estadígrafos.

La metodología consistió en la recopilación y la codificación de información sobre las maderas mexicanas. Para facilitar el estudio de las especies, se propone su agrupamiento

de acuerdo con su división taxonómica. Para las especies angiospermas los grupos son: angiospermas encinos rojos, angiospermas encinos blancos, angiospermas de clima templado y angiospermas de clima tropical. Para las maderas de gimnospermas los grupos son: gimnospermas pinos duros, gimnospermas pinos blandos y otras gimnospermas.

La estimación de las características elásticas de la madera empleando Modelos de predicción, se presenta en dos formatos: el primero de ellos son las ecuaciones de predicción propiamente dichas, y el segundo formato, refiere a las Tablas con los valores numéricos para cada especie estudiada. Adicionalmente, se presentan los estadígrafos para cada grupo de estudio.

La Figura 5.01 presenta el diagrama conceptual de la investigación, de acuerdo a las consideraciones de Yurén Camarena (2002) y López Cano (2006).

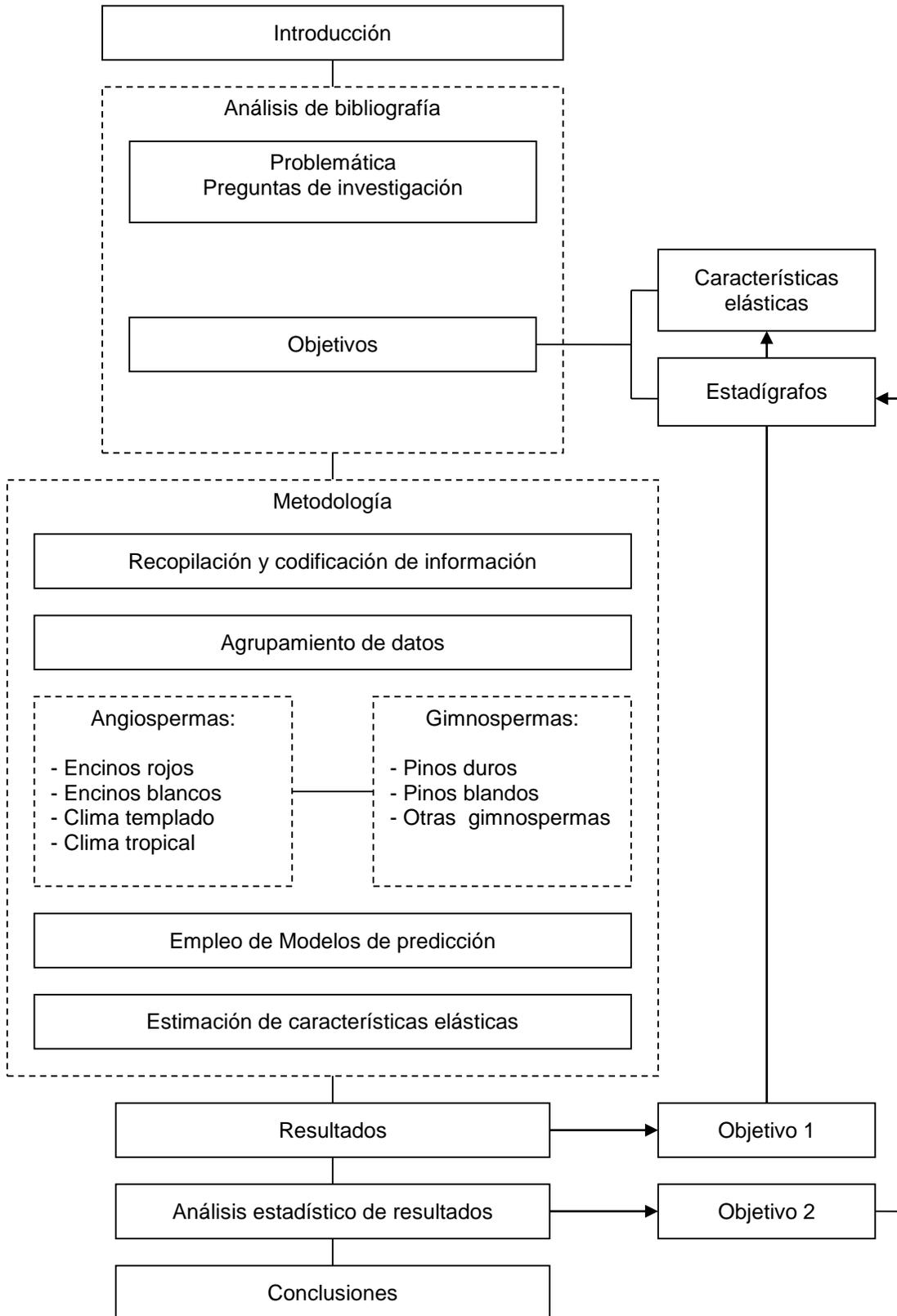


Figura 5.01. Diagrama conceptual de la investigación.

## 5.2. Análisis de bibliografía

La revisión de trabajos referentes al tema de la investigación, precisó de tres enfoques: por una parte, se consideraron los trabajos que contenían datos experimentales sobre la densidad de la madera para especies mexicanas. En las referencias, el parámetro densidad se refiere usualmente a la relación peso anhidro/volumen saturado de la madera. Cuando se localizaron diferentes citas conteniendo datos de la densidad para una misma especie de madera, se seleccionó la referencia más moderna. Además, se favoreció la diversidad de autores, es decir, se intentó reunir la mayor cantidad de trabajos de Tesis, de artículos de investigación y de monografías. Igualmente, se consultaron referencias complementarias de bases de datos en páginas de la red.

Un segundo enfoque para el análisis de bibliografía, fue complementar los trabajos que presentaban datos de la densidad de la madera, con referencias que contuvieran los nombres científicos y autores, los nombres comunes, así como información sobre la familia botánica de las especies referidas.

La lista de nombres científicos, nombres comunes, familias botánicas y las referencias de las 490 especies estudiadas, se presenta en los Anexos A5.01 a A5.07. Estas relaciones están agrupadas de acuerdo a los diferentes grupos taxonómicos propuestos en la Tabla 5.01.

La lista de referencias originales, de donde se obtuvieron los valores de la densidad y que contenían información de los nombres de las maderas mexicanas estudiadas en la investigación, se presenta en el Anexo A5.08.

Un tercer punto de vista en el análisis bibliográfico fue la revisión de referencias generales para establecer la problemática de la investigación y para analizar los resultados. De esta forma, los Anexos A5.01 a A5.08, se complementaron con los trabajos citados en las referencias generales de la investigación.

### 5.3. Problemática

En México es reconocida la importancia de las características mecánicas en el diseño de estructuras y productos de madera (Torelli, 1982; Robles Fernández-Villegas y Echenique-Manrique, 1983; Sotomayor Castellanos, 1987; Comisión Forestal de América del Norte, 1994; Sotomayor Castellanos, 2002; Sotomayor Castellanos, 2005). Sin embargo, la revisión de la bibliografía mexicana sobre el comportamiento elástico de la madera evidenció una ausencia de Modelos y de datos de las constantes elásticas de especies mexicanas.

La argumentación anterior sugiere por una parte, un problema tecnológico: El diseño de estructuras y productos de madera en México es deficiente entre otras causas, por la falta de características de Ingeniería.

Y por otra, un problema de carácter industrial: La industria Mexicana de la construcción y de artículos compuestos de madera, es deficiente en datos tecnológicos para asegurar la confiabilidad de las edificaciones de madera y mejorar el desarrollo de nuevos productos.

#### *Modelo elástico general*

Hernández Maldonado (2010), propone el Modelo elástico general del comportamiento elástico de la madera, que el autor deduce a partir de la ley general de comportamiento elástico:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (5.01)$$

Donde:

$\varepsilon_{ij}$  = Tensor de deformaciones.

$S_{ijkl}$  = Tensor de constantes elásticas.

$\sigma_{kl}$  = Tensor de esfuerzos.

$i, j, k, l \in \{1,2,3\}$ , con la convención de índices repetidos.

Para el caso de la madera, idealizada como un sólido elástico, macroscópicamente homogéneo, de medio continuo y con simetrías materiales y elásticas de tipo ortotrópico, esta ley de comportamiento (ecuación 5.01), se admite y se escribe con notación reducida de índices, como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (5.02)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} \\ S_{13} &= S_{31} \\ S_{23} &= S_{32} \end{aligned} \right\} \quad (5.03)$$

Las constantes de elasticidad  $S_{ij}$  de las ecuaciones (5.02) y (5.03), se pueden expresar en términos de las características elásticas de la madera en el sistema de coordenadas  $\{1,2,3\} : \{R,T,L\}$ , como:

$$\left. \begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{1}{E_R} \\
 S_{22} &= \frac{1}{E_T} \\
 S_{33} &= \frac{1}{E_L} \\
 S_{44} &= \frac{1}{G_{TL}} \\
 S_{55} &= \frac{1}{G_{LR}} \\
 S_{66} &= \frac{1}{G_{RT}} \\
 S_{12} &= \frac{-v_{TR}}{E_T} = S_{21} = \frac{-v_{RT}}{E_R} \\
 S_{23} &= \frac{-v_{LT}}{E_L} = S_{32} = \frac{-v_{TL}}{E_T} \\
 S_{13} &= \frac{-v_{LR}}{E_L} = S_{31} = \frac{-v_{RL}}{E_R}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.04)$$

Empleando las ecuaciones (5.03) y (5.04), la ley de comportamiento elástico de la madera se escribe en términos de las características elásticas de la madera como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_L \\ \varepsilon_{TL} \\ \varepsilon_{LR} \\ \varepsilon_{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & \frac{-v_{TR}}{E_T} & \frac{-v_{LR}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-v_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & \frac{-v_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-v_{RL}}{E_R} & \frac{-v_{TL}}{E_T} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_L \\ \tau_{TL} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{RT} \end{bmatrix} \quad (5.05)$$

Con las simetrías:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\nu_{TR}}{E_T} &= \frac{-\nu_{RT}}{E_R} \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} &= \frac{-\nu_{RL}}{E_R} \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} &= \frac{-\nu_{TL}}{E_T} \end{aligned} \right\} \quad (5.06)$$

En las ecuaciones (5.04), (5.05) y (5.06), los símbolos son:

R : Dirección radial.

T : Dirección tangencial.

L : Dirección longitudinal.

$\epsilon_R$  : Deformación colineal a la dirección R.

$\epsilon_T$  : Deformación colineal a la dirección T.

$\epsilon_L$  : Deformación colineal a la dirección L.

$\epsilon_{TL}$  : Deformación angular entre las direcciones T y L.

$\epsilon_{LR}$  : Deformación angular entre las direcciones L y R.

$\epsilon_{RT}$  : Deformación angular entre las direcciones R y T.

$E_R$  : Módulo de elasticidad en la dirección R.

$E_T$  : Módulo de elasticidad en la dirección T.

$E_L$  : Módulo de elasticidad en la dirección L.

$G_{TL}$  : Módulo de rigidez para el plano TL.

$G_{LR}$  : Módulo de rigidez para el plano LR.

$G_{RT}$  : Módulo de rigidez para el plano RT.

$\nu_{RT}$  : Coeficiente de Poisson para el plano RT.

$\nu_{RL}$  : Coeficiente de Poisson para el plano RL.

$\nu_{TR}$  : Coeficiente de Poisson para el plano TR.

$\nu_{TL}$  : Coeficiente de Poisson para el plano TL.

$\nu_{LR}$  : Coeficiente de Poisson para el plano LR.

$\nu_{LT}$  : Coeficiente de Poisson para el plano LT.

- $\sigma_R$  : Esfuerzo normal en la dirección R.
- $\sigma_T$  : Esfuerzo normal en la dirección T.
- $\sigma_L$  : Esfuerzo normal en la dirección L.
- $\tau_{TL}$  : Esfuerzo cortante en el plano TL.
- $\tau_{LR}$  : Esfuerzo cortante en el plano LR.
- $\tau_{RT}$  : Esfuerzo cortante en el plano RT.

Para su correcta interpretación y aplicación práctica, el Modelo general del comportamiento elástico de la madera requiere de la determinación experimental de los parámetros: Módulos de elasticidad, módulos de rigidez y coeficientes de Poisson.

La evaluación empírica de estas características elásticas es compleja. Por una parte, la instrumentación de los procedimientos experimentales es ardua, y por otra, el análisis e interpretación de resultados es igualmente complicada.

Una posible solución a esta problemática, es emplear métodos numéricos para el modelado de procesos esfuerzo-deformación, necesarios para la determinación de las características elásticas de la madera. Este enfoque de modelado numérico, puede simplificar los procesos experimentales, ahorrar tiempo y proporcionar datos útiles como referencia.

Los resultados de la simulación pueden asimismo predecir, con las debidas reservas, los parámetros en cuestión, y pueden igualmente corroborar datos experimentales.

La problemática expuesta propone la siguiente pregunta de investigación.

*Preguntas de investigación*

¿Cuáles son los valores de las características elásticas de maderas de especies mexicanas?

¿Cuáles son los estadígrafos de las características elásticas de maderas de especies mexicanas?

Para responder a estas preguntas, la investigación formula la siguiente hipótesis.

#### 5.4. Hipótesis

Las características elásticas de la madera pueden ser estimadas empleando Modelos de predicción, que utilicen como variable explicativa, la densidad de la madera.

Para verificar esta hipótesis, la investigación propone los siguientes objetivos.

#### 5.5. Objetivos

1. Estimar las características elásticas de maderas de especies mexicanas utilizando Modelos de predicción que emplean la densidad de la madera como factor explicativo.

Las características elásticas son:

- Módulo de elasticidad radial ( $E_R$ )
- Módulo de elasticidad tangencial ( $E_T$ )
- Módulo de elasticidad longitudinal ( $E_L$ )
- Módulo de rigidez tangencial longitudinal ( $G_{TL}$ )
- Módulo de rigidez longitudinal radial ( $G_{LR}$ )
- Módulo de rigidez radial tangencial ( $G_{RT}$ )
- Coefficiente de Poisson radial tangencial ( $\nu_{RT}$ )
- Coefficiente de Poisson tangencial radial ( $\nu_{TR}$ )
- Coefficiente de Poisson radial longitudinal ( $\nu_{RL}$ )
- Coefficiente de Poisson longitudinal radial ( $\nu_{LR}$ )
- Coefficiente de Poisson tangencial longitudinal ( $\nu_{TL}$ )
- Coefficiente de Poisson longitudinal tangencial ( $\nu_{LT}$ )

2. Evaluar los estadígrafos descriptivos de las características elásticas para los grupos taxonómicos:

- Angiospermas encinos rojos.
- Angiospermas encinos blancos.
- Angiospermas de clima templado.
- Angiospermas de clima tropical.

Gimnospermas pinos duros.  
Gimnospermas pinos blandos.  
Otras gimnospermas.

Los estadígrafos a determinar son:

Media aritmética.  
Desviación estándar.  
Coeficiente de variación.  
Valor mínimo.  
Valor máximo.  
Rango de valores.  
Número de especies.

## 5.6. Metodología

### *Recopilación de información*

La recopilación de información consistió en dos etapas:

La primera etapa tuvo como objeto encontrar publicaciones que tuvieran datos experimentales de la densidad de especies maderables mexicanas.

La segunda etapa se enfocó en localizar la información referente al nombre científico, el nombre común, la división y la familia taxonómica a la que pertenece cada especie en estudio.

Los nombres científicos y comunes, así como las familias a las que pertenecen las especies estudiadas, se corroboraron en las siguientes referencias:

Barajas Morales y León Gómez (1984); Lincoln (1986); Niembro Rocas (1990); Guizar Nolzco y Sanchez Velez (1991); Pennington y Sarukhán (1998); Soler (2001); Cheers (2006); Gutiérrez Carvajal y Dorantes López (2007); Tamarit Urias y López Torres (2007).

Igualmente se consultaron las siguientes bases de datos en la red:

Tropicos. [http://www.tropicos.org/Home.aspx](http://www.tropicos.org/Home.aspx;);

United States Department of Agriculture. Agricultural Research Service.  
<http://www.ars.usda.gov/main/main.htm>;

United States Department of Agriculture. Germplasm Resources Information Network.  
<http://www.ars-grin.gov/>;

United States Department of Agriculture. Natural Resources Conservation Services.  
<http://plants.usda.gov/index.html>.

Como resultado de la recopilación de datos tecnológicos de la madera, se crearon los catálogos que se presentan en los Anexos A5.01 a A5.07.

La lista de referencias citadas en el catálogo de maderas de especies mexicanas se presenta el Anexo A5.09.

#### *Codificación de la información*

En los Anexos A5.01 a A5.07, a cada especie se le atribuye un código del tipo AERXXX.

La primera letra mayúscula en el código se refiere a la división botánica a la que pertenece.

La segunda letra mayúscula en el código se refiere al grupo botánico en el que se catalogó.

La tercera letra mayúscula se refiere a la particularidad del grupo botánico.

Finalmente, los últimos tres dígitos en el código representan la secuencia en la cual están ordenados en el catálogo.

Esta información referente a los códigos empleados para agrupar las especies, se sintetiza en la Tabla 5.01.

### *Agrupamiento de datos*

El criterio de ordenamiento de las especies fue a partir de dos divisiones taxonómicas (ver Tabla 5.01): angiospermas y gimnospermas, subdivididas las primeras en: angiospermas encinos rojos, angiospermas encinos blancos, angiospermas de clima templado y angiospermas de clima tropical. La segunda división taxonómica se subdividió en: gimnospermas pinos duros, gimnospermas pinos blandos y otras gimnospermas.

Tabla 5.01. Agrupación de las especies estudiadas.

Divisiones taxonómicas							
Grupo botánico	Nombre común	Número de especies	Código	Grupo botánico	Nombre común	Número de especies	Código
Angiospermas encinos rojos	Encinos rojos	22	AERXXX	Gimnospermas pinos duros	Coníferas	31	GPDXXX
Angiospermas blancos	Encinos blancos	17	AEBXXX	Gimnospermas pinos blandos	Coníferas	4	GPBXXX
Angiospermas clima templado	Latifoliadas de clima templado	69	ATEXXX	Otras gimnospermas	Coníferas	14	OGIXXX
Angiospermas clima tropical	Latifoliadas de clima tropical	333	ATRXXX				
Total especies angiospermas		441		Total especies gimnospermas		49	
Número total de especies							490

### *Empleo de Modelos de predicción*

Hernández Maldonado (2010), elaboró varios Modelos de predicción para características elásticas de maderas angiospermas y gimnospermas. Estos Modelos, basados en correlaciones estadísticas entre datos experimentales de 238 maderas extranjeras, son útiles para predecir teóricamente valores de las características elásticas a partir de un parámetro simple e intrínseco de la madera, como es su densidad.

Para seleccionar el Modelo de regresión propuesto como Modelo de predicción, Hernández Maldonado, realizó un estudio comparativo entre varios Modelos estadísticos. Los Modelos analizados fueron regresiones simples (lineales y exponenciales), múltiples y polinomiales.

El Modelo estadístico seleccionado puede ser representado por la función:

$$CE = f(\rho) \tag{5.07a}$$

Las regresiones simples calculadas fueron de tipo:

$$CE = a \rho^n \tag{5.07b}$$

Donde:

CE = Característica elástica.

$\rho$  = Densidad de la madera (g/cm<sup>3</sup>).

$a$  = Constante particular a cada grupo taxonómico y característica elástica.

Este tipo de regresiones es aceptado por varios investigadores en Ciencias de la madera, entre otros se puede citar a: Hearmon (1948), Bodig y Goodman (1973) y Guitard y El Amri (1987). Estos Modelos fueron generados a partir de datos estadísticos de especies de maderas extranjeras, para cada una de las bases de datos desarrolladas por estos autores.

En el caso particular de esta investigación, orientada a generar Modelos estadísticos de predicción de características elásticas para las condiciones de las maderas mexicanas, el análisis realizado por Hernández Maldonado (2010) de regresiones simples (lineales y exponenciales), múltiples y polinomiales, combinando 2 grupos de maderas: 119 angiospermas y 119 gimnospermas, y el conjunto las 238 especies de las tres bases de datos, permitió observar que el mejor conjunto de coeficientes de correlación ( $R^2$ ) corresponde a Modelos del tipo de la ecuación (5.07b), pero ajustando a la unidad el exponente n.

De esta forma, para el caso de las especies mexicanas, se proponen como Modelos de predicción de las características elásticas, regresiones simples de tipo:

$$CE = a \rho \tag{5.07c}$$

La Tabla 5.02, presenta los Modelos de predicción para características elásticas de maderas de especies angiospermas y gimnospermas extranjeras propuestos por el autor.

Tabla 5.02. Modelos de predicción para características elásticas de maderas de especies angiospermas y gimnospermas (Hernández Maldonado, 2010).

Angiospermas mexicanas					Gimnospermas mexicanas						
CE	=	a	$\rho$	$R^2$	Ec.	CE	=	a	$\rho$	$R^2$	Ec.
$E_R$	=	2695	$\rho$	0.93	(7.08)	$E_R$	=	2194	$\rho$	0.97	(7.20)
$E_T$	=	1548	$\rho$	0.81	(7.09)	$E_T$	=	1379	$\rho$	0.98	(7.21)
$E_L$	=	22370	$\rho$	0.97	(7.10)	$E_L$	=	28052	$\rho$	0.97	(7.22)
$G_{TL}$	=	1387	$\rho$	0.96	(7.11)	$G_{TL}$	=	1708	$\rho$	0.97	(7.23)
$G_{LR}$	=	1840	$\rho$	0.97	(7.12)	$G_{LR}$	=	1839	$\rho$	0.96	(7.24)
$G_{RT}$	=	588	$\rho$	0.80	(7.13)	$G_{RT}$	=	188	$\rho$	0.87	(7.25)
$V_{RT}$	=	1.1614	$\rho$	0.80	(7.14)	$V_{RT}$	=	1.1677	$\rho$	0.94	(7.26)
$V_{TR}$	=	0.5954	$\rho$	0.88	(7.15)	$V_{TR}$	=	0.7562	$\rho$	0.94	(7.27)
$V_{RL}$	=	0.0765	$\rho$	0.77	(7.16)	$V_{RL}$	=	0.0827	$\rho$	0.79	(7.28)
$V_{LR}$	=	0.6378	$\rho$	0.84	(7.17)	$V_{LR}$	=	0.9617	$\rho$	0.93	(7.29)
$V_{TL}$	=	0.0529	$\rho$	0.89	(7.18)	$V_{TL}$	=	0.0578	$\rho$	0.77	(7.30)
$V_{LT}$	=	0.8277	$\rho$	0.83	(7.19)	$V_{LT}$	=	1.0955	$\rho$	0.92	(7.31)

### *Estimación de características elásticas*

Esta etapa se realizó empleando los Modelos de predicción de la Tabla 5.02 (ecuaciones 5.08 a 5.31).

### 5.7. Resultados

El catálogo que contiene la identificación de las especies estudiadas y su código de referencia, se presenta en los Anexos A5.01 a A5.08.

Los estadísticos de la densidad y de las características elásticas se presentan en las siguientes Tablas:

Número de Tabla	Grupo taxonómico	Numero de paginas	Número de especies
5.03	Angiospermas encinos rojos	1	22
5.04	Angiospermas blancos	1	17
5.05	Angiospermas clima templado	3	69
5.06	Angiospermas clima tropical	11	333
5.07	Gimnospermas pinos duros	1	31
5.08	Gimnospermas pinos blandos	1	4
5.09	Otras gimnospermas	1	14
Número total de especies			490

Las características elásticas presentadas en estas Tablas son:

- Módulo de elasticidad radial ( $E_R$ )
- Módulo de elasticidad tangencial ( $E_T$ )
- Módulo de elasticidad longitudinal ( $E_L$ )
- Módulo de rigidez tangencial longitudinal ( $G_{TL}$ )
- Módulo de rigidez longitudinal radial ( $G_{LR}$ )
- Módulo de rigidez radial tangencial ( $G_{RT}$ )
- Coefficiente de Poisson radial tangencial ( $\nu_{RT}$ )
- Coefficiente de Poisson tangencial radial ( $\nu_{TR}$ )
- Coefficiente de Poisson radial longitudinal ( $\nu_{RL}$ )
- Coefficiente de Poisson longitudinal radial ( $\nu_{LR}$ )
- Coefficiente de Poisson tangencial longitudinal ( $\nu_{TL}$ )
- Coefficiente de Poisson longitudinal tangencial ( $\nu_{LT}$ )

La clasificación de la densidad de la madera (CTF), se realizó de acuerdo a la TABLA FITECMA (Sotomayor Castellanos, 2008). Los criterios son los siguientes:

Intervalo	Clasificación	Símbolo
< 0.200 g/cm <sup>3</sup>	Muy baja	MB
0.201-0.400 g/cm <sup>3</sup>	Baja	BA
0.401-0.600 g/cm <sup>3</sup>	Media	ME
0.601-0.800 g/cm <sup>3</sup>	Alta	AL
> 0.800 g/cm <sup>3</sup>	Muy alta	MA

Tabla 5.03 (1 página de 1). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas encinos rojos. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
AER001	<i>Quercus acatenangensis</i>	0.660	AL	1779	1022	14764	915	1214	388	0.767	0.393	0.050	0.421	0.035	0.546
AER002	<i>Quercus acutifolia</i>	0.770	AL	2075	1192	17225	1068	1417	453	0.894	0.458	0.059	0.491	0.041	0.637
AER003	<i>Quercus candicans</i>	0.694	AL	1870	1074	15525	963	1277	408	0.806	0.413	0.053	0.443	0.037	0.574
AER004	<i>Quercus castanea</i>	0.790	AL	2129	1223	17672	1096	1454	465	0.918	0.470	0.060	0.504	0.042	0.654
AER005	<i>Quercus coccolobifolia</i>	0.600	ME	1617	929	13422	832	1104	353	0.697	0.357	0.046	0.383	0.032	0.497
AER006	<i>Quercus conspersa</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
AER007	<i>Quercus crassifolia</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
AER008	<i>Quercus crispipilis</i>	0.801	MA	2159	1240	17918	1111	1474	471	0.930	0.477	0.061	0.511	0.042	0.663
AER009	<i>Quercus deserticola</i>	1.014	MA	2733	1570	22683	1406	1866	596	1.178	0.604	0.078	0.647	0.054	0.839
AER010	<i>Quercus durifolia</i>	0.760	AL	2048	1176	17001	1054	1398	447	0.883	0.453	0.058	0.485	0.040	0.629
AER011	<i>Quercus elliptica</i>	0.644	AL	1736	997	14406	893	1185	379	0.748	0.383	0.049	0.411	0.034	0.533
AER012	<i>Quercus germana</i>	0.560	ME	1509	867	12527	777	1030	329	0.650	0.333	0.043	0.357	0.030	0.464
AER013	<i>Quercus laurina</i>	0.660	AL	1779	1022	14764	915	1214	388	0.767	0.393	0.050	0.421	0.035	0.546
AER014	<i>Quercus ochroetes</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
AER015	<i>Quercus planipocula</i>	0.796	AL	2145	1232	17807	1104	1465	468	0.924	0.474	0.061	0.508	0.042	0.659
AER016	<i>Quercus rysophylla</i>	0.730	AL	1967	1130	16330	1013	1343	429	0.848	0.435	0.056	0.466	0.039	0.604
AER017	<i>Quercus sartorii</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
AER018	<i>Quercus scytophylla</i>	0.933	MA	2514	1444	20871	1294	1717	549	1.084	0.556	0.071	0.595	0.049	0.772
AER019	<i>Quercus sideroxylla</i>	0.813	MA	2191	1259	18187	1128	1496	478	0.944	0.484	0.062	0.519	0.043	0.673
AER020	<i>Quercus skinneri</i>	0.820	MA	2210	1269	18343	1137	1509	482	0.952	0.488	0.063	0.523	0.043	0.679
AER021	<i>Quercus tuberculata</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
AER022	<i>Quercus uxoris</i>	0.981	MA	2644	1519	21945	1361	1805	577	1.139	0.584	0.075	0.626	0.052	0.812

Tabla 5.04 (1 página de 1). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas encinos blancos. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
AEB001	<i>Quercus affinis</i>	0.590	ME	1590	913	13198	818	1086	347	0.685	0.351	0.045	0.376	0.031	0.488
AEB002	<i>Quercus convallata</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
AEB003	<i>Quercus excelsa</i>	0.870	MA	2345	1347	19462	1207	1601	512	1.010	0.518	0.067	0.555	0.046	0.720
AEB004	<i>Quercus glabrescens</i>	0.826	MA	2226	1279	18478	1146	1520	486	0.959	0.492	0.063	0.527	0.044	0.684
AEB005	<i>Quercus glaucooides</i>	0.873	MA	2353	1351	19529	1211	1606	513	1.014	0.520	0.067	0.557	0.046	0.723
AEB006	<i>Quercus insignis</i>	0.700	AL	1887	1084	15659	971	1288	412	0.813	0.417	0.054	0.446	0.037	0.579
AEB007	<i>Quercus laeta</i>	0.680	AL	1833	1053	15212	943	1251	400	0.790	0.405	0.052	0.434	0.036	0.563
AEB008	<i>Quercus magnoliifolia</i>	0.771	AL	2078	1194	17247	1069	1419	453	0.895	0.459	0.059	0.492	0.041	0.638
AEB009	<i>Quercus martinezii</i>	0.620	AL	1671	960	13869	860	1141	365	0.720	0.369	0.047	0.395	0.033	0.513
AEB010	<i>Quercus obtusata</i>	0.828	MA	2231	1282	18522	1148	1524	487	0.962	0.493	0.063	0.528	0.044	0.685
AEB011	<i>Quercus peduncularis</i>	0.828	MA	2231	1282	18522	1148	1524	487	0.962	0.493	0.063	0.528	0.044	0.685
AEB012	<i>Quercus polymorpha</i>	0.750	AL	2021	1161	16778	1040	1380	441	0.871	0.447	0.057	0.478	0.040	0.621
AEB013	<i>Quercus potosina</i>	0.767	AL	2067	1187	17158	1064	1411	451	0.891	0.457	0.059	0.489	0.041	0.635
AEB014	<i>Quercus prinopsis</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
AEB015	<i>Quercus resinosa</i>	0.876	MA	2361	1356	19596	1215	1612	515	1.017	0.522	0.067	0.559	0.046	0.725
AEB016	<i>Quercus rugosa</i>	0.600	ME	1617	929	13422	832	1104	353	0.697	0.357	0.046	0.383	0.032	0.497
AEB017	<i>Quercus rugosa</i>	0.993	MA	2676	1537	22213	1377	1827	584	1.153	0.591	0.076	0.633	0.053	0.822

Tabla 5.05 (1 página de 3). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima templado. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATE001	<i>Acer negundo</i> var. <i>Mexicanum</i>	0.546	ME	1471	845	12214	757	1005	321	0.634	0.325	0.042	0.348	0.029	0.452
ATE002	<i>Acer saccharum</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATE003	<i>Acer skutchii</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATE004	<i>Alnus cuminata</i> ssp. <i>Glabrata</i>	0.451	ME	1214	697	10078	625	829	265	0.523	0.268	0.034	0.287	0.024	0.373
ATE005	<i>Alnus acuminata arguta</i>	0.496	ME	1337	768	11096	688	913	292	0.576	0.295	0.038	0.316	0.026	0.411
ATE006	<i>Alnus jorullensis</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATE007	<i>Aralia pubescens</i>	0.497	ME	1339	769	11118	689	914	292	0.577	0.296	0.038	0.317	0.026	0.411
ATE008	<i>Arbutus xalapensis</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATE009	<i>Arctostaphylos discolor</i>	0.830	MA	2237	1285	18567	1151	1527	488	0.964	0.494	0.063	0.529	0.044	0.687
ATE010	<i>Buddleia americana</i>	0.750	AL	2021	1161	16778	1040	1380	441	0.871	0.447	0.057	0.478	0.040	0.621
ATE011	<i>Buddleia parviflora</i>	0.720	AL	1940	1115	16106	999	1325	423	0.836	0.429	0.055	0.459	0.038	0.596
ATE012	<i>Bursera arborea</i>	0.250	BA	674	387	5593	347	460	147	0.290	0.149	0.019	0.159	0.013	0.207
ATE013	<i>Carpinus caroliniana</i>	0.664	AL	1789	1028	14854	921	1222	390	0.771	0.395	0.051	0.423	0.035	0.550
ATE014	<i>Carya ovata</i>	0.620	AL	1671	960	13869	860	1141	365	0.720	0.369	0.047	0.395	0.033	0.513
ATE015	<i>Casimiroa pringlei</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATE016	<i>Casuarina equisetifolia</i>	0.955	MA	2574	1478	21363	1325	1757	562	1.109	0.569	0.073	0.609	0.051	0.790
ATE017	<i>Ceiba aesculifolia</i>	0.490	ME	1321	759	10961	680	902	288	0.569	0.292	0.037	0.313	0.026	0.406
ATE018	<i>Celastrus pringlei</i>	0.453	ME	1221	701	10134	628	834	266	0.526	0.270	0.035	0.289	0.024	0.375
ATE019	<i>Celtis caudata</i>	0.699	AL	1884	1082	15637	970	1286	411	0.812	0.416	0.053	0.446	0.037	0.579
ATE020	<i>Cestrum lanatum</i>	0.570	ME	1536	882	12751	791	1049	335	0.662	0.339	0.044	0.364	0.030	0.472
ATE021	<i>Clethra mexicana</i>	0.480	ME	1294	743	10738	666	883	282	0.557	0.286	0.037	0.306	0.025	0.397
ATE022	<i>Cleyera integrifolia</i>	0.640	AL	1725	991	14317	888	1178	376	0.743	0.381	0.049	0.408	0.034	0.530
ATE023	<i>Condalia velutina</i>	0.810	MA	2183	1254	18120	1123	1490	476	0.941	0.482	0.062	0.517	0.043	0.670
ATE024	<i>Cornus disciflora</i>	0.686	AL	1849	1062	15346	951	1262	403	0.797	0.408	0.052	0.438	0.036	0.568
ATE025	<i>Crataegus mexicana</i>	0.687	AL	1851	1063	15368	953	1264	404	0.798	0.409	0.053	0.438	0.036	0.569
ATE026	<i>Crataegus pubescens</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
ATE027	<i>Dendropanax arboreus</i>	0.440	ME	1186	681	9843	610	810	259	0.511	0.262	0.034	0.281	0.023	0.364
ATE028	<i>Erythrina coralloides</i>	0.220	BA	593	341	4921	305	405	129	0.256	0.131	0.017	0.140	0.012	0.182
ATE029	<i>Erythrina lanata</i>	0.320	BA	862	495	7158	444	589	188	0.372	0.191	0.024	0.204	0.017	0.265
ATE030	<i>Euphorbia calyculata</i>	0.270	BA	728	418	6040	374	497	159	0.314	0.161	0.021	0.172	0.014	0.223

Tabla 5.05 (2 página de 3). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima templado. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATE031	<i>Eysenhardtia polystachya</i>	0.770	AL	2075	1192	17225	1068	1417	453	0.894	0.458	0.059	0.491	0.041	0.637
ATE032	<i>Ficus benjamina</i>	0.372	BA	1003	576	8322	516	684	219	0.432	0.221	0.028	0.237	0.020	0.308
ATE033	<i>Forestiera tomentosa</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
ATE034	<i>Fraxinus uhdei</i>	0.664	AL	1789	1028	14854	921	1222	390	0.771	0.395	0.051	0.423	0.035	0.550
ATE035	<i>Fuchsia arborescens</i>	0.560	ME	1509	867	12527	777	1030	329	0.650	0.333	0.043	0.357	0.030	0.464
ATE036	<i>Garrya laurifolia</i>	0.711	AL	1916	1101	15905	986	1308	418	0.826	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATE037	<i>Grevillea robusta</i>	0.487	ME	1312	754	10894	675	896	286	0.566	0.290	0.037	0.311	0.026	0.403
ATE038	<i>Ilex brandegeana</i>	0.707	AL	1905	1094	15816	981	1301	416	0.821	0.421	0.054	0.451	0.037	0.585
ATE039	<i>Juglans pyriformis</i>	0.850	MA	2291	1316	19015	1179	1564	500	0.987	0.506	0.065	0.542	0.045	0.704
ATE040	<i>Liquidambar macrophylla</i>	0.480	ME	1294	743	10738	666	883	282	0.557	0.286	0.037	0.306	0.025	0.397
ATE041	<i>Liquidambar styraciflua</i>	0.470	ME	1267	728	10514	652	865	276	0.546	0.280	0.036	0.300	0.025	0.389
ATE042	<i>Macadamia ternifolia</i>	0.756	AL	2037	1170	16912	1049	1391	445	0.878	0.450	0.058	0.482	0.040	0.626
ATE043	<i>Magnolia schiedeana</i>	0.540	ME	1455	836	12080	749	994	318	0.627	0.322	0.041	0.344	0.029	0.447
ATE044	<i>Meliosma dentata</i>	0.576	ME	1552	892	12885	799	1060	339	0.669	0.343	0.044	0.367	0.030	0.477
ATE045	<i>Morus celtidifolia</i>	0.806	MA	2172	1248	18030	1118	1483	474	0.936	0.480	0.062	0.514	0.043	0.667
ATE046	<i>Oreopanax peltatus</i>	0.820	MA	2210	1269	18343	1137	1509	482	0.952	0.488	0.063	0.523	0.043	0.679
ATE047	<i>Oreopanax xalapensis</i>	0.660	AL	1779	1022	14764	915	1214	388	0.767	0.393	0.050	0.421	0.035	0.546
ATE048	<i>Perrottetia longistylis</i>	0.440	ME	1186	681	9843	610	810	259	0.511	0.262	0.034	0.281	0.023	0.364
ATE049	<i>Platanus mexicana</i>	0.451	ME	1215	698	10089	626	830	265	0.524	0.269	0.035	0.288	0.024	0.373
ATE050	<i>Populus deltoides</i>	0.448	ME	1207	694	10022	621	824	263	0.520	0.267	0.034	0.286	0.024	0.371
ATE051	<i>Populus tremuloides</i>	0.750	AL	2021	1161	16778	1040	1380	441	0.871	0.447	0.057	0.478	0.040	0.621
ATE052	<i>Prunus brachybotrya</i>	0.692	AL	1865	1071	15480	960	1273	407	0.804	0.412	0.053	0.441	0.037	0.573
ATE053	<i>Prunus capuli</i>	0.676	AL	1822	1046	15122	938	1244	397	0.785	0.402	0.052	0.431	0.036	0.560
ATE054	<i>Prunus hintonii</i>	0.860	MA	2318	1331	19238	1193	1582	506	0.999	0.512	0.066	0.549	0.045	0.712
ATE055	<i>Prunus serotina</i>	0.810	MA	2183	1254	18120	1123	1490	476	0.941	0.482	0.062	0.517	0.043	0.670
ATE056	<i>Psidium guajava</i>	0.650	AL	1752	1006	14541	902	1196	382	0.755	0.387	0.050	0.415	0.034	0.538
ATE057	<i>Rapanea juergensenii</i>	0.760	AL	2048	1176	17001	1054	1398	447	0.883	0.453	0.058	0.485	0.040	0.629
ATE058	<i>Salix bonplandiana</i>	0.560	ME	1509	867	12527	777	1030	329	0.650	0.333	0.043	0.357	0.030	0.464
ATE059	<i>Salix paradoxa</i>	0.590	ME	1590	913	13198	818	1086	347	0.685	0.351	0.045	0.376	0.031	0.488
ATE060	<i>Saurauia reticulata</i>	0.500	ME	1348	774	11185	694	920	294	0.581	0.298	0.038	0.319	0.026	0.414

Tabla 5.05 (3 página de 3). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima templado. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATE061	<i>Styrax argenteus</i> C. Presl var. <i>Ramirezii</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
ATE062	<i>Styrax ramirezii</i>	0.499	ME	1345	772	11163	692	918	293	0.580	0.297	0.038	0.318	0.026	0.413
ATE063	<i>Symplocos citrea</i>	0.500	ME	1348	774	11185	694	920	294	0.581	0.298	0.038	0.319	0.026	0.414
ATE064	<i>Ternstroemia pringlei</i>	0.630	AL	1698	975	14093	874	1159	370	0.732	0.375	0.048	0.402	0.033	0.521
ATE065	<i>Tilia houghii</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATE066	<i>Tilia mexicana</i>	0.469	ME	1264	726	10492	651	863	276	0.545	0.279	0.036	0.299	0.025	0.388
ATE067	<i>Ulmus mexicana</i>	0.220	BA	593	341	4921	305	405	129	0.256	0.131	0.017	0.140	0.012	0.182
ATE068	<i>Zinowiewia aff. Concinna</i>	0.557	ME	1501	862	12460	773	1025	328	0.647	0.332	0.043	0.355	0.029	0.461
ATE069	<i>Zinowiewia concinna</i>	0.521	ME	1404	807	11655	723	959	306	0.605	0.310	0.040	0.332	0.028	0.431

Tabla 5.06 (1 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATR001	<i>Acacia angustissima</i>	0.850	MA	2291	1316	19015	1179	1564	500	0.987	0.506	0.065	0.542	0.045	0.704
ATR002	<i>Acacia berlandieri</i>	0.600	ME	1617	929	13422	832	1104	353	0.697	0.357	0.046	0.383	0.032	0.497
ATR003	<i>Acacia cochliacantha</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR004	<i>Acacia glomerosa</i>	0.470	ME	1267	728	10514	652	865	276	0.546	0.280	0.036	0.300	0.025	0.389
ATR005	<i>Acacia hindsii</i>	0.780	AL	2102	1207	17449	1082	1435	459	0.906	0.464	0.060	0.497	0.041	0.646
ATR006	<i>Acacia mayana</i>	0.730	AL	1967	1130	16330	1013	1343	429	0.848	0.435	0.056	0.466	0.039	0.604
ATR007	<i>Acacia melanoxylon</i>	0.553	ME	1490	856	12371	767	1018	325	0.642	0.329	0.042	0.353	0.029	0.458
ATR008	<i>Acnistus macrophyllus</i>	0.280	BA	755	433	6264	388	515	165	0.325	0.167	0.021	0.179	0.015	0.232
ATR009	<i>Acosmium panamense</i>	1.000	MA	2695	1548	22370	1387	1840	588	1.161	0.595	0.077	0.638	0.053	0.828
ATR010	<i>Acrocarpus fraxinifolius</i>	0.490	ME	1321	759	10961	680	902	288	0.569	0.292	0.037	0.313	0.026	0.406
ATR011	<i>Adelia oaxacana</i>	0.870	MA	2345	1347	19462	1207	1601	512	1.010	0.518	0.067	0.555	0.046	0.720
ATR012	<i>Albizia plurijuga</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
ATR013	<i>Albizia purpusii</i>	0.640	AL	1725	991	14317	888	1178	376	0.743	0.381	0.049	0.408	0.034	0.530
ATR014	<i>Alchornea latifolia</i>	0.390	BA	1051	604	8724	541	718	229	0.453	0.232	0.030	0.249	0.021	0.323
ATR015	<i>Allophylus camptostachys</i>	0.770	AL	2075	1192	17225	1068	1417	453	0.894	0.458	0.059	0.491	0.041	0.637
ATR016	<i>Alseis yucatanensis</i>	0.330	BA	889	511	7382	458	607	194	0.383	0.196	0.025	0.210	0.017	0.273
ATR017	<i>Alstonia longifolia</i>	0.850	MA	2291	1316	19015	1179	1564	500	0.987	0.506	0.065	0.542	0.045	0.704
ATR018	<i>Ampelocera hottlei</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
ATR019	<i>Amphipterygium adstringens</i>	0.410	ME	1105	635	9172	569	754	241	0.476	0.244	0.031	0.261	0.022	0.339
ATR020	<i>Amphitecna tuxtlenensis</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
ATR021	<i>Andira inermis</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATR022	<i>Aphananthe monoica</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
ATR023	<i>Apoplanesia paniculata</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR024	<i>Ardisia compressa</i>	0.650	AL	1752	1006	14541	902	1196	382	0.755	0.387	0.050	0.415	0.034	0.538
ATR025	<i>Aspidosperma megalocarpon</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
ATR026	<i>Astronium graveolen</i>	0.720	AL	1940	1115	16106	999	1325	423	0.836	0.429	0.055	0.459	0.038	0.596
ATR027	<i>Belotia mexicana</i>	0.320	BA	862	495	7158	444	589	188	0.372	0.191	0.024	0.204	0.017	0.265
ATR028	<i>Bernoullia flammea</i>	0.440	ME	1186	681	9843	610	810	259	0.511	0.262	0.034	0.281	0.023	0.364
ATR029	<i>Blepharidium mexicanum</i>	0.600	ME	1617	929	13422	832	1104	353	0.697	0.357	0.046	0.383	0.032	0.497
ATR030	<i>Bourreria purpusii</i>	0.730	AL	1967	1130	16330	1013	1343	429	0.848	0.435	0.056	0.466	0.039	0.604

Tabla 5.06 (2 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATR031	<i>Brosimum alicastrum</i>	0.730	AL	1967	1130	16330	1013	1343	429	0.848	0.435	0.056	0.466	0.039	0.604
ATR032	<i>Bucida buceras</i>	0.850	MA	2291	1316	19015	1179	1564	500	0.987	0.506	0.065	0.542	0.045	0.704
ATR033	<i>Bunchosia palmeri</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
ATR034	<i>Bursera excelsa</i>	0.350	BA	943	542	7830	485	644	206	0.406	0.208	0.027	0.223	0.019	0.290
ATR035	<i>Bursera grandifolia</i>	0.470	ME	1267	728	10514	652	865	276	0.546	0.280	0.036	0.300	0.025	0.389
ATR036	<i>Bursera heteresthes</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATR037	<i>Bursera instabilis</i>	0.240	BA	647	372	5369	333	442	141	0.279	0.143	0.018	0.153	0.013	0.199
ATR038	<i>Bursera simaruba</i>	0.430	ME	1159	666	9619	596	791	253	0.499	0.256	0.033	0.274	0.023	0.356
ATR039	<i>Byrsonima crassifolia</i>	0.630	AL	1698	975	14093	874	1159	370	0.732	0.375	0.048	0.402	0.033	0.521
ATR040	<i>Caesalpinia caladenia</i>	0.910	MA	2452	1409	20357	1262	1674	535	1.057	0.542	0.070	0.580	0.048	0.753
ATR041	<i>Caesalpinia coriaria</i>	1.140	MA	3072	1765	25502	1581	2098	670	1.324	0.679	0.087	0.727	0.060	0.944
ATR042	<i>Caesalpinia eriostachys</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
ATR043	<i>Caesalpinia platyloba</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR044	<i>Caesalpinia pulcherrima</i>	0.840	MA	2264	1300	18791	1165	1546	494	0.976	0.500	0.064	0.536	0.044	0.695
ATR045	<i>Caesalpinia sclerocarpa</i>	1.390	MA	3746	2152	31094	1928	2558	817	1.614	0.828	0.106	0.887	0.074	1.151
ATR046	<i>Calatola laevigata</i>	0.760	AL	2048	1176	17001	1054	1398	447	0.883	0.453	0.058	0.485	0.040	0.629
ATR047	<i>Calophyllum brasiliense</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATR048	<i>Calycophyllum candidissimum</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
ATR049	<i>Capparis baducca</i>	0.480	ME	1294	743	10738	666	883	282	0.557	0.286	0.037	0.306	0.025	0.397
ATR050	<i>Capparis indica</i>	0.680	AL	1833	1053	15212	943	1251	400	0.790	0.405	0.052	0.434	0.036	0.563
ATR051	<i>Capparis verrucosa</i>	0.860	MA	2318	1331	19238	1193	1582	506	0.999	0.512	0.066	0.549	0.045	0.712
ATR052	<i>Casearia corymbosa</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
ATR053	<i>Casearia tremula</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
ATR054	<i>Cassia atomaria</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
ATR055	<i>Cassia emarginata</i>	0.890	MA	2399	1378	19909	1234	1638	523	1.034	0.530	0.068	0.568	0.047	0.737
ATR056	<i>Cassia fistula</i>	0.608	AL	1639	941	13601	843	1119	358	0.706	0.362	0.047	0.388	0.032	0.503
ATR057	<i>Cecropia obtusifolia</i>	0.310	BA	835	480	6935	430	570	182	0.360	0.185	0.024	0.198	0.016	0.257
ATR058	<i>Cedrela mexicana</i>	0.374	BA	1008	579	8366	519	688	220	0.434	0.223	0.029	0.239	0.020	0.310
ATR059	<i>Cedrela odorata</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATR060	<i>Ceiba pentandra</i>	0.190	MB	512	294	4250	264	350	112	0.221	0.113	0.015	0.121	0.010	0.157

Tabla 5.06 (3 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATR061	<i>Celeanodendron mexicanum</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR062	<i>Chiranthodendron pentadactylon</i>	0.456	ME	1229	706	10201	632	839	268	0.530	0.272	0.035	0.291	0.024	0.377
ATR063	<i>Chloroleucon mangense</i>	0.652	AL	1757	1009	14585	904	1200	383	0.757	0.388	0.050	0.416	0.034	0.540
ATR064	<i>Chlorophora tinctoria</i>	0.960	MA	2587	1486	21475	1332	1766	564	1.115	0.572	0.073	0.612	0.051	0.795
ATR065	<i>Cibistax donell-smithii</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATR066	<i>Citharexylum affine</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATR067	<i>Clarisia biflora</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATR068	<i>Cnidocolobus multilobus</i>	0.290	BA	782	449	6487	402	534	171	0.337	0.173	0.022	0.185	0.015	0.240
ATR069	<i>Coccoloba barbadensis</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATR070	<i>Coccoloba liebmannii</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR071	<i>Cochlospermum vitifolium</i>	0.270	BA	728	418	6040	374	497	159	0.314	0.161	0.021	0.172	0.014	0.223
ATR072	<i>Cocos nucifera</i>	0.558	ME	1504	864	12482	774	1027	328	0.648	0.332	0.043	0.356	0.030	0.462
ATR073	<i>Cojoba arborea</i>	0.553	ME	1490	856	12371	767	1018	325	0.642	0.329	0.042	0.353	0.029	0.458
ATR074	<i>Colubrina heteroneura</i>	0.970	MA	2614	1502	21699	1345	1785	570	1.127	0.578	0.074	0.619	0.051	0.803
ATR075	<i>Colubrina triflora</i>	0.700	AL	1887	1084	15659	971	1288	412	0.813	0.417	0.054	0.446	0.037	0.579
ATR076	<i>Comocladia engleriana</i>	0.790	AL	2129	1223	17672	1096	1454	465	0.918	0.470	0.060	0.504	0.042	0.654
ATR077	<i>Cordia alliodora</i>	0.490	ME	1321	759	10961	680	902	288	0.569	0.292	0.037	0.313	0.026	0.406
ATR078	<i>Cordia boissieri</i>	0.580	ME	1563	898	12975	804	1067	341	0.674	0.345	0.044	0.370	0.031	0.480
ATR079	<i>Cordia dentata</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
ATR080	<i>Cordia dodecandra</i>	0.796	AL	2145	1232	17807	1104	1465	468	0.924	0.474	0.061	0.508	0.042	0.659
ATR081	<i>Cordia elaeagnoides</i>	1.100	MA	2965	1703	24607	1526	2024	647	1.278	0.655	0.084	0.702	0.058	0.910
ATR082	<i>Cordia megalantha</i>	0.405	ME	1091	627	9060	562	745	238	0.470	0.241	0.031	0.258	0.021	0.335
ATR083	<i>Cordia seleriana</i>	0.780	AL	2102	1207	17449	1082	1435	459	0.906	0.464	0.060	0.497	0.041	0.646
ATR084	<i>Cordia sonorae</i>	0.810	MA	2183	1254	18120	1123	1490	476	0.941	0.482	0.062	0.517	0.043	0.670
ATR085	<i>Cornutia grandifolia</i>	0.600	ME	1617	929	13422	832	1104	353	0.697	0.357	0.046	0.383	0.032	0.497
ATR086	<i>Couepia polyandra</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
ATR087	<i>Crataeva tapia</i>	0.550	ME	1482	851	12304	763	1012	323	0.639	0.327	0.042	0.351	0.029	0.455
ATR088	<i>Crescentia alata</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATR089	<i>Croton glabellus</i>	1.000	MA	2695	1548	22370	1387	1840	588	1.161	0.595	0.077	0.638	0.053	0.828
ATR090	<i>Croton nitens</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439

Tabla 5.06 (4 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATR091	<i>Cupania dentata</i>	0.380	BA	1024	588	8501	527	699	223	0.441	0.226	0.029	0.242	0.020	0.315
ATR092	<i>Cupania macrophylla</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR093	<i>Cupressus lusitanica</i>	0.430	ME	1159	666	9619	596	791	253	0.499	0.256	0.033	0.274	0.023	0.356
ATR094	<i>Cymbopetalum baillonii</i>	0.480	ME	1294	743	10738	666	883	282	0.557	0.286	0.037	0.306	0.025	0.397
ATR095	<i>Cymbopetalum penduliflorum</i>	0.420	ME	1132	650	9395	583	773	247	0.488	0.250	0.032	0.268	0.022	0.348
ATR096	<i>Cynometra oaxcana</i>	0.980	MA	2641	1517	21923	1359	1803	576	1.138	0.583	0.075	0.625	0.052	0.811
ATR097	<i>Cynometra retusa</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR098	<i>Dalbergia congestiflora</i>	0.830	MA	2237	1285	18567	1151	1527	488	0.964	0.494	0.063	0.529	0.044	0.687
ATR099	<i>Dalbergia granadillo</i>	1.070	MA	2884	1656	23936	1484	1969	629	1.243	0.637	0.082	0.682	0.057	0.886
ATR100	<i>Dalbergia paloescrito</i>	0.525	ME	1415	813	11744	728	966	309	0.610	0.313	0.040	0.335	0.028	0.435
ATR101	<i>Dialium guianense</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR102	<i>Diospyros digyna</i>	0.790	AL	2129	1223	17672	1096	1454	465	0.918	0.470	0.060	0.504	0.042	0.654
ATR103	<i>Dipholis minutiflora</i>	0.930	MA	2506	1440	20804	1290	1711	547	1.080	0.554	0.071	0.593	0.049	0.770
ATR104	<i>Dipholis salicifolia</i>	0.840	MA	2264	1300	18791	1165	1546	494	0.976	0.500	0.064	0.536	0.044	0.695
ATR105	<i>Dipholis stevensonii</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR106	<i>Diphysa occidentalis</i>	1.180	MA	3180	1827	26397	1637	2171	694	1.370	0.703	0.090	0.753	0.062	0.977
ATR107	<i>Diphysa thurberi</i>	0.980	MA	2641	1517	21923	1359	1803	576	1.138	0.583	0.075	0.625	0.052	0.811
ATR108	<i>Drypetes lateriflora</i>	0.720	AL	1940	1115	16106	999	1325	423	0.836	0.429	0.055	0.459	0.038	0.596
ATR109	<i>Dussia mexicana</i>	0.510	ME	1374	789	11409	707	938	300	0.592	0.304	0.039	0.325	0.027	0.422
ATR110	<i>Enterolobium cyclocarpum</i>	0.390	BA	1051	604	8724	541	718	229	0.453	0.232	0.030	0.249	0.021	0.323
ATR111	<i>Erythrina folkersii</i>	0.380	BA	1024	588	8501	527	699	223	0.441	0.226	0.029	0.242	0.020	0.315
ATR112	<i>Erythroxyton habanensis</i>	0.980	MA	2641	1517	21923	1359	1803	576	1.138	0.583	0.075	0.625	0.052	0.811
ATR113	<i>Erythroxyton mexicanum</i>	0.990	MA	2668	1533	22146	1373	1822	582	1.150	0.589	0.076	0.631	0.052	0.819
ATR114	<i>Esenbeckia berlandieri</i>	0.860	MA	2318	1331	19238	1193	1582	506	0.999	0.512	0.066	0.549	0.045	0.712
ATR115	<i>Esenbeckia nesiotica</i>	1.190	MA	3207	1842	26620	1651	2190	700	1.382	0.709	0.091	0.759	0.063	0.985
ATR116	<i>Eucalyptus marginata</i>	0.675	AL	1819	1045	15100	936	1242	397	0.784	0.402	0.052	0.431	0.036	0.559
ATR117	<i>Eugenia organoides</i>	0.820	MA	2210	1269	18343	1137	1509	482	0.952	0.488	0.063	0.523	0.043	0.679
ATR118	<i>Euphorbia peganoides</i>	0.450	ME	1213	697	10067	624	828	265	0.523	0.268	0.034	0.287	0.024	0.372
ATR119	<i>Exostema caribaeum</i>	0.990	MA	2668	1533	22146	1373	1822	582	1.150	0.589	0.076	0.631	0.052	0.819
ATR120	<i>Faramea occidentalis</i>	0.550	ME	1482	851	12304	763	1012	323	0.639	0.327	0.042	0.351	0.029	0.455

Tabla 5.06 (5 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
ATR121	<i>Ficus cotinifolia</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATR122	<i>Ficus goldmanii</i>	0.470	ME	1267	728	10514	652	865	276	0.546	0.280	0.036	0.300	0.025	0.389
ATR123	<i>Ficus insipida</i>	0.410	ME	1105	635	9172	569	754	241	0.476	0.244	0.031	0.261	0.022	0.339
ATR124	<i>Ficus maxima</i>	0.491	ME	1323	760	10984	681	903	289	0.570	0.292	0.038	0.313	0.026	0.406
ATR125	<i>Forchameria pallida</i>	0.840	MA	2264	1300	18791	1165	1546	494	0.976	0.500	0.064	0.536	0.044	0.695
ATR126	<i>Garrya longifolia</i>	0.787	AL	2121	1218	17605	1092	1448	463	0.914	0.469	0.060	0.502	0.042	0.651
ATR127	<i>Genipa americana</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
ATR128	<i>Gilibertia arborea</i>	0.384	BA	1035	594	8590	533	707	226	0.446	0.229	0.029	0.245	0.020	0.318
ATR129	<i>Gliricidia sepium</i>	0.640	AL	1725	991	14317	888	1178	376	0.743	0.381	0.049	0.408	0.034	0.530
ATR130	<i>Gmelina arborea</i>	0.502	ME	1353	777	11230	696	924	295	0.583	0.299	0.038	0.320	0.027	0.416
ATR131	<i>Guaiacum coulteri</i>	1.100	MA	2965	1703	24607	1526	2024	647	1.278	0.655	0.084	0.702	0.058	0.910
ATR132	<i>Guaiacum officinale</i>	1.230	MA	3315	1904	27515	1706	2263	723	1.429	0.732	0.094	0.784	0.065	1.018
ATR133	<i>Guapira linearibracteata</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
ATR134	<i>Guarea chichon</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
ATR135	<i>Guarea excelsa</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATR136	<i>Guarea glabra</i>	0.560	ME	1509	867	12527	777	1030	329	0.650	0.333	0.043	0.357	0.030	0.464
ATR137	<i>Guarea grandifolia</i>	0.510	ME	1374	789	11409	707	938	300	0.592	0.304	0.039	0.325	0.027	0.422
ATR138	<i>Guatteria anomala</i>	0.430	ME	1159	666	9619	596	791	253	0.499	0.256	0.033	0.274	0.023	0.356
ATR139	<i>Guazuma ulmifolia</i>	0.360	BA	970	557	8053	499	662	212	0.418	0.214	0.028	0.230	0.019	0.298
ATR140	<i>Guettarda elliptica</i>	0.970	MA	2614	1502	21699	1345	1785	570	1.127	0.578	0.074	0.619	0.051	0.803
ATR141	<i>Guettarda seleriana</i>	0.640	AL	1725	991	14317	888	1178	376	0.743	0.381	0.049	0.408	0.034	0.530
ATR142	<i>Haematoxylon brasiletto</i>	0.950	MA	2560	1471	21252	1318	1748	559	1.103	0.566	0.073	0.606	0.050	0.786
ATR143	<i>Hamelia longipes</i>	0.500	ME	1348	774	11185	694	920	294	0.581	0.298	0.038	0.319	0.026	0.414
ATR144	<i>Hampea nutricia</i>	0.390	BA	1051	604	8724	541	718	229	0.453	0.232	0.030	0.249	0.021	0.323
ATR145	<i>Harpalyce arborescens</i>	0.870	MA	2345	1347	19462	1207	1601	512	1.010	0.518	0.067	0.555	0.046	0.720
ATR146	<i>Heliocarpus appendiculatus</i>	0.190	MB	512	294	4250	264	350	112	0.221	0.113	0.015	0.121	0.010	0.157
ATR147	<i>Heliocarpus donnell-smithii</i>	0.130	MB	350	201	2908	180	239	76	0.151	0.077	0.010	0.083	0.007	0.108
ATR148	<i>Heliocarpus pallidus</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
ATR149	<i>Hintonia latiflora</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
ATR150	<i>Hura polyandra</i>	0.850	MA	2291	1316	19015	1179	1564	500	0.987	0.506	0.065	0.542	0.045	0.704

Tabla 5.06 (6 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	ρ g/cm <sup>3</sup>	CTF	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
ATR151	<i>Hymenaea courbaril</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATR152	<i>Ilex tolucana</i>	0.630	AL	1698	975	14093	874	1159	370	0.732	0.375	0.048	0.402	0.033	0.521
ATR153	<i>Ilex valeri</i>	0.630	AL	1698	975	14093	874	1159	370	0.732	0.375	0.048	0.402	0.033	0.521
ATR154	<i>Inga brevipedicellata</i>	0.580	ME	1563	898	12975	804	1067	341	0.674	0.345	0.044	0.370	0.031	0.480
ATR155	<i>Inga hintonii</i>	0.685	AL	1846	1060	15323	950	1260	403	0.796	0.408	0.052	0.437	0.036	0.567
ATR156	<i>Inga spuria</i>	0.510	ME	1374	789	11409	707	938	300	0.592	0.304	0.039	0.325	0.027	0.422
ATR157	<i>Ipomoea wolcottiana</i>	0.570	ME	1536	882	12751	791	1049	335	0.662	0.339	0.044	0.364	0.030	0.472
ATR158	<i>Iresine arbuscula</i>	0.480	ME	1294	743	10738	666	883	282	0.557	0.286	0.037	0.306	0.025	0.397
ATR159	<i>Jacaranda mimosifolia</i>	0.408	ME	1100	632	9127	566	751	240	0.474	0.243	0.031	0.260	0.022	0.338
ATR160	<i>Jacaratia mexicana</i>	0.160	MB	431	248	3579	222	294	94	0.186	0.095	0.012	0.102	0.008	0.132
ATR161	<i>Jacquinia pungens</i>	0.810	MA	2183	1254	18120	1123	1490	476	0.941	0.482	0.062	0.517	0.043	0.670
ATR162	<i>Jatropha chamelensis</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATR163	<i>Jatropha malacophylla</i>	0.260	BA	701	402	5816	361	478	153	0.302	0.155	0.020	0.166	0.014	0.215
ATR164	<i>Jatropha platyphylla</i>	0.470	ME	1267	728	10514	652	865	276	0.546	0.280	0.036	0.300	0.025	0.389
ATR165	<i>Krugiodendron ferreum</i>	0.910	MA	2452	1409	20357	1262	1674	535	1.057	0.542	0.070	0.580	0.048	0.753
ATR166	<i>Leucaena lanceolata</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR167	<i>Leucaena leucocephala</i>	0.840	MA	2264	1300	18791	1165	1546	494	0.976	0.500	0.064	0.536	0.044	0.695
ATR168	<i>Licania platypus</i>	0.621	AL	1674	961	13892	861	1143	365	0.721	0.370	0.048	0.396	0.033	0.514
ATR169	<i>Licaria campechiana</i>	0.780	AL	2102	1207	17449	1082	1435	459	0.906	0.464	0.060	0.497	0.041	0.646
ATR170	<i>Licaria excelsa</i>	0.499	ME	1345	772	11163	692	918	293	0.580	0.297	0.038	0.318	0.026	0.413
ATR171	<i>Lippia mcvaughii</i>	0.700	AL	1887	1084	15659	971	1288	412	0.813	0.417	0.054	0.446	0.037	0.579
ATR172	<i>Lonchocarpus castilloi</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
ATR173	<i>Lonchocarpus cochleatus</i>	0.790	AL	2129	1223	17672	1096	1454	465	0.918	0.470	0.060	0.504	0.042	0.654
ATR174	<i>Lonchocarpus constrictus</i>	0.930	MA	2506	1440	20804	1290	1711	547	1.080	0.554	0.071	0.593	0.049	0.770
ATR175	<i>Lonchocarpus cruentus</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
ATR176	<i>Lonchocarpus eriocarinalis</i>	0.970	MA	2614	1502	21699	1345	1785	570	1.127	0.578	0.074	0.619	0.051	0.803
ATR177	<i>Lonchocarpus hondurensis</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
ATR178	<i>Lonchocarpus parviflorus</i>	0.890	MA	2399	1378	19909	1234	1638	523	1.034	0.530	0.068	0.568	0.047	0.737
ATR179	<i>Lonchocarpus rugosus</i>	0.910	MA	2452	1409	20357	1262	1674	535	1.057	0.542	0.070	0.580	0.048	0.753
ATR180	<i>Lonchocarpus unifoliolatus</i>	0.860	MA	2318	1331	19238	1193	1582	506	0.999	0.512	0.066	0.549	0.045	0.712

Tabla 5.06 (7 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATR181	<i>Lucuma campechiana</i>	0.862	MA	2323	1334	19283	1196	1586	507	1.001	0.513	0.066	0.550	0.046	0.713
ATR182	<i>Lucuma salicifolia</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATR183	<i>Luehea candida</i>	0.910	MA	2452	1409	20357	1262	1674	535	1.057	0.542	0.070	0.580	0.048	0.753
ATR184	<i>Luehea speciosa</i>	0.648	AL	1746	1003	14496	899	1192	381	0.753	0.386	0.050	0.413	0.034	0.536
ATR185	<i>Lunania mexicana</i>	0.580	ME	1563	898	12975	804	1067	341	0.674	0.345	0.044	0.370	0.031	0.480
ATR186	<i>Lysiloma acapulcense</i>	0.760	AL	2048	1176	17001	1054	1398	447	0.883	0.453	0.058	0.485	0.040	0.629
ATR187	<i>Lysiloma bahamensis</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATR188	<i>Lysiloma divaricata</i>	0.730	AL	1967	1130	16330	1013	1343	429	0.848	0.435	0.056	0.466	0.039	0.604
ATR189	<i>Lysiloma latisiliquum</i>	0.600	ME	1617	929	13422	832	1104	353	0.697	0.357	0.046	0.383	0.032	0.497
ATR190	<i>Lysiloma microphylla</i>	0.920	MA	2479	1424	20580	1276	1693	541	1.068	0.548	0.070	0.587	0.049	0.761
ATR191	<i>Maclura tinctoria</i>	0.710	AL	1913	1099	15883	985	1306	417	0.825	0.423	0.054	0.453	0.038	0.588
ATR192	<i>Mangifera indica</i>	0.560	ME	1509	867	12527	777	1030	329	0.650	0.333	0.043	0.357	0.030	0.464
ATR193	<i>Manilkara zapota</i>	0.900	MA	2426	1393	20133	1248	1656	529	1.045	0.536	0.069	0.574	0.048	0.745
ATR194	<i>Mappia longipes</i>	0.650	AL	1752	1006	14541	902	1196	382	0.755	0.387	0.050	0.415	0.034	0.538
ATR195	<i>Metopium brownei</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR196	<i>Mimosa arenosa</i>	1.010	MA	2722	1563	22594	1401	1858	594	1.173	0.601	0.077	0.644	0.053	0.836
ATR197	<i>Mirandaceltis monoica</i>	0.691	AL	1862	1070	15458	958	1271	406	0.803	0.411	0.053	0.441	0.037	0.572
ATR198	<i>Misanteca peckii</i>	0.600	ME	1617	929	13422	832	1104	353	0.697	0.357	0.046	0.383	0.032	0.497
ATR199	<i>Morisonia americana</i>	0.880	MA	2372	1362	19686	1221	1619	517	1.022	0.524	0.067	0.561	0.047	0.728
ATR200	<i>Mortoniendron guatemalense</i>	0.510	ME	1374	789	11409	707	938	300	0.592	0.304	0.039	0.325	0.027	0.422
ATR201	<i>Mosquitoxylum jamaicense</i>	0.591	ME	1593	915	13221	820	1087	348	0.686	0.352	0.045	0.377	0.031	0.489
ATR202	<i>Myrcianthes fragrans</i>	0.720	AL	1940	1115	16106	999	1325	423	0.836	0.429	0.055	0.459	0.038	0.596
ATR203	<i>Nectandra aff. Tabascensis</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
ATR204	<i>Nectandra ambigens</i>	0.570	ME	1536	882	12751	791	1049	335	0.662	0.339	0.044	0.364	0.030	0.472
ATR205	<i>Nectandra globosa</i>	0.483	ME	1302	748	10805	670	889	284	0.561	0.288	0.037	0.308	0.026	0.400
ATR206	<i>Nectandra rudis</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
ATR207	<i>Nectandra salicifolia</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
ATR208	<i>Nectandra tabascensis</i>	0.574	ME	1547	889	12840	796	1056	338	0.667	0.342	0.044	0.366	0.030	0.475
ATR209	<i>Neea psychotrioides</i>	0.260	BA	701	402	5816	361	478	153	0.302	0.155	0.020	0.166	0.014	0.215
ATR210	<i>Ochroma lagopus</i>	0.160	MB	431	248	3579	222	294	94	0.186	0.095	0.012	0.102	0.008	0.132

Tabla 5.06 (8 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	ρ g/cm <sup>3</sup>	CTF	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
ATR211	<i>Ocotea dendrodaphne</i>	0.570	ME	1536	882	12751	791	1049	335	0.662	0.339	0.044	0.364	0.030	0.472
ATR212	<i>Oecopetalum mexicanum</i>	0.563	ME	1517	872	12594	781	1036	331	0.654	0.335	0.043	0.359	0.030	0.466
ATR213	<i>Omphalea oleifera</i>	0.440	ME	1186	681	9843	610	810	259	0.511	0.262	0.034	0.281	0.023	0.364
ATR214	<i>Orthlon subsessile</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
ATR215	<i>Pachira aquatica</i>	0.500	ME	1348	774	11185	694	920	294	0.581	0.298	0.038	0.319	0.026	0.414
ATR216	<i>Peltogyne mexicana</i>	0.775	AL	2089	1200	17337	1075	1426	456	0.900	0.461	0.059	0.494	0.041	0.641
ATR217	<i>Persea americana</i>	0.474	ME	1277	734	10603	657	872	279	0.551	0.282	0.036	0.302	0.025	0.392
ATR218	<i>Phoebe effusa</i>	0.508	ME	1369	786	11364	705	935	299	0.590	0.302	0.039	0.324	0.027	0.420
ATR219	<i>Phoebe tampicensis</i>	0.620	AL	1671	960	13869	860	1141	365	0.720	0.369	0.047	0.395	0.033	0.513
ATR220	<i>Pimenta dioica</i>	0.960	MA	2587	1486	21475	1332	1766	564	1.115	0.572	0.073	0.612	0.051	0.795
ATR221	<i>Piptadenia obliqua</i>	1.110	MA	2991	1718	24831	1540	2042	653	1.289	0.661	0.085	0.708	0.059	0.919
ATR222	<i>Piscidia communis</i>	0.590	ME	1590	913	13198	818	1086	347	0.685	0.351	0.045	0.376	0.031	0.488
ATR223	<i>Piscidia piscipula</i>	0.644	AL	1736	997	14406	893	1185	379	0.748	0.383	0.049	0.411	0.034	0.533
ATR224	<i>Piterocarpus rohrii</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATR225	<i>Pithecellobium arboreum</i>	0.650	AL	1752	1006	14541	902	1196	382	0.755	0.387	0.050	0.415	0.034	0.538
ATR226	<i>Pithecellobium dulce</i>	1.000	MA	2695	1548	22370	1387	1840	588	1.161	0.595	0.077	0.638	0.053	0.828
ATR227	<i>Ebenopsis ebano</i>	1.060	MA	2857	1641	23712	1470	1950	623	1.231	0.631	0.081	0.676	0.056	0.877
ATR228	<i>Pithecellobium flexicaule</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATR229	<i>Pithecellobium leucocalyx</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATR230	<i>Pithecellobium mangense</i>	0.990	MA	2668	1533	22146	1373	1822	582	1.150	0.589	0.076	0.631	0.052	0.819
ATR231	<i>Pithecellobium pallens</i>	0.730	AL	1967	1130	16330	1013	1343	429	0.848	0.435	0.056	0.466	0.039	0.604
ATR232	<i>Pithecellobium seleri</i>	0.980	MA	2641	1517	21923	1359	1803	576	1.138	0.583	0.075	0.625	0.052	0.811
ATR233	<i>Platanus occidentalis</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR234	<i>Platymiscium lasiocarpum</i>	0.820	MA	2210	1269	18343	1137	1509	482	0.952	0.488	0.063	0.523	0.043	0.679
ATR235	<i>Platymiscium pinnatum</i>	0.760	AL	2048	1176	17001	1054	1398	447	0.883	0.453	0.058	0.485	0.040	0.629
ATR236	<i>Platymiscium yucatanum</i>	0.660	AL	1779	1022	14764	915	1214	388	0.767	0.393	0.050	0.421	0.035	0.546
ATR237	<i>Pleuranthodendron lindenii</i>	0.680	AL	1833	1053	15212	943	1251	400	0.790	0.405	0.052	0.434	0.036	0.563
ATR238	<i>Poeppegia procera</i>	0.780	AL	2102	1207	17449	1082	1435	459	0.906	0.464	0.060	0.497	0.041	0.646
ATR239	<i>Poulsenia armata</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATR240	<i>Pouteria aff. Campechiana</i>	0.750	AL	2021	1161	16778	1040	1380	441	0.871	0.447	0.057	0.478	0.040	0.621

Tabla 5.06 (9 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATR241	<i>Pouteria durlandii</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR242	<i>Pouteria sapota</i>	0.810	MA	2183	1254	18120	1123	1490	476	0.941	0.482	0.062	0.517	0.043	0.670
ATR243	<i>Pouteria unilocularis</i>	0.841	MA	2266	1302	18813	1166	1547	495	0.977	0.501	0.064	0.536	0.044	0.696
ATR244	<i>Prosopis juliflora</i>	0.730	AL	1967	1130	16330	1013	1343	429	0.848	0.435	0.056	0.466	0.039	0.604
ATR245	<i>Protium copal</i>	0.592	ME	1595	916	13243	821	1089	348	0.688	0.352	0.045	0.378	0.031	0.490
ATR246	<i>Pseudobombax ellipticum</i>	0.440	ME	1186	681	9843	610	810	259	0.511	0.262	0.034	0.281	0.023	0.364
ATR247	<i>Pseudolmedia oxyphyllaria</i>	0.650	AL	1752	1006	14541	902	1196	382	0.755	0.387	0.050	0.415	0.034	0.538
ATR248	<i>Pseudolmedia oxyphyllaria</i>	0.680	AL	1833	1053	15212	943	1251	400	0.790	0.405	0.052	0.434	0.036	0.563
ATR249	<i>Psidium sartorianum</i>	0.790	AL	2129	1223	17672	1096	1454	465	0.918	0.470	0.060	0.504	0.042	0.654
ATR250	<i>Psychotria chiapensis</i>	0.650	AL	1752	1006	14541	902	1196	382	0.755	0.387	0.050	0.415	0.034	0.538
ATR251	<i>Psychotria</i> sp.	0.640	AL	1725	991	14317	888	1178	376	0.743	0.381	0.049	0.408	0.034	0.530
ATR252	<i>Pterocarpus hayesii</i>	0.450	ME	1213	697	10067	624	828	265	0.523	0.268	0.034	0.287	0.024	0.372
ATR253	<i>Quararibea funebris</i>	0.480	ME	1294	743	10738	666	883	282	0.557	0.286	0.037	0.306	0.025	0.397
ATR254	<i>Quararibea guatemalteca</i>	0.600	ME	1617	929	13422	832	1104	353	0.697	0.357	0.046	0.383	0.032	0.497
ATR255	<i>Quercus anglohondurensis</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
ATR256	<i>Quercus barbinervis</i>	0.700	AL	1887	1084	15659	971	1288	412	0.813	0.417	0.054	0.446	0.037	0.579
ATR257	<i>Randia tetraacantha</i>	0.700	AL	1887	1084	15659	971	1288	412	0.813	0.417	0.054	0.446	0.037	0.579
ATR258	<i>Randia thurberi</i>	0.860	MA	2318	1331	19238	1193	1582	506	0.999	0.512	0.066	0.549	0.045	0.712
ATR259	<i>Recchia mexicana</i>	1.020	MA	2749	1579	22817	1415	1877	600	1.185	0.607	0.078	0.651	0.054	0.844
ATR260	<i>Rheedia edulis</i>	0.700	AL	1887	1084	15659	971	1288	412	0.813	0.417	0.054	0.446	0.037	0.579
ATR261	<i>Rinorea guatemalensis</i>	0.740	AL	1994	1146	16554	1026	1362	435	0.859	0.441	0.057	0.472	0.039	0.612
ATR262	<i>Robinsonella discolor</i>	0.560	ME	1509	867	12527	777	1030	329	0.650	0.333	0.043	0.357	0.030	0.464
ATR263	<i>Robinsonella mirandae</i>	0.468	ME	1261	724	10469	649	861	275	0.544	0.279	0.036	0.298	0.025	0.387
ATR264	<i>Rollinia rensoniana</i>	0.318	BA	857	492	7114	441	585	187	0.369	0.189	0.024	0.203	0.017	0.263
ATR265	<i>Rondeletia buddleioides</i>	0.560	ME	1509	867	12527	777	1030	329	0.650	0.333	0.043	0.357	0.030	0.464
ATR266	<i>Rondeletia galeottii</i>	0.500	ME	1348	774	11185	694	920	294	0.581	0.298	0.038	0.319	0.026	0.414
ATR267	<i>Roseodendron donnell-smithii</i>	0.390	BA	1051	604	8724	541	718	229	0.453	0.232	0.030	0.249	0.021	0.323
ATR268	<i>Roupala montana</i>	0.890	MA	2399	1378	19909	1234	1638	523	1.034	0.530	0.068	0.568	0.047	0.737
ATR269	<i>Ruprechtia fusca</i>	0.700	AL	1887	1084	15659	971	1288	412	0.813	0.417	0.054	0.446	0.037	0.579
ATR270	<i>Sapindus saponaria</i>	0.660	AL	1779	1022	14764	915	1214	388	0.767	0.393	0.050	0.421	0.035	0.546

Tabla 5.06 (10 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	P g/cm <sup>3</sup>	CTF	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
ATR271	<i>Sapium lateriflorum</i>	0.500	ME	1348	774	11185	694	920	294	0.581	0.298	0.038	0.319	0.026	0.414
ATR272	<i>Sapium pedicellatum</i>	0.360	BA	970	557	8053	499	662	212	0.418	0.214	0.028	0.230	0.019	0.298
ATR273	<i>Sapranthus microcarpus</i>	0.580	ME	1563	898	12975	804	1067	341	0.674	0.345	0.044	0.370	0.031	0.480
ATR274	<i>Saurauia laevigata</i>	0.470	ME	1267	728	10514	652	865	276	0.546	0.280	0.036	0.300	0.025	0.389
ATR275	<i>Saurauia yasicae</i>	0.400	BA	1078	619	8948	555	736	235	0.465	0.238	0.031	0.255	0.021	0.331
ATR276	<i>Schizolobium parahybum</i>	0.300	BA	809	464	6711	416	552	176	0.348	0.179	0.023	0.191	0.016	0.248
ATR277	<i>Sciadodendron excelsum</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
ATR278	<i>Sebastiania longicuspis</i>	0.570	ME	1536	882	12751	791	1049	335	0.662	0.339	0.044	0.364	0.030	0.472
ATR279	<i>Sickingia salvadorensis</i>	0.660	AL	1779	1022	14764	915	1214	388	0.767	0.393	0.050	0.421	0.035	0.546
ATR280	<i>Sideroxylon aff. Guamerii</i>	0.810	MA	2183	1254	18120	1123	1490	476	0.941	0.482	0.062	0.517	0.043	0.670
ATR281	<i>Sideroxylon meyeri</i>	0.865	MA	2331	1339	19350	1200	1592	509	1.005	0.515	0.066	0.552	0.046	0.716
ATR282	<i>Simaruba glauca</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
ATR283	<i>Sloanea petenensis</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
ATR284	<i>Spathodea campanulata</i>	0.289	BA	779	447	6465	401	532	170	0.336	0.172	0.022	0.184	0.015	0.239
ATR285	<i>Spondias mombin</i>	0.450	ME	1213	697	10067	624	828	265	0.523	0.268	0.034	0.287	0.024	0.372
ATR286	<i>Spondias purpurea</i>	0.310	BA	835	480	6935	430	570	182	0.360	0.185	0.024	0.198	0.016	0.257
ATR287	<i>Spondias radlkoferi</i>	0.560	ME	1509	867	12527	777	1030	329	0.650	0.333	0.043	0.357	0.030	0.464
ATR288	<i>Stemmadenia donnell-smithii</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
ATR289	<i>Sterculia apetala</i>	0.380	BA	1024	588	8501	527	699	223	0.441	0.226	0.029	0.242	0.020	0.315
ATR290	<i>Swartzia cubensis</i>	0.830	MA	2237	1285	18567	1151	1527	488	0.964	0.494	0.063	0.529	0.044	0.687
ATR291	<i>Swartzia guatemalensis</i>	0.890	MA	2399	1378	19909	1234	1638	523	1.034	0.530	0.068	0.568	0.047	0.737
ATR292	<i>Sweetia panamensis</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR293	<i>Swietenia macrophylla</i>	0.420	ME	1132	650	9395	583	773	247	0.488	0.250	0.032	0.268	0.022	0.348
ATR294	<i>Switenia humillis</i>	0.705	AL	1900	1091	15771	978	1297	415	0.819	0.420	0.054	0.450	0.037	0.584
ATR295	<i>Tabebuia chrysantha</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR296	<i>Tabebuia donnell-smithii</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
ATR297	<i>Tabebuia impetiginosa</i>	0.960	MA	2587	1486	21475	1332	1766	564	1.115	0.572	0.073	0.612	0.051	0.795
ATR298	<i>Tabebuia palmeri</i>	0.881	MA	2374	1364	19708	1222	1621	518	1.023	0.525	0.067	0.562	0.047	0.729
ATR299	<i>Tabebuia penthaphylla</i>	0.562	ME	1515	870	12572	779	1034	330	0.653	0.335	0.043	0.358	0.030	0.465
ATR300	<i>Tabebuia rosea</i>	0.623	AL	1679	964	13937	864	1146	366	0.724	0.371	0.048	0.397	0.033	0.516

Tabla 5.06 (11 página de 11). Características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
ATR301	<i>Talauma mexicana</i>	0.490	ME	1321	759	10961	680	902	288	0.569	0.292	0.037	0.313	0.026	0.406
ATR302	<i>Talisia olivaeformis</i>	0.992	MA	2673	1536	22191	1376	1825	583	1.152	0.591	0.076	0.633	0.052	0.821
ATR303	<i>Tectona grandis</i>	0.656	AL	1768	1015	14675	910	1207	386	0.762	0.391	0.050	0.418	0.035	0.543
ATR304	<i>Terminalia amazonia</i>	0.660	AL	1779	1022	14764	915	1214	388	0.767	0.393	0.050	0.421	0.035	0.546
ATR305	<i>Tetrorchidium rotundatum</i>	0.470	ME	1267	728	10514	652	865	276	0.546	0.280	0.036	0.300	0.025	0.389
ATR306	<i>Thevetia ovata</i>	0.720	AL	1940	1115	16106	999	1325	423	0.836	0.429	0.055	0.459	0.038	0.596
ATR307	<i>Thouinia paucidentata</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR308	<i>Thouinia serrata</i>	0.980	MA	2641	1517	21923	1359	1803	576	1.138	0.583	0.075	0.625	0.052	0.811
ATR309	<i>Tonduzia longifolia</i>	0.850	MA	2291	1316	19015	1179	1564	500	0.987	0.506	0.065	0.542	0.045	0.704
ATR310	<i>Trema micrantha</i>	0.110	MB	296	170	2461	153	202	65	0.128	0.065	0.008	0.070	0.006	0.091
ATR311	<i>Trichilia japurensis</i>	0.840	MA	2264	1300	18791	1165	1546	494	0.976	0.500	0.064	0.536	0.044	0.695
ATR312	<i>Trichilia martiana</i>	0.470	ME	1267	728	10514	652	865	276	0.546	0.280	0.036	0.300	0.025	0.389
ATR313	<i>Trichilia moschata</i>	0.880	MA	2372	1362	19686	1221	1619	517	1.022	0.524	0.067	0.561	0.047	0.728
ATR314	<i>Trichilia pallida</i>	0.690	AL	1860	1068	15435	957	1270	406	0.801	0.411	0.053	0.440	0.037	0.571
ATR315	<i>Trichilia trifolia</i>	0.800	AL	2156	1238	17896	1110	1472	470	0.929	0.476	0.061	0.510	0.042	0.662
ATR316	<i>Trophis mexicana</i>	0.680	AL	1833	1053	15212	943	1251	400	0.790	0.405	0.052	0.434	0.036	0.563
ATR317	<i>Trophis mollis</i>	0.880	MA	2372	1362	19686	1221	1619	517	1.022	0.524	0.067	0.561	0.047	0.728
ATR318	<i>Trophis racemosa</i>	0.780	AL	2102	1207	17449	1082	1435	459	0.906	0.464	0.060	0.497	0.041	0.646
ATR319	<i>Turpinia occidentalis</i>	0.330	BA	889	511	7382	458	607	194	0.383	0.196	0.025	0.210	0.017	0.273
ATR320	<i>Urera caracasana</i>	0.490	ME	1321	759	10961	680	902	288	0.569	0.292	0.037	0.313	0.026	0.406
ATR321	<i>Urera elata</i>	0.490	ME	1321	759	10961	680	902	288	0.569	0.292	0.037	0.313	0.026	0.406
ATR322	<i>Vatairea lundellii</i>	0.660	AL	1779	1022	14764	915	1214	388	0.767	0.393	0.050	0.421	0.035	0.546
ATR323	<i>Virola guatemalensis</i>	0.520	ME	1401	805	11632	721	957	306	0.604	0.310	0.040	0.332	0.028	0.430
ATR324	<i>Vitex gaumeri</i>	0.670	AL	1806	1037	14988	929	1233	394	0.778	0.399	0.051	0.427	0.035	0.555
ATR325	<i>Vochysia hondurensis</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
ATR326	<i>Wimmeria concolor</i>	0.790	AL	2129	1223	17672	1096	1454	465	0.918	0.470	0.060	0.504	0.042	0.654
ATR327	<i>Xylosma flexuosa</i>	0.730	AL	1967	1130	16330	1013	1343	429	0.848	0.435	0.056	0.466	0.039	0.604
ATR328	<i>Xylosma intermedia</i>	0.770	AL	2075	1192	17225	1068	1417	453	0.894	0.458	0.059	0.491	0.041	0.637
ATR329	<i>Zanthoxylum caribaeum</i>	0.970	MA	2614	1502	21699	1345	1785	570	1.127	0.578	0.074	0.619	0.051	0.803
ATR330	<i>Zanthoxylum fagara</i>	0.650	AL	1752	1006	14541	902	1196	382	0.755	0.387	0.050	0.415	0.034	0.538
ATR331	<i>Zanthoxylum kellermanii</i>	0.480	ME	1294	743	10738	666	883	282	0.557	0.286	0.037	0.306	0.025	0.397
ATR332	<i>Ziziphus amole</i>	0.940	MA	2533	1455	21028	1304	1730	553	1.092	0.560	0.072	0.600	0.050	0.778
ATR333	<i>Zuelania guidonia</i>	0.610	AL	1644	944	13646	846	1122	359	0.708	0.363	0.047	0.389	0.032	0.505

Tabla 5.07 (1 página de 1). Características elásticas de maderas mexicanas. Gimnospermas pinos duros. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
GPD001	<i>Pinus aff. pseudostrobus</i>	0.430	ME	943	593	12062	734	791	81	0.502	0.325	0.036	0.414	0.025	0.471
GPD002	<i>Pinus arizonica</i>	0.430	ME	943	593	12062	734	791	81	0.502	0.325	0.036	0.414	0.025	0.471
GPD003	<i>Pinus arizonica</i> var. <i>stormiae</i>	0.461	ME	1011	636	12932	787	848	87	0.538	0.349	0.038	0.443	0.027	0.505
GPD004	<i>Pinus cembroides</i>	0.525	ME	1152	724	14727	897	965	99	0.613	0.397	0.043	0.505	0.030	0.575
GPD005	<i>Pinus chihuahuana</i>	0.440	ME	965	607	12343	752	809	83	0.514	0.333	0.036	0.423	0.025	0.482
GPD006	<i>Pinus contorta</i>	0.362	BA	794	499	10155	618	666	68	0.423	0.274	0.030	0.348	0.021	0.397
GPD007	<i>Pinus cooperi</i>	0.390	BA	856	538	10940	666	717	73	0.455	0.295	0.032	0.375	0.023	0.427
GPD008	<i>Pinus cooperi</i> var. <i>ornelasi</i>	0.430	ME	943	593	12062	734	791	81	0.502	0.325	0.036	0.414	0.025	0.471
GPD009	<i>Pinus coulteri</i>	0.419	ME	919	578	11754	716	771	79	0.489	0.317	0.035	0.403	0.024	0.459
GPD010	<i>Pinus douglasiana</i>	0.521	ME	1143	718	14615	890	958	98	0.608	0.394	0.043	0.501	0.030	0.571
GPD011	<i>Pinus durangensis</i> f. <i>quinquefoliata</i>	0.450	ME	987	621	12623	769	828	85	0.525	0.340	0.037	0.433	0.026	0.493
GPD012	<i>Pinus durangensis</i>	0.460	ME	1009	634	12904	786	846	86	0.537	0.348	0.038	0.442	0.027	0.504
GPD013	<i>Pinus greggii</i>	0.470	ME	1031	648	13184	803	864	88	0.549	0.355	0.039	0.452	0.027	0.515
GPD014	<i>Pinus hartwegii</i>	0.496	ME	1088	684	13914	847	912	93	0.579	0.375	0.041	0.477	0.029	0.543
GPD015	<i>Pinus jeffreyi</i>	0.381	BA	836	525	10688	651	701	72	0.445	0.288	0.032	0.366	0.022	0.417
GPD016	<i>Pinus lawsonii</i>	0.470	ME	1031	648	13184	803	864	88	0.549	0.355	0.039	0.452	0.027	0.515
GPD017	<i>Pinus leiophylla</i>	0.520	ME	1141	717	14587	888	956	98	0.607	0.393	0.043	0.500	0.030	0.570
GPD018	<i>Pinus martinezii</i>	0.539	ME	1183	743	15120	921	991	101	0.629	0.408	0.045	0.518	0.031	0.590
GPD019	<i>Pinus maximinoi</i>	0.400	BA	878	552	11221	683	736	75	0.467	0.302	0.033	0.385	0.023	0.438
GPD020	<i>Pinus michoacana</i> var. <i>cornuta</i>	0.450	ME	987	621	12623	769	828	85	0.525	0.340	0.037	0.433	0.026	0.493
GPD021	<i>Pinus montezumae</i>	0.420	ME	921	579	11782	717	772	79	0.490	0.318	0.035	0.404	0.024	0.460
GPD022	<i>Pinus oocarpa</i>	0.360	BA	790	496	10099	615	662	68	0.420	0.272	0.030	0.346	0.021	0.394
GPD023	<i>Pinus patula</i>	0.500	ME	1097	690	14026	854	920	94	0.584	0.378	0.041	0.481	0.029	0.548
GPD024	<i>Pinus patula</i> var. <i>longepedunculata</i>	0.500	ME	1097	690	14026	854	920	94	0.584	0.378	0.041	0.481	0.029	0.548
GPD025	<i>Pinus ponderosa</i>	0.389	BA	853	536	10912	664	715	73	0.454	0.294	0.032	0.374	0.022	0.426
GPD026	<i>Pinus pringlei</i>	0.474	ME	1040	654	13297	810	872	89	0.553	0.358	0.039	0.456	0.027	0.519
GPD027	<i>Pinus pseudostrobus</i>	0.540	ME	1185	745	15148	922	993	102	0.631	0.408	0.045	0.519	0.031	0.592
GPD028	<i>Pinus rudis</i>	0.410	ME	900	565	11501	700	754	77	0.479	0.310	0.034	0.394	0.024	0.449
GPD029	<i>Pinus tenuifolia</i>	0.430	ME	943	593	12062	734	791	81	0.502	0.325	0.036	0.414	0.025	0.471
GPD030	<i>Pinus teocote</i>	0.580	ME	1273	800	16270	991	1067	109	0.677	0.439	0.048	0.558	0.034	0.635
GPD031	<i>Pseudotsuga menziesii</i>	0.462	ME	1014	637	12960	789	850	87	0.539	0.349	0.038	0.444	0.027	0.506

Tabla 5.08 (1 página de 1). Características elásticas de maderas mexicanas. Gimnospermas pinos blandos. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
GPB001	<i>Pinus ayacahuite</i>	0.420	ME	921	579	11782	717	772	79	0.490	0.318	0.035	0.404	0.024	0.460
GPB002	<i>Pinus ayacahuite</i> var. <i>Veitchii</i>	0.398	BA	873	549	11165	680	732	75	0.465	0.301	0.033	0.383	0.023	0.436
GPB003	<i>Pinus lambertiana</i>	0.350	BA	768	483	9818	598	644	66	0.409	0.265	0.029	0.337	0.020	0.383
GPB004	<i>Pinus quadrifolia</i>	0.410	ME	900	565	11501	700	754	77	0.479	0.310	0.034	0.394	0.024	0.449

Tabla 5.09 (1 página de 1). Características elásticas de maderas mexicanas. Otras gimnospermas. H = 12%; T = 20°C.

Código	Nombre científico	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	CTF	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
OGI001	<i>Abies concolor</i>	0.360	BA	790	496	10099	615	662	68	0.420	0.272	0.030	0.346	0.021	0.394
OGI002	<i>Abies durangensis</i>	0.392	BA	860	541	10996	670	721	74	0.458	0.296	0.032	0.377	0.023	0.429
OGI003	<i>Abies religiosa</i>	0.380	BA	834	524	10660	649	699	71	0.444	0.287	0.031	0.365	0.022	0.416
OGI004	<i>Abies religiosa</i> var. <i>Emarginata</i>	0.484	ME	1062	667	13577	827	890	91	0.565	0.366	0.040	0.465	0.028	0.530
OGI005	<i>Araucaria angustifolia</i>	0.460	ME	1009	634	12904	786	846	86	0.537	0.348	0.038	0.442	0.027	0.504
OGI006	<i>Cupressus lindleyi</i>	0.419	ME	919	578	11754	716	771	79	0.489	0.317	0.035	0.403	0.024	0.459
OGI007	<i>Juniperus flaccida</i>	0.557	ME	1222	768	15625	951	1024	105	0.650	0.421	0.046	0.536	0.032	0.610
OGI008	<i>Libocedrus decurrens</i>	0.363	BA	796	501	10183	620	668	68	0.424	0.275	0.030	0.349	0.021	0.398
OGI009	<i>Picea abies</i>	0.366	BA	803	505	10267	625	673	69	0.427	0.277	0.030	0.352	0.021	0.401
OGI010	<i>Picea chihuahuana</i>	0.429	ME	941	592	12034	733	789	81	0.501	0.324	0.035	0.413	0.025	0.470
OGI011	<i>Podocarpus matudae</i>	0.476	ME	1044	656	13353	813	875	89	0.556	0.360	0.039	0.458	0.028	0.521
OGI012	<i>Pseudotsuga macrolepis</i>	0.522	ME	1145	720	14643	892	960	98	0.610	0.395	0.043	0.502	0.030	0.572
OGI013	<i>Taxodium nucronatum</i>	0.476	ME	1044	656	13353	813	875	89	0.556	0.360	0.039	0.458	0.028	0.521
OGI014	<i>Thuja plicata</i>	0.295	BA	647	407	8275	504	543	55	0.344	0.223	0.024	0.284	0.017	0.323

## 5.8. Análisis de resultados

Los estadígrafos de la densidad y de las características elásticas de las maderas estudiadas se presentan agrupados para los diferentes conjuntos taxonómicos, en las siguientes Tablas:

Número de Tabla	Grupo taxonómico	Número de especies
5.10	Angiospermas encinos rojos	22
5.11	Angiospermas encinos blancos	17
5.12	Angiospermas clima templado	69
5.13	Angiospermas clima tropical	333
5.14	Gimnospermas pinos duros	31
5.15	Gimnospermas pinos blandos	4
5.16	Otras gimnospermas	14
Número total de especies		490

Los estadígrafos presentados en las Tablas 5.10 a 5.16 son:

Media aritmética.

Desviación estándar.

Coefficiente de variación.

Valor mínimo.

Valor máximo.

Rango de valores.

Número de especies.

Las características elásticas de la madera presentadas en las Tablas de resultados 5.03 a 5.09 y sus estadígrafos presentados en las Tablas 5.10 a 5.16, corresponden a valores de la madera aserrada a partir de troncos de árboles, idealizada como un sólido elástico, macroscópicamente homogéneo, con propiedades de un medio continuo y con simetrías materiales y elásticas ortotrópicas.

Estos parámetros son válidos como valores de referencia para volúmenes elementales de madera de pequeñas dimensiones, libres de defectos y orientados según las direcciones de ortotropía de la madera, a saber, radial, tangencial y longitudinal. En el mismo contexto, las condiciones de ensayo de los valores de las características elásticas con los cuales fueron establecidos los Modelos de predicción (Hernández Maldonado, 2010), fueron en condiciones de carga estática, con una temperatura de la madera de  $T = 20^{\circ}\text{C}$  y con un

contenido de humedad de  $H = 12\%$ . Por lo tanto, la aplicación de los datos de las Tablas 5.03 a 5.16, se refieren a condiciones de utilización similares.

Para el caso de madera en dimensiones reales de empleo, por ejemplo, miembros estructurales con secciones mínimas de 25 mm, y con particularidades de crecimiento tales como nudos y fisuras, es recomendable ajustar las características elásticas propuestas en esta investigación, empleando las técnicas recomendadas entre otros, por los autores siguientes: American Society of Civil Engineers (1975) y (1982), Hoyle (1978), Bodig (1992), American Institute of Timber Construction (1994), Faherty y Williamson (1997) y Breyer y col. (2003); y en México por: Robles Fernández-Villegas y Echenique-Manrique (1983), Comisión Forestal de América del Norte (1994) y Sotomayor Castellanos (2002).

Los resultados de la investigación se presentan en tres diferentes formatos:

Las ecuaciones de la Tabla 5.02, representan los Modelos de predicción correspondientes a especies de madera angiospermas y gimnospermas, parámetros que son útiles, entre otras aplicaciones, en el modelado y en la predicción de la respuesta elástica de la madera. Este formato es útil para fines de investigación.

Los datos de las Tablas 5.03 a 5.09, suministran valores puntuales, asociados a especies mexicanas y son útiles para su empleo en Ingeniería de la Madera.

Los estadígrafos de las Tablas 5.10 a 5.16, son útiles como valores de referencia para valorización de maderas para empleos específicos.

#### *Densidad de la madera*

La densidad de la madera es el parámetro físico aceptado en Ciencias, Ingeniería y Tecnología de la Madera, como la característica física que puede predecir tanto las características mecánicas de resistencia de la madera, por ejemplo, resistencia al límite elástico, módulo de ruptura y dureza (Sotomayor Castellanos, 2002), como sus características elásticas (Bodig y Goodman, 1973).

Sin embargo, la densidad de la madera es una peculiaridad que varía entre especies, al interior de una especie y según la localización de la probeta en el fuste de un árbol (Sotomayor Castellanos, 2009). La variación de la densidad entre especies, de acuerdo a los resultados de esta investigación, presenta coeficientes de variación que van desde 0.08 para el caso de maderas de gimnospermas pinos blandos (Tabla 5.15), hasta 0.33 para el caso de maderas angiospermas clima tropical.

Para el caso de la variación al interior de una especie, de acuerdo con los resultados de las Tesis realizadas en la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera, que estudiaron características mecánicas de especies específicas, entre otros se puede citar a: Romero Hinojosa (1986), Pérez Tello (1994), Cerriteño Espinoza (1995), Acevedo Sánchez y Ambriz Parra (1999), Ramos Pantaleón (1999), Ávila Calderón (1999), Vega Sámano (2002), Correa Méndez (2003), Valdovinos Sánchez (2004), Escobedo Torres (2005), Villaseñor Aguilar (2005) y Camarena Tello (2009), se puede estimar que el coeficiente de variación de la densidad de la madera, al interior de una especie en particular, es del 10%.

Estas referencias se localizan en el Anexo A5.08.

Los argumentos anteriores permiten un intervalo de variación de más-menos 5% en la variación de la densidad anotada en los resultados para cada especie de la investigación. Lo que implica que los datos estimados a partir de la densidad de cada especie, permiten igualmente una variación porcentual y proporcional a la densidad de la madera.

Los coeficientes de variación de las características elásticas de todos los grupos taxonómicos fueron iguales al coeficiente de variación de la densidad correspondiente al grupo referido. Este resultado se explica por el hecho de que los parámetros elásticos fueron estimados empleando Modelos de predicción donde la densidad es la variable explicativa. Los Modelos son correlaciones estadísticas simples de tipo lineal. En consecuencia, la variación de los valores de la densidad para cada uno de los grupos taxonómicos estudiados corresponde a la variación de los valores calculados.

La Figura 5.02, presenta la interpretación gráfica del estadígrafo media aritmética correspondiente a la densidad de la madera para cada grupo taxonómico. Este resultado debe ponderarse con el rango de valores que presenta cada grupo taxonómico. Por

ejemplo, el valor de la media aritmética correspondiente al conjunto de angiospermas clima tropical, aparentemente es menor que los valores correspondientes a los encinos. Sin embargo, existen muchas maderas de clima tropical con densidades superiores al valor máximo de los encinos. En la misma Figura 5.02, se muestran los valores de los coeficientes de variación de la densidad para cada grupo taxonómico. De esta forma se puede observar que la magnitud de la variación, no corresponde necesariamente a la graduación de los valores de las medias aritméticas.

Para complementar la reflexión anterior, un análisis análogo, pero relacionando los valores de los coeficientes de variación con los rangos de valores, mostró, una correspondencia entre estos dos estadígrafos. Este resultado tuvo como excepción los conjuntos de maderas de gimnospermas pinos blandos (número de especies estudiadas igual a 4) y de maderas de otras gimnospermas (número de especies estudiadas igual a 13),

Para una correcta interpretación de los estadígrafos, es necesario entonces, considerar en conjunto todos los estadígrafos presentados en las Tablas 5.10 a 5.16. Este argumento es igualmente recomendado para la correcta interpretación de los estadígrafos de todas las características elásticas de maderas mexicanas.

Para una correcta interpretación del manejo de la densidad de una especie en estudio, como variable explicativa, es necesario diferenciar entre la densidad de una especie de madera en particular, como es el caso de la investigación, y el valor de la densidad de una muestra de madera para un caso en particular. Como ejemplos, se pueden analizar dos escenarios:

Para el caso de modelado del comportamiento elástico de la madera, empleado en investigaciones sobre fenómenos de transferencia de masa y de energía, se pueden utilizar los valores de referencia propuestos en las diferentes Tablas de resultados o de estadígrafos. Por ejemplo, el fenómeno de esfuerzos internos inducidos en la madera, durante el proceso de secado, necesita un análisis tridimensional. Este enfoque implica considerar a la madera como un sólido que posee ortotropías materiales y elásticas, tal como lo propone el Modelo elástico general de comportamiento elástico de la madera (Hernández Maldonado, 2010) y lo corroboran los resultados de esta investigación.

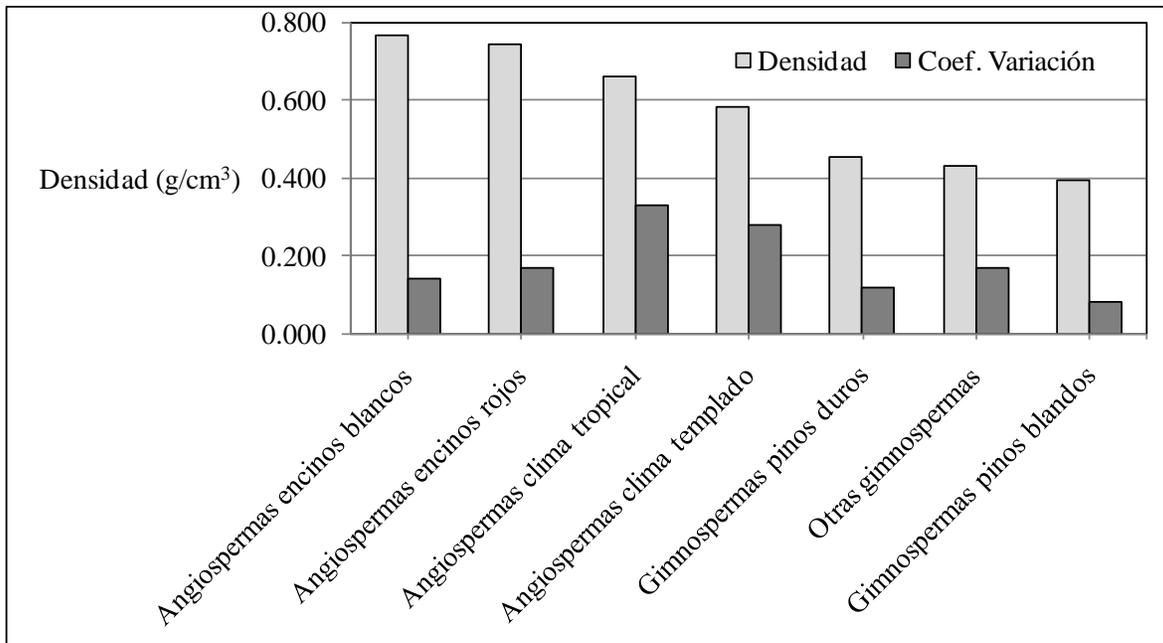


Figura 5.02. Interpretación gráfica de la media aritmética y del coeficiente de variación (Coef. Variación) correspondientes a la densidad de la madera para cada grupo taxonómico.

Un segundo escenario, es el caso cuando se requiere el valor elástico de una muestra de madera en específico. Este escenario puede ser útil cuando es necesario conocer el valor de un módulo de elasticidad para su empleo en diseño y cálculo en Ingeniería de la Madera. Para estimar el módulo de elasticidad en cuestión, únicamente es necesario identificar la especie de madera, o su pertenencia a uno de los grupos taxonómicos propuestos y calcular su densidad.

Una vez con esta información, se puede emplear la ecuación correspondiente a este grupo taxonómico, y de esta forma, obtener un valor razonablemente aceptable para fines de Ingeniería.

Es conveniente hacer notar que las ecuaciones de la Tabla 5.02 son lineales, lo que permite una proporcionalidad en la variable explicativa. Es decir, si se tiene el valor de la densidad de una muestra de una especie de madera, una segunda muestra de la misma madera, pero con una densidad 10% mayor, tendrá una característica elástica proporcionalmente 10% mayor.

Tabla 5.10. Estadígrafos de las características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas encinos rojos. H = 12%; T = 20°C.

Angiospermas encinos rojos	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
Media aritmética	0.742	2000	1149	16601	1029	1365	436	0.862	0.442	0.057	0.473	0.039	0.614
Desviación estándar	0.1245	335.44	192.67	2784.31	172.63	229.02	73.19	0.1446	0.0741	0.0095	0.0794	0.0066	0.1030
Coef. de variación	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17
Valor mínimo	0.530	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.439
Valor máximo	1.014	2733	1570	22683	1406	1865	596	1.178	0.604	0.078	0.647	0.054	0.839
Rango de valores	0.484	1304	749	10827	671	891	285	0.562	0.288	0.037	0.309	0.026	0.401
Número de especies	22												

Tabla 5.11. Estadígrafos de las características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas encinos blancos. H = 12%; T = 20°C.

Angiospermas encinos blancos	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
Media aritmética	0.766	2064	1186	17135	1062	1409	450	0.890	0.456	0.059	0.489	0.041	0.634
Desviación estándar	0.1098	295.90	169.96	2456.09	152.28	202.02	64.56	0.1275	0.0654	0.0084	0.0700	0.0058	0.0909
Coef. de variación	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14
Valor mínimo	0.590	1590.1	913	13198	818	1085.6	346.92	0.685	0.351	0.045	0.376	0.031	0.488
Valor máximo	0.993	2676	1537	22213	1377	1827	584	1.153	0.591	0.076	0.633	0.053	0.822
Rango de valores	0.403	1086	624	9015	559	742	237	0.468	0.240	0.031	0.257	0.021	0.334
Número de especies	17												

Tabla 5.12. Estadígrafos de las características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima templado. H = 12%; T = 20°C.

Angiospermas clima templado	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
Media aritmética	0.581	1566	899	12996	806	1069	342	0.675	0.346	0.044	0.370	0.031	0.481
Desviación estándar	0.1614	434.98	249.83	3610.84	223.89	296.93	94.95	0.1874	0.0961	0.0123	0.1030	0.0086	0.1336
Coef. de variación	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28
Valor mínimo	0.220	593	341	4921	305	405	129	0.256	0.131	0.017	0.140	0.012	0.182
Valor máximo	0.955	2574	1478	21363	1325	1757	562	1.109	0.569	0.073	0.609	0.051	0.790
Rango de valores	0.735	1981	1137	16442	1020	1352	433	0.853	0.438	0.056	0.469	0.039	0.608
Número de especies	69												

Tabla 5.13. Estadígrafos de las características elásticas de maderas mexicanas. Angiospermas clima tropical. H = 12%; T = 20°C.

Angiospermas clima tropical	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
Media aritmética	0.661	1781	1023	14785	917	1216	389	0.768	0.394	0.051	0.422	0.035	0.547
Desviación estándar	0.2155	580.78	333.60	4820.77	298.90	396.52	126.72	0.2503	0.1283	0.0165	0.1374	0.0114	0.1784
Coef. de variación	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
Valor mínimo	0.110	296	170	2461	153	202	65	0.128	0.065	0.008	0.070	0.006	0.091
Valor máximo	1.390	3746	2152	31094	1928	2558	817	1.614	0.828	0.106	0.887	0.074	1.151
Rango de valores	1.280	3450	1982	28633	1775	2356	752	1.486	0.763	0.098	0.817	0.068	1.060
Número de especies	333												

Tabla 5.14. Estadígrafos de las características elásticas de maderas mexicanas. Gimnospermas pinos duros. H = 12%; T = 20°C.

Gimnospermas pinos duros	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
Media aritmética	0.455	998	628	12767	777	837	86	0.531	0.344	0.038	0.438	0.026	0.499
Desviación estándar	0.0554	121.67	76.49	1554.39	94.74	101.87	10.41	0.0647	0.0419	0.0045	0.0533	0.0032	0.0607
Coef. de variación	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
Valor mínimo	0.360	790	496	10099	615	662	68	0.420	0.272	0.030	0.346	0.021	0.394
Valor máximo	0.580	1273	800	16270	991	1067	109	0.677	0.439	0.048	0.558	0.034	0.635
Rango de valores	0.220	483	304	6171	376	405	41	0.257	0.167	0.018	0.212	0.013	0.241
Número de especies	31												

Tabla 5.15. Estadígrafos de las características elásticas de maderas mexicanas. Gimnospermas pinos blandos. H = 12%; T = 20°C.

Gimnospermas pinos blandos	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_R$ MPa	$E_T$ MPa	$E_L$ MPa	$G_{TL}$ MPa	$G_{LR}$ MPa	$G_{RT}$ MPa	$V_{RT}$	$V_{TR}$	$V_{RL}$	$V_{LR}$	$V_{TL}$	$V_{LT}$
Media aritmética	0.395	866	544	11067	674	726	74	0.461	0.299	0.033	0.380	0.023	0.432
Desviación estándar	0.0310	67.90	42.47	869.71	52.72	56.74	5.74	0.0360	0.0234	0.0026	0.0296	0.0019	0.0341
Coef. de variación	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
Valor mínimo	0.350	768	483	9818	598	644	66	0.409	0.265	0.029	0.337	0.020	0.383
Valor máximo	0.420	921	579	11782	717	772	79	0.49	0.318	0.035	0.404	0.024	0.460
Rango de valores	0.070	153	96	1964	119	128	13	0.081	0.053	0.006	0.067	0.004	0.077
Número de especies	4												

Tabla 5.16. Estadígrafos de las características elásticas de maderas mexicanas. Otras gimnospermas. H = 12%; T = 20°C.

Otras gimnospermas	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
Media aritmética	0.427	937	589	11980	729	785	80	0.499	0.323	0.035	0.411	0.025	0.468
Desviación estándar	0.0725	159.03	99.95	2033.26	123.80	133.29	13.63	0.0846	0.0548	0.0060	0.0697	0.0042	0.0794
Coef. de variación	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17
Valor mínimo	0.295	647	407	8275	504	543	55	0.344	0.223	0.024	0.284	0.017	0.323
Valor máximo	0.557	1222	768	15625	951	1024	105	0.650	0.421	0.046	0.536	0.032	0.610
Rango de valores	0.262	575	361	7350	447	481	50	0.306	0.198	0.022	0.252	0.015	0.287
Número de especies	14												

*Anisotropía de las características elásticas*

La verificación de las propiedades del Modelo elástico general, se realiza en dos partes. La primera de ellas, es la comprobación de la anisotropía, encontrada usualmente entre las diferentes características elásticas de la madera. Por otra parte, se verifican los postulados referentes a la simetría elástica de un material ortotrópico, como es el caso de la madera, los cuales son propuestos en las ecuaciones (5.03) y (5.06).

Para fines de análisis se examinan únicamente dos grupos de maderas: angiospermas de clima templado y gimnospermas Pinos duros.

Respecto a las propiedades de anisotropía encontrada usualmente entre las diferentes características elásticas de la madera, y de acuerdo con Bodig y Jayne (1982), los valores de los módulos de elasticidad de la madera, de la matriz de las características elásticas, presentan una anisotropía del tipo:

$$E_L \gg E_R > E_T \tag{5.32}$$

Y de acuerdo a los resultados presentados en las Tablas 5.12 y 5.14, se verifica la proposición de la ecuación (5.32). Las relaciones de proporcionalidad se presentan en la Tabla 5.17, para maderas angiospermas de clima templado y maderas gimnospermas pinos duros.

Tabla 5.17. Proporcionalidad de la anisotropía de las características elásticas.

Grupo botánico	$E_R$ :	$E_T$ :	$E_L$	$G_{TL}$ :	$G_{LR}$ :	$G_{RT}$	$V_{RT}$ :	$V_{TR}$ :	$V_{RL}$ :	$V_{LR}$ :	$V_{TL}$ :	$V_{LT}$
Angiospermas de clima templado	1.00	0.57	8.30	1.00	1.33	0.42	1.00	0.51	0.07	0.55	0.05	0.71
Gimnospermas pinos duros	1.00	0.63	12.79	1.00	1.08	0.11	1.00	0.65	0.07	0.82	0.05	0.94

En el mismo contexto (Bodig y Jayne, 1982), los módulos de rigidez presentan una anisotropía del tipo:

$$G_{LR} > G_{TL} > G_{RT} \tag{5.33}$$

Y de acuerdo a los resultados presentados en las Tablas 5.12 y 5.14, se verifica la proposición de la ecuación (5.33). Las relaciones de proporcionalidad se presentan en la Tabla 5.17.

Respecto a las relaciones de proporcionalidad de los coeficientes de Poisson, las Tablas 5.17 y 5.18 ordenan los datos de las Tablas 5.12 y 5.14. Estos resultados concuerdan con las proposiciones dadas por Guitard (1987):

$$V_{RT} > V_{LT} > V_{LR} \approx V_{TR} \gg V_{RL} > V_{TL} \quad (5.34)$$

Respecto a la anisotropía de las características elásticas, las relaciones entre ellas son, para angiospermas de clima templado:

$$E_L \gg E_R > E_T : 12996 \gg 1566 > 899$$

$$G_{LR} > G_{TL} > G_{RT} : 1069 > 806 > 342$$

$$V_{RT} > V_{LT} > V_{LR} \approx V_{TR} \gg V_{RL} > V_{TL} : 0.675 > 0.481 > 0.370 \approx 0.346 \gg 0.044 > 0.031$$

Tabla 5.18. Valores y relaciones de proporcionalidad de los coeficientes de Poisson.

Grupo botánico	$V_{RT}$	>	$V_{LT}$	>	$V_{LR}$	$\approx$	$V_{TR}$	$\gg$	$V_{RL}$	>	$V_{TL}$
Angiospermas de clima templado	0.675		0.481		0.370		0.346		0.044		0.031
Gimnospermas pinos duros	0.531		0.499		0.438		0.344		0.038		0.026

y para gimnospermas Pinos duros:

$$E_L \gg E_R > E_T : 12767 > 998 > 628$$

$$G_{LR} > G_{TL} > G_{RT} : 837 > 777 > 86$$

$$V_{RT} > V_{LT} > V_{LR} \approx V_{TR} \gg V_{RL} > V_{TL} : 0.531 > 0.499 > 0.438 \approx 0.344 \gg 0.038 > 0.026$$

Las proporciones anteriores coinciden con las de los datos de los otros grupos estudiados. Estos resultados confirman los requerimientos del Modelo elástico general con respecto a las relaciones de anisotropía observadas en la madera.

Las argumentaciones anteriores sugieren una variabilidad en la magnitud de los parámetros de Ingeniería, a partir de los cuales, se calculan las constantes de las matrices de elasticidad de la madera. Es decir, los datos experimentales son congruentes con las predicciones teóricas del Modelo general elástico, pero denotan una variabilidad inherente al material.

#### *Simetrías de las matrices de las constantes elásticas*

La variación en la simetría de las matrices de constantes elásticas está expresada con los coeficientes de anisotropía propuestos por Bucur y Rasolofosaon (1998):

$$S_{ij}/S_{ji} = [(S_{ij} - S_{ji})/S_{ij}] \times (100) \quad (5.35)$$

Tabla 5.19. Matrices de constantes elásticas y simetrías.

Matriz de constantes elásticas					
$S_{11}$	$S_{12}$	$S_{13}$	-	-	-
$S_{21}$	$S_{22}$	$S_{23}$	-	-	-
$S_{31}$	$S_{32}$	$S_{33}$	-	-	-
-	-	-	$S_{44}$	-	-
-	-	-	-	$S_{55}$	-
-	-	-	-	-	$S_{66}$
Matriz de constantes elásticas para angiospermas de clima templado					
0.0006385696	0.0003848721	0.0000284703	-	-	-
0.0004310345	0.0011123471	0.0000370114	-	-	-
0.0000280971	0.0000344828	0.0000769468	-	-	-
-	-	-	0.0012406948	-	-
-	-	-	-	0.0009354537	-
-	-	-	-	-	0.0029239766
Simetrías de la matriz de constantes elásticas para angiospermas de clima templado					
0	-11.99	1.31	-	-	-
-	0	6.83	-	-	-
-	-	0	-	-	-
-	-	-	0	-	-
-	-	-	-	0	-
-	-	-	-	-	0
Matriz de constantes elásticas para gimnospermas pinos duros					
0.0010020040	0.0005477707	0.0000343072	-	-	-
0.0005320641	0.0015923567	0.0000390851	-	-	-
0.0000380762	0.0000414013	0.0000783269	-	-	-
-	-	-	0.0012870013	-	-
-	-	-	-	0.0011947431	-
-	-	-	-	-	0.0116279070
Simetrías de la matriz de constantes elásticas para gimnospermas pinos duros					
0	2.87	-10.99	-	-	-
-	0	-5.93	-	-	-
-	-	0	-	-	-
-	-	-	0	-	-
-	-	-	-	0	-
-	-	-	-	-	0

Los valores de los coeficientes de anisotropía presentados en la Tabla 5.19, varían al interior de un intervalo que va de -11.99 a 6.83, para el caso de las simetrías de la matriz de constantes elásticas para angiospermas de clima templado. Para el caso de las simetrías de la matriz de constantes elásticas para gimnospermas pinos duros, el intervalo correspondiente va de -10.99 a 2.87. Bien que este panorama es frecuente en la caracterización mecánica de la madera, los resultados ejemplifican la variación en los parámetros elásticos de la madera, calculados experimentalmente, o estimados numéricamente.

Las constantes de elasticidad  $S_{ij}$ , son calculadas y dependen de los parámetros de Ingeniería: Módulos de elasticidad, módulos de rigidez y coeficientes de Poisson. Los valores de estas características elásticas de la madera varían por una parte, por la estructura anatómica del material particular y diferente a cada especie de madera. Por otra parte, las condiciones de ensayo y la configuración de las pruebas de laboratorio difieren entre sí, dando como resultado una variación en las dimensiones de los parámetros experimentales.

Los resultados de la Tabla 5.19 son similares a los presentados por Hernández Maldonado (2010) en un estudio similar pero utilizando valores experimentales de características elásticas de 238 maderas de especies extranjeras. Esta información, sugiere que las discrepancias en el requisito de la simetría de la matriz de constantes elásticas (ecuaciones 5.03 y 5.06) pueden ser aceptables para fines prácticos.

## 5.9. Conclusiones

Empleando Modelos de predicción que utilizan la densidad de la madera como factor explicativo, se estimaron 12 características elásticas para 490 maderas de especies mexicanas.

Los valores de sus estadígrafos confirmaron las relaciones de anisotropía propias a las características elásticas de la madera. Además, los resultados respetaron las condiciones de simetría del Modelo elástico general de la madera.

## Referencias

American Institute of Timber Construction. 1994. Fourth Edition. Timber Construction Manual. John Wiley & Sons. USA.

American Society of Civil Engineers. 1975. Wood Structures: A Design Guide and Commentary. American Society of Civil Engineers. USA.

American Society of Civil Engineers. 1982. Evaluation, Maintenance and Upgrading of Wood Structures: A Guide and Commentary. American Society of Civil Engineers. USA.

Barajas Morales, J.; León Gómez, C. 1984. Anatomía de maderas de México: Especies de una selva caducifolia. Instituto de Biología. Publicaciones especiales 1. Universidad Nacional Autónoma de México.

Bodig, J. Editor. 1992. Reliability-Based Design of Engineered Wood Structures. NATO ASI Series E: Applied Sciences. Volume 215. Kluwer Academic Publishers. The Netherlands.

Bodig, J.; Goodman, J.R. 1973. Prediction of Elastic Parameters for Wood. *Wood Science*. 5(4):249-264.

Bodig, J.; Jayne, B.A. 1982. Mechanics of Wood Composites. Van Nostrand Reinhold. USA.

Breyer, D.E. et al. 2003. Fifth Edition. Design of Wood Structures - ASD. McGraw-Hill. USA.

Bucur, V.; Rasolofosaon, P.N.J. 1998. Dynamic elastic anisotropy and nonlinearity in wood and rock. *Ultrasonics*. 36:813-824.

Cheers, G. Editor. 2006. Edición en Español. Botánica. Guía ilustrada de plantas. Könemann. Alemania.

Comisión Forestal de América del Norte. 1994. Manual de construcción de estructuras ligeras de madera. Consejo Nacional de la Madera en la Construcción. México.

Faherty, K F.; Williamson, T.G. 1997. Third Edition. Wood Engineering and Construction Handbook. McGraw-Hill. USA.

Guitard, D. 1987. Mécanique du Matériau Bois et Composites. CEPADUES-EDITIONS. France.

Guitard, D.; El Amri, F. 1987. Modèles prévisionnels de comportement élastique tradimensionnel pour les bois feuillus et les bois résineux. *Annales des Sciences Forestières*. INRA. 45(3):335-358.

Guizar Nolzco, E.; Sanchez Velez, A. 1991. Guía para el reconocimiento de los principales árboles del Alto Balsas. Universidad Autónoma Chapingo. México.

Gutiérrez Carvajal, L.; Dorantes López, J. 2007. Especies forestales de uso tradicional del Estado de Veracruz. CONAFOR-CONACYT-UV 2003-2004. México.

Hearmon, R.F.S. 1948. The Elasticity of Wood and Plywood. Department of Scientific and Industrial Research. Forest Products Research. Special Report No. 7. His Majesty's Stationery Office. England.

Hernández Maldonado, S.A. 2010. Comportamiento elástico de la madera. Teoría y aplicaciones. Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. México.

Hoyle, R.J. Jr. 1978. Wood Technology in the Design of Structures. Fourth Edition. Mountain Press Publishing Company. USA.

Lincoln, W.A. 1986. World Woods in Color. Linden Publishing. USA.

López Cano, J.L. 2006. Método e hipótesis científicos. Temas básicos. Área: Metodología de la ciencia 3. Editorial Trillas. México.

Niembro Rocas, A. 1990. Árboles y arbustos útiles de México. Editorial LIMUSA. México.

Pennington, T.D.; Sarukhán, J. 1998. Segunda edición. Árboles tropicales de México. Manual para la identificación de las principales especies. Ediciones Científicas Universitarias. UNAM. México.

StatPoint, Inc. 2005. The User's Guide to STATGRAPHICS® Centurion XV. StatPoint, Inc. USA.

Robles Fernández-Villegas, F.; Echenique-Manrique, R. 1983. Estructuras de Madera. Editorial LIMUSA. México.

Soler, M. 2001. Mil Maderas. Editorial UPV. España.

Sotomayor Castellanos, J.R. 1987. Calidad de la madera para la industria de la construcción. Consideraciones Tecnológicas, Industriales y Comerciales. Cámara Nacional de la Industria de la Construcción. México.

Sotomayor Castellanos, J.R. 2002. Características mecánicas de la madera y su aplicación en la industria de la construcción. *Ciencia Nicolaita*. 33:127-138.

Sotomayor Castellanos, J.R. 2005. Características mecánicas y clasificación de 150 especies de maderas Mexicanas. *Investigación e Ingeniería de la Madera*. UMSNH. 1(1):3-22. México.

Sotomayor Castellanos, J.R. 2008. Segunda edición. TABLA FITECMA de clasificación de características mecánicas de maderas mexicanas. FITECMA. UMSNH. Formato: 30 x 60 cm.

Sotomayor Castellanos, J.R. 2009. Variabilidad de la densidad y de las características mecánicas de 150 maderas mexicanas. *Investigación e Ingeniería de la Madera*. 5(1):23-32.

Tamarit Urias, J.C.; López Torres, J.L. 2007. Xilotecología de los principales árboles tropicales de México. Libro Técnico No. 3. INIFAP-CIR Golfo Centro, Campo Experimental San Martinito. Tlahuapan, Puebla. México.

Torelli, N. 1982. Estudio promocional de 43 especies forestales tropicales mexicanas. Programa de Cooperación Científica y Técnica, México-Yugoslavia. SARH. SFF. México.

Tropicos. <http://www.tropicos.org/Home.aspx>.

United States Department of Agriculture. Agricultural Research Service.  
<http://www.ars.usda.gov/main/main.htm>.

United States Department of Agriculture. Germplasm Resources Information Network.  
<http://www.ars-grin.gov/>.

United States Department of Agriculture. Natural Resources Conservation Services.  
<http://plants.usda.gov/index.html>.

Yurén Camarena, M.T. 2002. Leyes, teorías y modelos. Temas básicos. Área: Metodología de la ciencia 5. Editorial Trillas. México.

Anexos

Anexo A5.01. Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas.

Angiospermas encinos rojos

Anexo A5.02. Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas.

Angiospermas encinos blancos

Anexo A5.03. Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas.

Angiospermas clima templado

Anexo A5.04. Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas.

Angiospermas clima tropical

Anexo A5.05. Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas.

Gimnospermas pinos duros

Anexo A5.06. Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas.

Gimnospermas pinos blandos

Anexo A5.07. Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas.

Otras gimnospermas

Anexo A5.08. Lista de referencias originales con valores de densidad e información de características tecnológicas de maderas de especies mexicanas.

Anexo A5.01 (1 pagina de 1). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas encinos rojos.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
AER001	<i>Quercus acatenangensis</i> Trel.	Encino hoja fina	Fagaceae	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
AER002	<i>Quercus acutifolia</i> Née.	Encino rojo	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER003	<i>Quercus candicans</i> Née.	Encino blanco	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER004	<i>Quercus castanea</i> Née.	Teposcohuite chino	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER005	<i>Quercus coccolobifolia</i> Trel.	Encino roble	Fagaceae	Sotomayor Castellanos (1987)
AER006	<i>Quercus conspersa</i> Benth.	Encino escobillo	Fagaceae Erythrobalanus	Valdovinos Sánchez (2004)
AER007	<i>Quercus crassifolia</i> Humb. et Bonpl.	Encino colorado	Fagaceae Erythrobalanus	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
AER008	<i>Quercus crispipilis</i> Trel.	Chiquinib	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER009	<i>Quercus deserticola</i> Trel.	Encino	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER010	<i>Quercus durifolia</i> Seem.	Encino colorado	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER011	<i>Quercus elliptica</i> Née.	Encino rojo	Fagaceae Erythrobalanus	Ramos Pantaleón (1999)
AER012	<i>Quercus germana</i> Schltl. & Cham.	Encino	Fagaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
AER013	<i>Quercus laurina</i> Humb. Et Bonpl.	Encino	Fagaceae Erythrobalanus	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
AER014	<i>Quercus ochroesthes</i> E.F. Warb.	Encino blanco	Fagaceae	Bárcenas Pazos (1985)
AER015	<i>Quercus planipocula</i> Trel.	Encino	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER016	<i>Quercus rysophylla</i> Weath.	Encino	Fagaceae	Cruz de Leon (1994)
AER017	<i>Quercus sartorii</i> Liebm.	Fresno	Fagaceae	Martínez-Pinillos y Martínez Castillo (1996)
AER018	<i>Quercus scytophylla</i> Liebm.	Encino Rosillo	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER019	<i>Quercus sideroxylo</i> Humb. et Bonpl.	Encino colorado	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER020	<i>Quercus skinneri</i> Benth.	Encino hojeador	Fagaceae Erythrobalanus	Torelli (1982)
AER021	<i>Quercus tuberculata</i> Liebm.	Encino prieto	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AER022	<i>Quercus uxoris</i> McVaugh.	Encino capulincillo	Fagaceae Erythrobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)

Anexo A5.02 (1 pagina de 1). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas encinos blancos.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
AEB001	<i>Quercus affinis</i> M. Martens & Galeotti.	Encino	Fagaceae	Cruz de Leon (1994)
AEB002	<i>Quercus convallata</i> Trel.	Encino blanco	Fagaceae	De la Paz y Dávalos (2008)
AEB003	<i>Quercus excelsa</i> Liebm.	Encino bornio	Fagaceae Leucobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AEB004	<i>Quercus glabrescens</i> L.	Encino roble	Fagaceae Leucobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AEB005	<i>Quercus glaucooides</i> Mart. et Gal.	Encino toczuz	Fagaceae Leucobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AEB006	<i>Quercus insignis</i> M. Martens & Galeotti.	Roble	Fagaceae	Machuca Velasco (1995)
AEB007	<i>Quercus laeta</i> Liebm.	Encino blanco	Fagaceae Leucobalanus	Nájera Luna y col. (2005)
AEB008	<i>Quercus magnoliifolia</i> Née.	Encino	Fagaceae Leucobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AEB009	<i>Quercus martinezii</i> C.H. Müll.	Encino	Fagaceae	Sotomayor Castellanos (1987)
AEB010	<i>Quercus obtusata</i> Humb. et Bonpl.	Chilillo	Fagaceae Leucobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AEB011	<i>Quercus peduncularis</i> Née.	Encino sancón	Fagaceae Leucobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AEB012	<i>Quercus polymorpha</i> A. DC. non Schltl. & Cham.	Encino	Fagaceae	Cruz de Leon (1994)
AEB013	<i>Quercus potosina</i> Trel.	Encino	Fagaceae	De la Paz y Dávalos (2008)
AEB014	<i>Quercus prinopsis</i> Trel.	Encino	Fagaceae	Cruz de Leon (1994)
AEB015	<i>Quercus resinosa</i> Liebm.	Encino amarillo	Fagaceae Leucobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
AEB016	<i>Quercus rugosa</i> Née.	Encino Avellano	Fagaceae	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
AEB017	<i>Quercus rugosa</i> Née.	Encino	Fagaceae Leucobalanus	Sotomayor Castellanos y col. (2010)

Anexo A5.03 (1 pagina de 3). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima templado.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATE001	<i>Acer negundo</i> var. <i>mexicanum</i> (DC.) Kuntze.	Zarcillo	Aceraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE002	<i>Acer saccharum</i> Marsh subs. <i>Skutchii</i> .	Alamo	Aceraceae	Martínez Castillo y Martínez-Pinillos (1996)
ATE003	<i>Acer skutchii</i> Rehder.	Alamo plateado	Sapindaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATE004	<i>Alnus acuminata</i> ssp. <i>glabrata</i> H.B.K.	Aile	Betulaceae	Espinoza Herrera (1996)
ATE005	<i>Alnus acuminata arguta</i> (Schlecht.) Furlow.	Aile	Betulaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE006	<i>Alnus jorullensis</i> Kunth.	Ilite	Betulaceae	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
ATE007	<i>Aralia pubescens</i> DC.	Hormiguillo	Araliaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE008	<i>Arbutus xalapensis</i> H.B.K.	Madroño	Ericaceae	Escobedo Torres (2005)
ATE009	<i>Arctostaphylos discolor</i> (Hook.) DC.	Flor mayo	Ericaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE010	<i>Buddleia americana</i> L.	Tepozán	Loganiaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE011	<i>Buddleia parviflora</i> H.B.K.	Tepozán cimarrón	Loganiaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE012	<i>Bursera arborea</i> (Rose) L. Riley.	Huahuica	Burseraceae	Barajas Morales (1987)
ATE013	<i>Carpinus caroliniana</i> Walter.	Mora	Betulaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE014	<i>Carya ovata</i> (Mill.) K. Koch.	Nogalillo	Juglandaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATE015	<i>Casimiroa pringlei</i> (S.Wats.) Engl.	Zapotillo	Rutaceae	Fuentes Salinas y col. (2008)
ATE016	<i>Casuarina equisetifolia</i> L.	Casuarina	Casuarinaceae	Cerriteño Espinoza (1995)
ATE017	<i>Ceiba aesculifolia</i> (H.B.K.) Britt. et Baker.	Ceiba	Bombacaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATE018	<i>Celastrus pringlei</i> Rose.	Cuero de vaca	Celastraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE019	<i>Celtis caudata</i> Planch.	Cuáquil	Ulmaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE020	<i>Cestrum lanatum</i> Mart. et Gal.	Frutilla	Solanaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATE021	<i>Clethra mexicana</i> DC.	Canelo	Clethraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE022	<i>Cleyera integrifolia</i> (Benth.) Choisy.	Escobo	Theaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE023	<i>Condalia velutina</i> I.M. Johnst.	Abrojo	Rhamnaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATE024	<i>Cornus disciflora</i> Moc et Sessé ex DC.	Aceituno	Cornaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE025	<i>Crataegus mexicana</i> Moc. et Sessé ex DC.	Tejocote	Rosaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE026	<i>Crataegus pubescens</i> (H.B.K.) Steud.	Tejocote	Rosaceae	Vega Sámano (2002)
ATE027	<i>Dendropanax arboreus</i> (L.) Planch. & Decne.	Sac-chacah	Araliaceae	Martínez Trinidad y col. (2001)
ATE028	<i>Erythrina coralloides</i> DC.	Colorin	Fabaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATE029	<i>Erythrina lanata</i> Rose.	Colorin cimaron	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATE030	<i>Euphorbia calyculata</i> H.B.K.	Chupire	Euphorbiaceae	Carrillo Sánchez (2000)

Anexo A5.03 (2 pagina de 3). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima templado.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATE031	<i>Eysenhardtia polystachya</i> (Ortega) Sarg.	Palo dulce	Fabaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATE032	<i>Ficus benjamina</i> L.	Ficus	Moraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE033	<i>Forestiera tomentosa</i> S. Wats.	Olivo	Oleaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATE034	<i>Fraxinus uhdei</i> (Wenz.) Lingelsh.	Fresno macho	Oleaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE035	<i>Fuchsia arborescens</i> Sims.	Aretillo	Onagraceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE036	<i>Garrya laurifolia</i> Hartw. ex Benth.	Aguacatillo	Garryaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE037	<i>Grevillea robusta</i> A. Cunn. ex R. Br.	Encino de seda	Proteaceae	Zárate Morales y col. (2001)
ATE038	<i>Ilex brandegeana</i> Loes.	Palo azul	Aquifoliaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE039	<i>Juglans pyriformis</i> Liebm.	Nogal cimarron	Juglandaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE040	<i>Liquidambar macrophylla</i> Oersted.	Liquidambar	Hamamelidaceae	Martínez Castillo y Martínez-Pinillos (1996)
ATE041	<i>Liquidambar styraciflua</i> L.	Liquidambar	Hamamelidaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATE042	<i>Macadamia ternifolia</i> F. Muell.	Macadamia	Proteaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE043	<i>Magnolia schiedeana</i> Schtdl.	Manguillo	Magnoliaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATE044	<i>Meliosma dentata</i> (Liebm.) Urban.	Cuental	Sabiaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE045	<i>Morus celtidifolia</i> Kunth.	Mora	Moraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE046	<i>Oreopanax peltatus</i> Linden ex Regel.	Mano de leon	Araliaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE047	<i>Oreopanax xalapensis</i> (H.B.K.) Decne. Et Planchon.	Mano de leon	Araliaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE048	<i>Perrottetia longistylis</i> Rose.	Perrottetia	Celastraceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE049	<i>Platanus mexicana</i> Moric.	Álamo blanco	Platanaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE050	<i>Populus deltoides</i> Bartr.	Alamillo	Salicaceae	Alcaraz Vargas (2006)
ATE051	<i>Populus tremuloides</i> Michx.	Alamillo	Salicaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE052	<i>Prunus brachybotrya</i> Zucc.	Aguacatillo	Rasaceae	Quintanar Isaías y col. (1998)
ATE053	<i>Prunus capuli</i> Cav.	Capulín	Rosaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE054	<i>Prunus hintonii</i> (C.K. Allen) Kosterm.	Ucaz	Rosaceae	Vega Sámano (2002)
ATE055	<i>Prunus serotina</i> Ehrh.	Capulín borracho	Rosaceae	Vega Sámano (2002)
ATE056	<i>Psidium guajava</i> L.	Guayabo	Myrtaceae	Vega Sámano (2002)
ATE057	<i>Rapanea juergensenii</i> Mez.	Lengua de Tigre	Myrsinaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE058	<i>Salix bonplandiana</i> H.B.K.	Ahujote	Salicaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE059	<i>Salix paradoxa</i> H.B.K.	Sauce	Salicaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE060	<i>Saurauia reticulata</i> Rose.	Acalama	Delleniaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)

Anexo A5.03 (3 pagina de 3). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima templado.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATE061	<i>Styrax argenteus</i> C. Presl var. <i>ramirezii</i> (Greenm.) Gonsoulin.	Chilacuate	Styracaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE062	<i>Styrax ramirezii</i> Greenm.	Canelillo	Styracaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE063	<i>Symplocos citrea</i> Lex.	Garrapato	Symplocaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE064	<i>Ternstroemia pringlei</i> (Rose) Standley.	Tilia estrella	Theaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE065	<i>Tilia houghii</i> Rose.	Sirimo	Tiliaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATE066	<i>Tilia mexicana</i> Schlecht.	Sirimo	Tiliaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE067	<i>Ulmus mexicana</i> (Liebm.) Planch.	Cuero de vieja	Ulmaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATE068	<i>Zinowiewia aff. concinna</i> Lund.	Librillo	Celastraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATE069	<i>Zinowiewia concinna</i> Lund.	Gloria	Celastraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)

Anexo A5.04 (1 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR001	<i>Acacia angustissima</i> (Mill.) Kuntze.	Timbe	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR002	<i>Acacia berlandieri</i> Benth.	Guajillo	Fabaceae	Fuentes Salinas y col. (2008)
ATR003	<i>Acacia cochliacantha</i> Humb. & Bonpl. ex Willd.	Espino	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR004	<i>Acacia glomerosa</i> Benth.	Rabo de lagarto	Fabaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR005	<i>Acacia hindsii</i> Benth.	Cornezuelo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR006	<i>Acacia mayana</i> Lundell.	Crucetillo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR007	<i>Acacia melanoxylon</i> R. Br.	Acacia	Fabaceae Mimosoideae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR008	<i>Acnistus macrophyllus</i> (Benth) Standl.	Palmeadora	Solanaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATR009	<i>Acosmium panamense</i> (Benth.) Yakovlev.	Bálsamo amarillo	Fabaceae	De la Paz Pérez Olvera y Col. (1979)
ATR010	<i>Acrocarpus fraxinifolius</i> Wight ex Arn.	Cedro rosado	Fabaceae	Camarena Tello (2009)
ATR011	<i>Adelia oaxacana</i> (Müll. Arg.) Hemsl.	Nanche de monte	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR012	<i>Albizia plurijuga</i> (Standl) Britt et Rose.	Parotilla	Fabaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATR013	<i>Albizia purpusii</i> Britton & Rose.	Palo blanco	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR014	<i>Alchornea latifolia</i> Sw.	Carne de caballo	Euphorbiaceae	Torelli (1982)
ATR015	<i>Allophylus camptostachys</i> Radlk.	Cascarillo	Sapindaceae	Barajas Morales (1987)
ATR016	<i>Alseis yucatanensis</i> Standl.	Tabaquillo	Rubiaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR017	<i>Alstonia longifolia</i> (A. DC.) Pichon.	Chamisillo	Apocynaceae	Barajas Morales (1987)
ATR018	<i>Ampelocera hottlei</i> (Standl.) Standl.	Cautivo	Ulmaceae	Torelli (1982)
ATR019	<i>Amphipterygium adstringens</i> (Schltdl.) Standl.	Cuachalalate	Julianaceae	Barajas Morales (1987)
ATR020	<i>Amphitecna tuxtliensis</i> A.H. Gentry.	Huiro de montaña	Bignoniaceae	Barajas Morales (1987)
ATR021	<i>Andira inermis</i> (W. Wrigth) DC.	Cuilimbuca	Fabaceae Faboideae	Tellez Sanchez (2004)
ATR022	<i>Aphananthe monoica</i> (Hemsl.) J.-F. Leroy	Ajuate	Ulmaceae	Bárcenas Pazos y col. (2005)
ATR023	<i>Apoplanesia paniculata</i> C. Presl.	Palo de arco	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR024	<i>Ardisia compressa</i> H.B.K.	Querembe	Myrsinaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATR025	<i>Aspidosperma megalocarpon</i> Müll. Arg.	Pelmax	Apocynaceae	Torelli (1982)
ATR026	<i>Astronium graveolens</i> Jacq.	Jobillo	Anacardiaceae	Bárcenas Pazos (1985)
ATR027	<i>Belotia mexicana</i> (DC.) K. Schum.	Majagua	Tiliaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR028	<i>Bernoullia flammea</i> Oliv.	Amapola	Bombacaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR029	<i>Blepharidium mexicanum</i> Standl.	Popiste	Rubiaceae	Torelli (1982)
ATR030	<i>Bourreria purpusii</i> Brandegeee.	Huanita	Boraginaceae	Barajas Morales (1987)

Anexo A5.04 (2 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR031	<i>Brosimum alicastrum</i> Sw.	Ramón	Moraceae	Torelli (1982)
ATR032	<i>Bucida buceras</i> L.	Pucté	Combretaceae	Echenique-Manrique y Plumtre (1994)
ATR033	<i>Bunchosia palmeri</i> S. Watson.	Garbancillo	Malpighiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR034	<i>Bursera excelsa</i> (Kunth) Engl.	Pomo	Burseraceae	Barajas Morales (1987)
ATR035	<i>Bursera grandifolia</i> Mc Vaugh & Rzedowski.	Siracoque	Burseraceae	Cárdenas Palominos (2002)
ATR036	<i>Bursera heteresthes</i> Bullock.	Copal	Burseraceae	Barajas Morales (1987)
ATR037	<i>Bursera instabilis</i> McVaugh & Rzed.	Papelillo	Burseraceae	Barajas Morales (1987)
ATR038	<i>Bursera simaruba</i> (L.) Sarg.	Copalillo	Burseraceae	Torelli (1982)
ATR039	<i>Byrsonima crassifolia</i> (L.) Kunth.	Changungo	Malpighiaceae	Tamarit Urias (1996)
ATR040	<i>Caesalpinia caladenia</i> Standl.	Palo piojo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR041	<i>Caesalpinia coriaria</i> (Jacq.) Willd.	Cascalote	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR042	<i>Caesalpinia eriostachys</i> Benth.	Palo alejo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR043	<i>Caesalpinia platyloba</i> S. Watson.	Frijolillo	Fabaceae	Tamarit Urias (1997)
ATR044	<i>Caesalpinia pulcherrima</i> (L.) Sw.	Tabachin	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR045	<i>Caesalpinia sclerocarpa</i> Standl.	Husache bola	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR046	<i>Calatola laevigata</i> Standl.	Nuez de calatola	Icacinaceae	Barajas Morales (1987)
ATR047	<i>Calophyllum brasiliense</i> Cambess.	Barí	Guttiferae	Torelli (1982)
ATR048	<i>Calycophyllum candidissimum</i> (Vahl) DC.	Dagame	Rubiaceae	Echenique-Manrique (1970)
ATR049	<i>Capparis baducca</i> L.	Baso de caballo	Capparidaceae	Barajas Morales (1987)
ATR050	<i>Capparis indica</i> (L.) Druce.	Colorin	Capparidaceae	Barajas Morales (1987)
ATR051	<i>Capparis verrucosa</i> Jacq.	Limoncillo	Capparidaceae	Barajas Morales (1987)
ATR052	<i>Casearia corymbosa</i> Kunth.	Plomillo blanco	Flacourtiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR053	<i>Casearia tremula</i> (Griseb.) Griseb. ex C. Wright.	Ocotillo	Flacourtiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR054	<i>Cassia atomaria</i> L.	Hediondilla	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR055	<i>Cassia emarginata</i> L.	Jediondillo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR056	<i>Cassia fistula</i> L.	Lluvia de oro	FabaceaeCaesalpinoideae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR057	<i>Cecropia obtusifolia</i> Bertol.	Guarumo	Urticaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR058	<i>Cedrela mexicana</i> Roem.	Cedro rojo	Meliaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR059	<i>Cedrela odorata</i> L.	Cedro rojo	Melicaceae	Echenique-Manrique y Col. (1975)
ATR060	<i>Ceiba pentandra</i> (L.) Gaertn.	Ceiba	Malvaceae	Martínez y Martínez-Pinillos (1996)

Anexo A5.04 (3 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR061	<i>Celeanodendron mexicanum</i> Standl.	Guayabillo	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR062	<i>Chiranthodendron pentadactylon</i> Larreat.	Manita	Sterculiaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR063	<i>Chloroleucon mangense</i> (Jacq.) Britton & Rose.	Moraleta	Fabaceae mimosoideae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR064	<i>Chlorophora tinctoria</i> (L.) Gaudich. ex Benth.	Palo amarillo	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR065	<i>Cibistax donell-smithii</i> (Rose) Seibert	Primavera	Bignoniaceae	Tamarit Urias y Fuentes Salinas (2003)
ATR066	<i>Citharexylum affine</i> D. Don.	Coral	Verbenaceae	Barajas Morales (1987)
ATR067	<i>Clarisia biflora</i> Ruiz & Pav.	Leche de vaca	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR068	<i>Cnidocolus multilobus</i> (Pax) I.M. Johnst.	Ortiga	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR069	<i>Coccoloba barbadensis</i> Jacq.	Tamulero	Polygonaceae	Barajas Morales (1987)
ATR070	<i>Coccoloba liebmannii</i> Lindau.	Roble de la costa	Polygonaceae	Barajas Morales (1987)
ATR071	<i>Cochlospermum vitifolium</i> (Willd.) Spreng.	Comasuche	Cochlospermaceae	Barajas Morales (1987)
ATR072	<i>Cocos nucifera</i> L.	Palma de coco	Palmaceae	Silva Guzmán (1989)
ATR073	<i>Cojoba arborea</i> (L.) Britton & Rose.	Cuicuil	Fabaceae mimosoideae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR074	<i>Colubrina heteroneura</i> (Griseb.) Standl.	Brazilillo	Rhamnaceae	Barajas Morales (1987)
ATR075	<i>Colubrina triflora</i> Brongn.	Carindapaz	Rhamnaceae	Carrillo Sánchez (2000)
ATR076	<i>Comocladia engleriana</i> Loes.	Teclate que quema	Anacardiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR077	<i>Cordia alliodora</i> (Ruiz & Pav.) Oken.	Aguardientillo	Boraginaceae	Torelli (1982)
ATR078	<i>Cordia boissieri</i> A. DC.	Trompillo	Boraginaceae	Fuentes Salinas y col. (2008)
ATR079	<i>Cordia dentata</i> Poir.	Zazanil	Boraginaceae	Barajas Morales (1987)
ATR080	<i>Cordia dodecandra</i> A. DC.	Siricote	Boraginadeae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR081	<i>Cordia elaeagnoides</i> A. DC.	Barcino	Boraginaceae	Sotomayor Castellanos (2005)
ATR082	<i>Cordia megalantha</i> S.F. Blake.	Xuchitl	Boraginaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR083	<i>Cordia seleriana</i> Fernald.	Coliguana	Boraginaceae	Barajas Morales (1987)
ATR084	<i>Cordia sonorae</i> Rose.	Chirare	Boraginaceae	Barajas Morales (1987)
ATR085	<i>Cornutia grandifolia</i> (Schltdl. & Cham.) Schauer.	Lengua de vaca	Verbenaceae	Barajas Morales (1987)
ATR086	<i>Couepia polyandra</i> (Kunth) Rose.	Zapotillo	Chrysobalanaceae	Barajas Morales (1987)
ATR087	<i>Crataeva tapia</i> L.	Zapote amarillo	Capparidaceae	Barajas Morales (1987)
ATR088	<i>Crescentia alata</i> Kunth.	Cirián	Bignoniaceae	Barajas Morales (1987)
ATR089	<i>Croton glabellus</i> L.	Agualaja	Euphorbiaceae	Tamarit Urias (1996)
ATR090	<i>Croton nitens</i> Sw.	Algayubo	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)

Anexo A5.04 (4 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR091	<i>Cupania dentata</i> DC.	Cuisal	Sapindaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR092	<i>Cupania macrophylla</i> Mart.	Colorado	Sapindaceae	Barajas Morales (1987)
ATR093	<i>Cupressus lusitanica</i> Mill.	Ciprés	Cupressaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR094	<i>Cymbopetalum baillonii</i> R.E. Fr.	Flor de oreja	Annonaceae	Barajas Morales (1987)
ATR095	<i>Cymbopetalum penduliflorum</i> (Dunal) Baill.	Flor de oreja	Annonaceae	Torelli (1982)
ATR096	<i>Cynometra oaxcana</i> Brandegee.	Tamarindillo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR097	<i>Cynometra retusa</i> Britton & Rose.	Tamarindillo de agua	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR098	<i>Dalbergia congestiflora</i> Pittier.	Canpinceran	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR099	<i>Dalbergia granadillo</i> Pittier.	Granadillo	Fabaceae papilionoideae	Cárdenas Palominos (2002)
ATR100	<i>Dalbergia paloescrito</i> Rzedowski et Guridi.	Palo escrito	Fabaceae papilionoideae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR101	<i>Dialium guianense</i> (Aubl.) Sandwith.	Guapaque	Fabaceae Caesalpinoideae	Torelli (1982)
ATR102	<i>Diospyros digyna</i> Jacq.	Zapote prieto	Ebenaceae	Barajas Morales (1987)
ATR103	<i>Dipholis minutiflora</i> Pittier.	Zapotillo	Sapotaceae	Barajas Morales (1987)
ATR104	<i>Dipholis salicifolia</i> (L.) A. DC.	Zapote faisán	Sapotaceae	Huerta Crespo y Becerra Martínez (1982)
ATR105	<i>Dipholis stevensonii</i> Standl.	Guaité	Sapotaceae	Torelli (1982)
ATR106	<i>Diphysa occidentalis</i> Rose.	Guilache	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR107	<i>Diphysa thurberi</i> (A. Gray) Rydb. ex Standl.	Ixcuahuite	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR108	<i>Drypetes lateriflora</i> (Sw.) Drug et Urban.	Reventón	Putranjivaceae.	Fuentes Salinas y col. (2008)
ATR109	<i>Dussia mexicana</i> (Standl.) Harms.	Palo de burro	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR110	<i>Enterolobium cyclocarpum</i> (Jacq.) Griseb.	Parota	Fabaceae mimosoideae	Avila Calderon (1999)
ATR111	<i>Erythrina folkersii</i> Krukoff & Moldenke.	Equelite	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR112	<i>Erythroxyton habanensis</i> Jacq.	Coralillo	Erythroxytonaceae	Barajas Morales (1987)
ATR113	<i>Erythroxyton mexicanum</i> Kunth.	Acusá	Erythroxytonaceae	Barajas Morales (1987)
ATR114	<i>Esenbeckia berlandieri</i> Baill.	Limoncillo	Rutaceae	Correa Méndez (2006)
ATR115	<i>Esenbeckia nesiotica</i> Standl.	Palo amarillo	Rutaceae	Barajas Morales (1987)
ATR116	<i>Eucalyptus marginata</i> Smith	Eucalipto	Myrtaceae	Wiemann y Green (2007)
ATR117	<i>Eugenia organoides</i> O. Berg.	Palito blanco	Myrtaceae	Barajas Morales (1987)
ATR118	<i>Euphorbia peganoides</i> Boiss.	Noche buena, Pascua	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR119	<i>Exostema caribaeum</i> (Jacq.) Roem. & Schult.	Quina de Michoacan	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR120	<i>Fareamea occidentalis</i> (L.) A. Rich.	Hueso de tigre	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)

Anexo A5.04 (5 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR121	<i>Ficus cotinifolia</i> Kunth.	Saiba	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR122	<i>Ficus goldmanii</i> Standl.	Zalate	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR123	<i>Ficus insipida</i> Willd.	Higuerón	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR124	<i>Ficus maxima</i> P. Miller.	Chimon	Moraceae	Schulz (1999)
ATR125	<i>Forchameria pallida</i> Liebm.	Armol	Capparidaceae	Barajas Morales (1987)
ATR126	<i>Garrya longifolia</i> Rose.	Palo amargo	Garryaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR127	<i>Genipa americana</i> L.	Maluco	Rubiaceae	Echenique-Manrique y Col. (1975)
ATR128	<i>Gilibertia arborea</i> (L.) Marchal.	Zapotillo	Araliaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR129	<i>Gliricidia sepium</i> (Jacq.) Kunth ex Walp.	Cacahuananche	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR130	<i>Gmelina arborea</i> L.	Melina	Verbenaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR131	<i>Guaiacum coulteri</i> A. Gray.	Palo santo	Zygophyllaceae	Barajas Morales (1987)
ATR132	<i>Guaiacum officinale</i> L.	Guayacan negro	Zygophyllaceae	Echenique-Manrique y Col. (1975)
ATR133	<i>Guapira linearibracteata</i> (Heimerl) Lundell.	Mala sombra	Nyctaginaceae	Barajas Morales (1987)
ATR134	<i>Guarea chichon</i> C. DC.	Cedrillo	Meliaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR135	<i>Guarea excelsa</i> H. B. K.	Chichi de perra	Meliaceae	Echenique-Manrique (1970)
ATR136	<i>Guarea glabra</i> Vahl.	Azote	Meliaceae	Torelli (1982)
ATR137	<i>Guarea grandifolia</i> A.DC.	Cedrillo	Meliaceae	Bárcenas Pazos y col. (2005)
ATR138	<i>Guatteria anomala</i> R.E. Fr.	Zopo	Annonaceae	Torelli (1982)
ATR139	<i>Guazuma ulmifolia</i> Lamb.	Guácima	Sterculiaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR140	<i>Guettarda elliptica</i> Sw.	Negritos	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR141	<i>Guettarda seleriana</i> (Loes.) Standl.	Popiste negro	Rubiaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR142	<i>Haematoxylon brasiletto</i> H. Karst.	Azulillo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR143	<i>Hamelia longipes</i> Standl.	Coloradillo	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR144	<i>Hampea nutricia</i> Fryxell.	Majagua	Tiliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR145	<i>Harpalyce arborescens</i> A. Gray.	Chicharrilla	Fabaceae	Correa Méndez (2006)
ATR146	<i>Heliocarpus appendiculatus</i> Turcz.	Majao	Tiliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR147	<i>Heliocarpus donnell-smithii</i> Rose.	Jolocin	Tiliaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR148	<i>Heliocarpus pallidus</i> Rose.	Cicuita	Tiliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR149	<i>Hintonia latiflora</i> (Sessé & Moc. ex DC.) Bullock.	Campanilla	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR150	<i>Hura polyandra</i> Baill.	Habillo	Euphorbiaceae	Silva Guzmán (2008)

Anexo A5.04 (6 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR151	<i>Hymenaea courbaril</i> L.	Guapinol	Fabaceae	Echenique-Manrique (1970)
ATR152	<i>Ilex tolucana</i> Hemsl.	Hiedra	Aquifoliaceae	Tamarit Urias (1996)
ATR153	<i>Ilex valeri</i> Standl.	Capiransi	Aquifoliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR154	<i>Inga brevipedicellata</i> Harms.	Chalahuite	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR155	<i>Inga hintonii</i> Sandwith.	Cuajiniquil de hoja chica	Fabaceae Mimosoideae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR156	<i>Inga spuria</i> Humb. et Bonpl. ex Willd.	Chacahuanté	Fabaceae Mimosoideae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR157	<i>Ipomoea wolcottiana</i> Rose.	Cazahuate	Convolvulaceae	Barajas Morales (1987)
ATR158	<i>Iresine arbuscula</i> Uline & W.L. Bray.	Palo de Agua	Amaranthaceae	Barajas Morales (1987)
ATR159	<i>Jacaranda mimosifolia</i> D. Don.	Jacaranda	Bignoniaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR160	<i>Jacaratia mexicana</i> A. DC.	Bonete	Caricaceae	Barajas Morales (1987)
ATR161	<i>Jacquinia pungens</i> A. Gray.	Piñicua	Theophrastaceae	Barajas Morales (1987)
ATR162	<i>Jatropha chamelensis</i> Pérez-Jiménez.	Piñoncillo de monte	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR163	<i>Jatropha malacophylla</i> Standl.	Jatrofa	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR164	<i>Jatropha platyphylla</i> Müll. Arg.	Bonete	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR165	<i>Krugiodendron ferreum</i> (Vahl) Urban.	Hueso de tigre	Rhamnaceae	Correa Méndez (2006)
ATR166	<i>Leucaena lanceolata</i> S. Watson.	Guaje	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR167	<i>Leucaena leucocephala</i> (Lam.) de Wit.	Guaje	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR168	<i>Licania platypus</i> (Hemsl.) Fritsch.	Cabeza de mico	Chrysobalanaceae.	Barcenas Pazos y Davalos Sotelo (2001)
ATR169	<i>Licaria campechiana</i> (Standl.) Kosterm.	Pimientillo	Lauraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR170	<i>Licaria excelsa</i> Kosterm.	Zacocote	Lauraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR171	<i>Lippia mcvaughii</i> Moldenke.	-	Verbenaceae	Barajas Morales (1987)
ATR172	<i>Lonchocarpus castilloi</i> Standl.	Machiche	Fabaceae Papilionoideae	Torelli (1982)
ATR173	<i>Lonchocarpus cochleatus</i> Pittier.	Lombricero	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR174	<i>Lonchocarpus constrictus</i> Pittier.	-	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR175	<i>Lonchocarpus cruentus</i> Lundell.	Frijolillo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR176	<i>Lonchocarpus eriocarinalis</i> Micheli.	Garrapato	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR177	<i>Lonchocarpus hondurensis</i> Benth.	Palo gusano	Fabaceae	Torelli (1982)
ATR178	<i>Lonchocarpus parviflorus</i> Benth.	-	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR179	<i>Lonchocarpus rugosus</i> Benth.	Machiche	Fabaceae	Tamarit Urias (1996)
ATR180	<i>Lonchocarpus unifoliolatus</i> Benth.	-	Fabaceae	Barajas Morales (1987)

Anexo A5.04 (7 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR181	<i>Lucuma campechiana</i> Kunth.	Kanisté	Sapotaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR182	<i>Lucuma salicifolia</i> Kunth.	Zapote amarillo	Sapotaceae	Martínez-Pinillos y Martínez Castillo (1996)
ATR183	<i>Luehea candida</i> (Moc. & Sessé ex DC.) Mart.	Algodoncillo	Sterculiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR184	<i>Luehea speciosa</i> Willd.	Kascat	Tiliaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR185	<i>Lunania mexicana</i> Brandegee.	Chile de montaña	Flacourtiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR186	<i>Lysiloma acapulcense</i> (Kunth) Benth.	Tripal	Fabaceae	Mondragón Noguez (2004)
ATR187	<i>Lysiloma bahamensis</i> Benth.	Tzalám	Fabaceae	Pérez Tello (1994)
ATR188	<i>Lysiloma divaricata</i> (Jacq.) Macbride.	Rajador	Fabaceae	Correa Méndez (2006)
ATR189	<i>Lysiloma latisiliquum</i> (L.) Benth.	T'zalam	Fabaceae	Echenique-Manrique y Díaz Gómez (1969)
ATR190	<i>Lysiloma microphylla</i> Benth.	Tepeguaje	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR191	<i>Maclura tinctoria</i> (L.) D.Don ex Steud.	Mora	Moraceae	Echenique-Manrique (1970)
ATR192	<i>Mangifera indica</i> L.	Mango	Anacardiaceae	Correa Méndez (2003)
ATR193	<i>Manilkara zapota</i> (L.) P. Royen.	Chicozapote	Sapotaceae	Torelli (1982)
ATR194	<i>Mappia longipes</i> Lundell.	-	Icacinaceae	Barajas Morales (1987)
ATR195	<i>Metopium brownei</i> (Jacq.) Urban.	Chechém negro	Anacardiaceae	Tamarit Urias (1996)
ATR196	<i>Mimosa arenosa</i> (Willd.) Poir.	-	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR197	<i>Mirandaceltis monoica</i> (Hemsl.) Sharp.	Chicharra	Cannabaceae	Barcenas Pazos y Davalos Sotelo (2001)
ATR198	<i>Misanteca peckii</i> I.M. Johnst.	Pimientillo	Lauraceae	Torelli (1982)
ATR199	<i>Morisonia americana</i> L.	Chico cimarrón	Capparidaceae	Barajas Morales (1987)
ATR200	<i>Mortoniendron guatemalense</i> Standl. & Steyerl.	-	Tiliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR201	<i>Mosquitoxylum jamaicense</i> Krug & Urb.	Pajulté	Anacardiaceae	Barcenas Pazos y Davalos Sotelo (2001)
ATR202	<i>Myrcianthes fragrans</i> (S.W.) McVaugh var. <i>fragrans</i> .	Pimientilla	Myrtaceae	Correa Méndez (2006)
ATR203	<i>Nectandra</i> aff. <i>Tabascensis</i> Lundell.	Laurel	Lauraceae	Tamarit Urias (1996)
ATR204	<i>Nectandra ambigens</i> (S.F. Blake) C.K. Allen.	Laurelillo	Lauraceae	Barajas Morales (1987)
ATR205	<i>Nectandra globosa</i> (Aubl.) Mez.	Aguacatillo negro	Lauraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR206	<i>Nectandra rudis</i> C.K. Allen.	Onte	Lauraceae	Torelli (1982)
ATR207	<i>Nectandra salicifolia</i> (Kunth) Nees.	Ahuacatillo	Lauraceae	Barajas Morales (1987)
ATR208	<i>Nectandra tabascensis</i> Lundell.	Laurel	Lauraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR209	<i>Neea psychotrioides</i> Donn. Sm.	Palo pozole	Nictaginaceae	Barajas Morales (1987)
ATR210	<i>Ochroma lagopus</i> Sw.	Jop	Bombacaceae	Echenique-Manrique y Col. (1975)

Anexo A5.04 (8 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR211	<i>Ocotea dendrodaphne</i> Mez.	-	Lauraceae	Barajas Morales (1987)
ATR212	<i>Oecopetalum mexicanum</i> Greenm. & C.H. Thomps.	Cachichín	Icacinaceae	Lascurain y col. (2007)
ATR213	<i>Omphalea oleifera</i> Hemsl.	Aguacate de danta	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR214	<i>Orthlon subsessile</i> (Standl.) S. & S.	-	Violaceae	Barajas Morales (1987)
ATR215	<i>Pachira aquatica</i> Aubl.	Apompo	Bombacaceae	Torelli (1982)
ATR216	<i>Peltogyne mexicana</i> Martinez.	Palo morado	Fabaceae	Navarro Martinez y col. (2005)
ATR217	<i>Persea americana</i> Mill.	Aguacatillo blanco	Lauraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR218	<i>Phoebe effusa</i> Meisn.	Aguacatillo	Lauraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR219	<i>Phoebe tampicensis</i> Mez.	Magüira	Lauraceae	Correa Méndez (2006)
ATR220	<i>Pimenta dioica</i> (L.) Merr.	Pimienta	Myrtaceae	Barajas Morales (1987)
ATR221	<i>Piptadenia obliqua</i> (Pers.) J.F. Macbr.	-	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR222	<i>Piscidia communis</i> (Blake) I.M. Johnst.	Jabin	Fabaceae	Tamarit Urias y López Torres (2007)
ATR223	<i>Piscidia piscipula</i> Sarg.	Jabin	Fabaceae Papilionoideae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR224	<i>Piterocarpus rohrii</i> Vahl.	Llora sangre	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR225	<i>Pithecellobium arboreum</i> (L.) Urban.	Frijolillo	Fabaceae Mimosoideae	Torelli (1982)
ATR226	<i>Pithecellobium dulce</i> (Roxb.) Benth.	Pinzan	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR227	<i>Ebenopsis ebano</i> (Berl.) Britton & Rose.	Ebano	Fabaceae	Zizumbo Cortés (1998)
ATR228	<i>Pithecellobium flexicaule</i> (Benth.) Coulter.	Ébano de Nuevo Leon	Fabaceae	Tamarit Urias (1997)
ATR229	<i>Pithecellobium leucocalyx</i> (Britton & Rose) Standl.	Caracolillo	Fabaceae	Torelli (1982)
ATR230	<i>Pithecellobium mangense</i> (Jacq.) J.F. Macbr.	Cacho de toro	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR231	<i>Pithecellobium pallens</i> (Benth.) Standley.	Tenaza	Fabaceae	Correa Méndez (2006)
ATR232	<i>Pithecellobium seleri</i> Harms.	Chamacuero	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR233	<i>Platanus occidentalis</i> L.	Sicomoro	Platanaceae	Silva Guzmán (2008)
ATR234	<i>Platymiscium lasiocarpum</i> Sandwith.	Granadillo	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR235	<i>Platymiscium pinnatum</i> (Jacq.) Dugand.	Chagane	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR236	<i>Platymiscium yucatanum</i> Standl.	Granadillo	Fabaceae Papilionoideae	Torelli (1982)
ATR237	<i>Pleuranthodendron lindenii</i> (Turcz.) Sleumer.	Golondrina	Flacourtiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR238	<i>Poeppigia procera</i> C. Presl.	Bicho	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR239	<i>Poulsenia armata</i> (Miq.) Standl.	Chichicaste	Moraceae	Torelli (1982)
ATR240	<i>Pouteria aff. campechiana</i> (Kunth) Baehni.	Mameicillo	Sapotaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)

Anexo A5.04 (9 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR241	<i>Pouteria durlandii</i> (Standl.) Baehni.	Sapote cabello	Sapotaceae	Barajas Morales (1987)
ATR242	<i>Pouteria sapota</i> (Jacq.) H.E. Moore & Stearn.	Mamey	Sapotaceae	Barajas Morales (1987)
ATR243	<i>Pouteria unilocularis</i> (Donn. Smith) Baehni.	Zapotillo	Sapotaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR244	<i>Prosopis juliflora</i> DC.	Mezquite	Fabaceae Mimosoideae	Villaseñor Aguilar (2005)
ATR245	<i>Protium copal</i> (Schltdl. et Cham.) Engl.	Copal	Burseraceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR246	<i>Pseudobombax ellipticum</i> (Kunth) Dugand.	Amapola	Bombacaceae	Torelli (1982)
ATR247	<i>Pseudolmedia oxyphyllaria</i> Donn Smith.	Mamba	Moraceae	Torelli (1982)
ATR248	<i>Pseudolmedia oxyphyllaria</i> Donn. Sm.	Pentetomate	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR249	<i>Psidium sartorianum</i> (O. Berg) Nied.	Guayabillo	Myrtaceae	Barajas Morales (1987)
ATR250	<i>Psychotria chiapensis</i> Standl.	Yoale priteo	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR251	<i>Psychotria</i> sp.	Popiste blanco	Rubiaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR252	<i>Pterocarpus hayesii</i> Hemsl.	Palo de sangre	Fabaceae	Torelli (1982)
ATR253	<i>Quararibea funebris</i> (Llave) Vishar.	Molinillo	Fagaceae	Bárcenas Pazos (1995)
ATR254	<i>Quararibea guatemalteca</i> (Donn. Sm.) Standl. & Steyerl.	Mahate	Bombacaceae	Barajas Morales (1987)
ATR255	<i>Quercus anglohondurensis</i> C.H. Müll.	Chiquinib	Fagaceae	Torelli (1982)
ATR256	<i>Quercus barbinervis</i> Benth.	Encino	Fagaceae	Echenique-Manrique y Becerra (1972)
ATR257	<i>Randia tetraacantha</i> (Cav.) DC.	Arbol de la cruces	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR258	<i>Randia thurberi</i> S. Watson.	Papache	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR259	<i>Recchia mexicana</i> Moc. & Sessé ex DC.	Palo de corazon	Simaroubaceae	Barajas Morales (1987)
ATR260	<i>Rheedia edulis</i> (Seem.) Triana & Planch.	Limoncillo	Guttiferae	Barajas Morales (1987)
ATR261	<i>Rinorea guatemalensis</i> (S. Watson) Bartlett.	Botoncillo	Violaceae	Barajas Morales (1987)
ATR262	<i>Robinsonella discolor</i> Rose & E.G. Baker ex Rose.	Malva	Malvaceae	Correa Méndez (2006)
ATR263	<i>Robinsonella mirandae</i> Gómez Pompa.	Manzanillo	Malvaceae	Schulz (1999)
ATR264	<i>Rollinia rensoniana</i> Standl.	Anona	Annonaceae	Schulz (1999)
ATR265	<i>Rondeletia buddleioides</i> Benth.	-	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR266	<i>Rondeletia galeottii</i> Standl.	-	Rubiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR267	<i>Roseodendron donnell-smithii</i> (Rose) Miranda.	Primavera	Bignoniaceae	Echenique-Manrique (1970)
ATR268	<i>Roupala montana</i> Aubl.	Palo del muerto	Proteaceae	Barajas Morales (1987)
ATR269	<i>Ruprechtia fusca</i> Fernald.	Guayabillo	Plygonaceae	Barajas Morales (1987)
ATR270	<i>Sapindus saponaria</i> L.	Jaboncillo	Sapindaceae	Correa Méndez (2006)
ATR271	<i>Sapium lateriflorum</i> Hemsl.	Amantillo	Euphorbiaceae	Tamarit Urias (1996)

Anexo A5.04 (10 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR272	<i>Sapium pedicellatum</i> Huber.	Higuerilla brava	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR273	<i>Sapranthus microcarpus</i> (Donn. Sm.) R.E. Fr.	Madre de cacao	Annonaceae	Barajas Morales (1987)
ATR274	<i>Saurauia laevigata</i> Triana & Planch.	Calama	Actinidiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR275	<i>Saurauia yasicae</i> Loes.	Mameyito	Actinidiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR276	<i>Schizolobium parahybum</i> (Vell.) S.F. Blake	Guanacaste	Fabaceae Caesalpinoideae	Torelli (1982)
ATR277	<i>Sciadodendron excelsum</i> Griseb.	Cedro macho	Araliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR278	<i>Sebastiania longicuspis</i> Standl.	Chechén blanco	Euphorbiaceae	Sotomayor Castellanos (1980)
ATR279	<i>Sickingia salvadorensis</i> Standl.	Chacahuanté	Rubiaceae	Torelli (1982)
ATR280	<i>Sideroxylon aff. guamerii</i> Pither.	Caracolillo	Sapotaceae	Tamarit Urias (1997)
ATR281	<i>Sideroxylon meyeri</i> Standl.	Zapotillo	Sapotaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR282	<i>Simaruba glauca</i> DC.	Zapatero	Simaroubaceae	Torelli (1982)
ATR283	<i>Sloanea petenensis</i> Standl. & Steyerem.	Terciopelo	Elaeocarpaceae	Barajas Morales (1987)
ATR284	<i>Spathodea campanulata</i> Beauv.	Tulipan africano	Bignoniaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR285	<i>Spondias mombin</i> Lindl.	Jobo	Anacardiaceae	Torelli (1982)
ATR286	<i>Spondias purpurea</i> L.	Ciruelo	Anacardiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR287	<i>Spondias radlkoferi</i> Donn. Sm.	Ciruelo cimarron	Anacardiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR288	<i>Stemmadenia donnell-smithii</i> (Rose) Woodson.	Cojon de toro	Apocynaceae	Barajas Morales (1987)
ATR289	<i>Sterculia apetala</i> (Jacq.) H. Karst.	Bellota	Sterculiaceae	Tamarit Urias y Fuentes Salinas (2003)
ATR290	<i>Swartzia cubensis</i> (Britton & Wilson) Standl.	Katalox	Fabaceae Papilionoideae	Torelli (1982)
ATR291	<i>Swartzia guatemalensis</i> (Donn. Sm.) Pittier.	Corazon azul	Fabaceae	Barajas Morales (1987)
ATR292	<i>Sweetia panamensis</i> Benth.	Cencerro	Fabaceae Papilionoideae	Torelli (1982)
ATR293	<i>Swietenia macrophylla</i> King.	Caoba	Meliaceae	Torelli (1982)
ATR294	<i>Swietenia humillis</i> Zucc.	Cobano	Meliaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR295	<i>Tabebuia chrysantha</i> (Jacq.) Nicholson.	Atanicua	Bignoniaceae	Cárdenas Palominos (2002)
ATR296	<i>Tabebuia donnell-smithii</i> Rose.	Primavera	Bignoniaceae	Barajas Morales (1987)
ATR297	<i>Tabebuia impetiginosa</i> (Mart. ex DC.) Standl.	Amapa prieta	Bignoniaceae	Barajas Morales (1987)
ATR298	<i>Tabebuia palmeri</i> Rose.	Cañafistula	Bignoniaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR299	<i>Tabebuia penthaphylla</i> (L.) Hemsl.	Palo de rosa	Bignoniaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR300	<i>Tabebuia rosea</i> (Bertol) DC.	Rosa morada	Bignoniaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR301	<i>Talauma mexicana</i> (DC.) G. Don.	Anonillo	Magnoliaceae	Torelli (1982)
ATR302	<i>Talisia olivaeformis</i> (Kunth) Radlk.	Guaya	Sapindaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)

Anexo A5.04 (11 pagina de 11). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Angiospermas clima tropical.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
ATR303	<i>Tectona grandis</i> Linn. F.	Teca	Verbenaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2008)
ATR304	<i>Terminalia amazonia</i> (J.F. Gmel.) Exell.	Canshán	Combretaceae	Torelli (1982)
ATR305	<i>Tetrorchidium rotundatum</i> Standl.	Choute	Euphorbiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR306	<i>Thevetia ovata</i> (Cav.) A. DC.	Huevo de gato	Apocynaceae	Barajas Morales (1987)
ATR307	<i>Thouinia paucidentata</i> Radlk.	Verde lucero	Sapindaceae	Barajas Morales (1987)
ATR308	<i>Thouinia serrata</i> Radlk.	Hueso de tigre	Sapindaceae	Barajas Morales (1987)
ATR309	<i>Tonduzia longifolia</i> (A. DC.) Markgr.	Chamisillo	Apocynaceae	Barajas Morales (1987)
ATR310	<i>Trema micrantha</i> (L.) Blume.	Capulín de macapal	Ulmaceae	Erdoiza Sordo y Castillo Morales (1992)
ATR311	<i>Trichilia japurensis</i> C. DC.	Uchumallaca negra	Meliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR312	<i>Trichilia martiana</i> C. DC.	Cedrillo	Meliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR313	<i>Trichilia moschata</i> Sw.	Cedrillo Rojo	Meliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR314	<i>Trichilia pallida</i> Sw.	Cedrillo	Meliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR315	<i>Trichilia trifolia</i> L.	Huesito	Meliaceae	Barajas Morales (1987)
ATR316	<i>Trophis mexicana</i> (Liebm.) Bureau.	Estrellita	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR317	<i>Trophis mollis</i>	Confitura	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR318	<i>Trophis racemosa</i> L. Urb.	Ramon colorado	Moraceae	Barajas Morales (1987)
ATR319	<i>Turpinia occidentalis</i> (Sw.) G. Don.	Manzanillo	Staphyleaceae	Barajas Morales (1987)
ATR320	<i>Urera caracasana</i> (Jacq.) Gaudich. ex Griseb.	Mal hombre	Urticaceae	Barajas Morales (1987)
ATR321	<i>Urera elata</i> (Sw.) Griseb.	Ortiga	Urticaceae	Barajas Morales (1987)
ATR322	<i>Vatairea lundellii</i> (Standl.) Killip ex Record.	Tinco	Fabaceae	Torelli (1982)
ATR323	<i>Virola guatemalensis</i> (Hemsl.) Warb.	Cedrillo	Myristicaceae	Barajas Morales (1987)
ATR324	<i>Vitex gaumeri</i> Greenm.	Ya' axnik	Verbenaceae	Torelli (1982)
ATR325	<i>Vochysia hondurensis</i> Sprague.	Maca blanca	Vochysiaceae	Torelli (1982)
ATR326	<i>Wimmeria concolor</i> Schlecht. & Cham.	Volantín	Celastraceae	Correa Méndez (2006)
ATR327	<i>Xylosma flexuosa</i> (H.B.K.) Hemsl.	Alfilerillo	Flacourtiaceae	Aguilar Rodríguez y col. (2001)
ATR328	<i>Xylosma intermedia</i> (Seem.) Triana & Planch.	Caronilla	Flacourtiaceae	Barajas Morales (1987)
ATR329	<i>Zanthoxylum caribaeum</i> Lam.	Zorrillo	Rutaceae	Barajas Morales (1987)
ATR330	<i>Zanthoxylum fagara</i> (L.) Sarg.	Uña de gato	Rutaceae	Fuentes Salinas y col. (2008)
ATR331	<i>Zanthoxylum kellermanii</i> P. Wilson.	Tachuelillo	Rutaceae	Barajas Morales (1987)
ATR332	<i>Ziziphus amole</i> (Sessé & Moc.) M.C. Johnst.	Capulincito	Rhamnaceae	Barajas Morales (1987)
ATR333	<i>Zuelania guidonia</i> (Sw.) Britton & Millsp.	Trementino	Flacourtiaceae	Torelli (1982)

Anexo A5.05 (1 pagina de 1). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Gimnospermas pinos duros.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
GPD001	<i>Pinus aff. pseudostrobus</i> Lindl.	Pino blanco	Pinaceae Diploxylon	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
GPD002	<i>Pinus arizonica</i> Engelm.	Pino arizónica	Pinaceae Diploxylon	Dávalos Sotelo y Col. (1977)
GPD003	<i>Pinus arizonica</i> var. <i>stormiae</i> Martínez.	Pino	Pinaceae Diploxylon	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
GPD004	<i>Pinus cembroides</i> Zucc.	Pino piñonero	Pinaceae Diploxylon	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
GPD005	<i>Pinus chihuahuana</i> Engelm.	Pino chihuahuana	Pinaceae Diploxylon	Dávalos Sotelo y Col. (1977)
GPD006	<i>Pinus contorta</i> Douglas ex Loudon.	Pino	Pinaceae Diploxylon	Romero Amaya y Col. (1982)
GPD007	<i>Pinus cooperi</i> C.E. Blanco.	Pino chino	Pinaceae Diploxylon	Dávalos Sotelo y Col. (1977)
GPD008	<i>Pinus cooperi</i> var. <i>ornelasi</i> (Martinez) C.E. Blanco.	Pino chino	Pinaceae Diploxylon	Dávalos Sotelo y Col. (1977)
GPD009	<i>Pinus coulteri</i> D. Don.	Pino de piña grande	Pinaceae Diploxylon	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
GPD010	<i>Pinus douglasiana</i> Martínez.	Pino lacio amarillo	Pinaceae Diploxylon	Villaseñor Aguilar (2007)
GPD011	<i>Pinus durangensis</i> f. <i>quinquefoliata</i> Martínez.	Pino real	Pinaceae Diploxylon	Dávalos Sotelo y Col. (1977)
GPD012	<i>Pinus durangensis</i> Martínez.	Pino de Durango	Pinaceae Diploxylon	Dávalos Sotelo y Col. (1977)
GPD013	<i>Pinus greggii</i> Engelm.	Pino	Pinaceae Diploxylon	López Locía y Valencia Manzo (2001)
GPD014	<i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	Pino	Pinaceae Diploxylon	Rojas García y Villers Ruiz (2005)
GPD015	<i>Pinus jeffreyi</i> Balf.	Pino	Pinaceae Diploxylon	Romero Amaya y Col. (1982)
GPD016	<i>Pinus lawsonii</i> Roehl ex Gordon & Glend.	Pino ortiguillo	Pinaceae Diploxylon	Echenique-Manrique y Díaz Gómez (1969)
GPD017	<i>Pinus leiophylla</i> Schiede ex Schltld. & Cham.	Pino negro	Pinaceae Diploxylon	Romero Hinojosa (1986)
GPD018	<i>Pinus martinezii</i> Larsen.	Pino coyote	Pinaceae Diploxylon	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
GPD019	<i>Pinus maximinoi</i> Moore.	Pino	Pinaceae Diploxylon	Herrera Ferreyra (1992)
GPD020	<i>Pinus michoacana</i> var. <i>cornuta</i> Martínez.	Pino lacio	Pinaceae Diploxylon	Echenique-Manrique y Díaz Gómez (1969)
GPD021	<i>Pinus montezumae</i> Lamb.	Pino lacio	Pinaceae Diploxylon	Fuentes Salinas (1987)
GPD022	<i>Pinus oocarpa</i> Schiede.	Pino trompillo	Pinaceae Diploxylon	Herrera Ferreyra (1992)
GPD023	<i>Pinus patula</i> Schl. et Cham.	Ocote colorado	Pinaceae Diploxylon	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
GPD024	<i>Pinus patula</i> var. <i>longepedunculata</i> Schl. Et cham.	Pino	Pinaceae Diploxylon	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
GPD025	<i>Pinus ponderosa</i> Dougl.	Pino ponderosa	Pinaceae Diploxylon	Quiñones Olguín (1974)
GPD026	<i>Pinus pringlei</i> Shaw.	Pino escobetillo	Pinaceae Diploxylon	Acevedo Sánchez y Ambriz Parra (1999)
GPD027	<i>Pinus pseudostrobus</i> Lindl.	Pino michoacano	Pinaceae Diploxylon	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
GPD028	<i>Pinus rudis</i> Endl.	Ocote blanco	Pinaceae Diploxylon	Quiñones Olguín (1974)
GPD029	<i>Pinus tenuifolia</i> Benth.	Pino	Pinaceae Diploxylon	Bárceñas Pazos (1985)
GPD030	<i>Pinus teocote</i> Schl. et Cham.	Pino colorado	Pinaceae Diploxylon	Dávalos Sotelo (1978)
GPD031	<i>Pseudotsuga menziesii</i> (Mirb.) Franco.	Pino real colorado	Pinaceae Diploxylon	Wiemann y Green (2007)

Anexo A5.06 (1 pagina de 1). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Gimnospermas pinos blandos.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
GPB001	<i>Pinus ayacahuite</i> Ehr.	Ayacahuite	Pinaceae Haploxyton	Ordóñez Candelaria y Col. (1989)
GPB002	<i>Pinus ayacahuite</i> var. <i>veitchii</i> (Roetzl) Shaw.	Pino	Pinaceae Haploxyton	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
GPB003	<i>Pinus lambertiana</i> Douglas.	Pino	Pinaceae Haploxyton	Romero Amaya y Col. (1982)
GPB004	<i>Pinus quadrifolia</i> Parl. ex Sudw.	Pino piñonero	Pinaceae Haploxyton	Romero Amaya y col. (1982)

Anexo A5.07 (1 pagina de 1). Catálogo de nombres de maderas de especies mexicanas. Otras gimnospermas.

Código	Nombre científico	Nombre común	Familia	Referencia
OGI001	<i>Abies concolor</i> (Gordon & Glend.) Lindl. ex Hildebr.	Pino real blanco	Pinaceae	Romero Amaya y Col. (1982)
OGI002	<i>Abies durangensis</i> Martínez.	Oyamel	Pinaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
ATR003	<i>Abies religiosa</i> (Kunth) Schldl. & Cham.	Oyamel	Pinaceae	Echenique y Becerra (1972)
OGI004	<i>Abies religiosa</i> var. <i>emarginata</i> Loock & Martinez.	Oyamel	Pinaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
OGI005	<i>Araucaria angustifolia</i> (Bertol.) Kuntze.	Pino de brasil	Araucariaceae	Wiemann y Green (2007)
OGI006	<i>Cupressus lindleyi</i> Klotzsch.	Cedro blanco	Cupressaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
OGI007	<i>Juniperus flaccida</i> Schldl.	Táscate	Cupressaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
OGI008	<i>Libocedrus decurrens</i> Torr.	Cedro	Cupressaceae	Romero Amaya y Col. (1982)
OGI009	<i>Picea abies</i> (L.) H. Karst.	Picea	Pinacea	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
OGI010	<i>Picea chihuahuana</i> Martínez.	Pinabete	Pinaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
OGI011	<i>Podocarpus matudae</i> Lundell.	Palmillo	Podocarpaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
OGI012	<i>Pseudotsuga macrolepis</i> Flous.	Oyamel colorado	Pinaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
OGI013	<i>Taxodium nucronatum</i> Ten.	Ahuehuate	Taxodiaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)
OGI014	<i>Thuja plicata</i> D. Don.	Cedro rojo del oeste	Cupressaceae	Sotomayor Castellanos y col. (2010)

Anexo A5.08. Lista de referencias originales con valores de densidad e información de características tecnológicas de maderas de especies mexicanas.

Las referencias que se presentan en el Anexo A5.08, fueron revisadas en base a dos criterios: Por una parte, que los autores presentaran valores experimentales de la densidad de la madera, calculada ésta, como la relación peso anhidro/volumen verde de la madera. Por otra, que las referencias especificaran el nombre científico, y de preferencia, el nombre común. Para el caso de las maderas angiospermas, se buscó igualmente el tipo de clima en el que habitan estas especies.

Cuando en las referencias no se encontraron algunos de los datos necesarios para conformar el catalogo: nombres científicos, comunes, familia, hábitat y clasificación taxonómica, la base de datos se complementó con la información localizada en las referencias complementarias y en las páginas de la red que se presentan al final de la lista de citas bibliográficas.

- 1) Acevedo Sánchez, B.; Ambriz Parra, J.E. 1999. Efecto del muérdago (*Psittacanthus macrantherus Eichl*) en las propiedades físico-mecánicas de la madera de *Pinus pringlei* Shaw. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 2) Aguilar Rodríguez, S.; Abundiz Bonilla, L.; Barajas Morales, J. 2001. Comparación de la gravedad específica y características anatómicas de la madera de dos comunidades vegetales en México. *Anales del Instituto de Biología, Universidad Nacional Autónoma de México, Serie Botánica*. 72(2):171-185.
- 3) Alcaraz Vargas, B.G. 2006. Caracterización atómica y propiedades físico-mecánicas de la madera de *Populus deltoides* Bartr. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 4) Ávila Calderón, L.E.A. 1999. Efecto de los extraíbles en cuatro propiedades físicas y mecánicas de la madera de *Enterolobium cyclocarpum* (Jacq.) Griseb. Tesis de Maestría.

Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

- 5) Barajas Morales, J. 1987. Wood Specific Gravity in Species from Two Tropical Forests in Mexico. *International Association of Wood Anatomists Bulletin* n.s. 8(12):143-148.
- 6) Barajas Morales, J.; León Gómez, C. 1984. Anatomía de maderas de México: Especies de una selva caducifolia. Instituto de Biología. Publicaciones especiales 1. Universidad Nacional Autónoma de México.
- 7) Bárcenas Pazos, G.; Dávalos Sotelo, R. 2001. Shrinkage Values for 106 Mexican Woods. *Journal of Tropical Forest Products*. 7(2):126-135.
- 8) Bárcenas Pazos, G.M. 1995. Caracterización tecnológica de veinte Especies maderables de la Selva Lacandona. *Madera y Bosques*. 1(1):9-38.
- 9) Bárcenas Pazos, G.M. et al. 2005. Relación estructura-propiedades de la madera de angiospermas Mexicanas. *Universidad y Ciencia. Trópico Húmedo*. 21(42):45-55.
- 10) Bárcenas-Pazos, G.M. 1985. Recomendaciones para el uso de 80 maderas de acuerdo con su estabilidad dimensional. Nota Técnica 11. LACITEMA-INIREB. México.
- 11) Camarena Tello, J.C. 2009. Caracterización físico-mecánica de la madera de *Acrocarpus fraxinifolius*. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 12) Cárdenas Palominos, A. 2002. Anatomía macroscópica de la madera de 10 especies de Arteaga, Michoacán, México. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 13) Carrillo Sánchez, A. 2000. Descripción anatómica microscópica y tendencias ecológicas estructurales de la Madera de 11 especies de árboles y arbustos del matorral subtropical, del municipio de Morelia, Michoacán, México. Tesis de Maestría. Facultad de

Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

14) Cerriteño Espinoza, F.R. 1995. Propiedades físicas y mecánicas de la madera de *Casuarina equisetifolia* L. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

15) Cheers, G. Editor. 2006. Edición en Español. Botánica. Guía ilustrada de plantas. Könenmann. Alemania.

16) Correa Méndez, F. 2003. Determinación de las características físicas y mecánicas de la madera de *Mangifera indica* L. Mango. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

17) Correa Méndez, F. 2006. Factibilidad tecnológica de aprovechamiento para tableros aglomerados de 16 especies de maderas del Edo. de Tamaulipas, México. Tesis de Maestría. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma de Chapingo. México.

18) Cruz de León, J. 1994. Nota sobre las características físicas de la madera de cuatro especies de *Quercus* de Nuevo Leon, México. *Investigación agraria. Sistemas y recursos forestales*. 3(1):91-98.

19) Dávalos Sotelo, R.; Echenique-Manrique, R.; Sánchez Velasco, J. 1978. Características mecánicas de tres especies de pino del Cofre de Perote, Veracruz. *Biotica* 3 (1): 37-55.

20) Dávalos Sotelo, R.; Wangaard, F.F.; Echenique-Manrique, R. 1977. Clasificación de la Madera de Pinos Mexicanos. La madera y su uso en la construcción. Número 2. LACITEMA-INIREB. México.

21) De la Paz Pérez Olvera, C.; Dávalos Sotelo, R. 2008. Algunas características anatómicas y tecnológicas de la madera de 24 especies de *Quercus* (encinos) de México. *Madera y Bosques*. 14(3):43-80.

- 22) De La Paz Pérez Olvera, C.; Robles Gálvez, F.; Simental Serrano, A. 1979. Determinación de las características anatómicas y fisicomecánicas de la madera de cuatro especies de leguminosas. Boletín Técnico Número 61. INIF. México.
- 23) Echenique-Manrique, R. 1970. Descripción, características y usos de 25 maderas tropicales mexicanas. Maderas de México. Número 1. Cámara Nacional de la Industria de la Construcción, México.
- 24) Echenique-Manrique, R.; Barajas Morales, J.; Pinzón Picaseño, L.M.; Pérez Morales, V. 1975. Estudio botánico y ecológico de la región del río Uxpanapa, Veracruz. Número 1. Características tecnológicas de la madera de diez especies. Programa Nacional Indicativo de Ecología Tropical CONACYT. Publicación del INIREB. México.
- 25) Echenique-Manrique, R.; Becerra Martínez, J. 1972. Algunas características físico-mecánicas de la madera de tres especies de la cordillera neo-volcánica. Nota Técnica Número 27. INIF. México.
- 26) Echenique-Manrique, R.; Díaz Gómez, V. 1969. Algunas características tecnológicas de la madera de once especies mexicanas. Boletín Técnico Número 6. INIF. México.
- 27) Echenique-Manrique, R.; Plumptre, R.A. 1994. Guía para el uso de maderas de Belice y México. Universidad de Guadalajara, Consejo Británico, Universidad de Oxford, LACITEMA. México.
- 28) Erdoiza Sordo, J.J.; Castillo Morales, M.I. 1992. Susceptibilidad de impregnación con preservadores de cincuenta especies maderables mexicanas. La madera y sus usos 22. Boletín técnico. LACITEMA. México.
- 29) Escobedo Torres, S.M. 2005. Propiedades físico mecánicas y proceso de secado de madroño (*Arbutus xalapensis*). Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

- 30) Espinoza Herrera, R. 1996. Propiedades físico-mecánicas y caracterización anatómica de la madera de *Alnus acuminata* ssp. *glabrata* H.B.K. (Aile). Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 31) Forest Products Laboratory. 1999. Wood Handbook: Wood As An Engineering Material, Revised. FPL-GTR-113. U. S. Department of Agriculture. Forest Service. Forest Products Laboratory. USA.
- 32) Fuentes Salinas, M. 1987. Efecto de la digestión en los índices de calidad de pulpa para papel, de la madera de *Pinus montezumae* Lamb. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 33) Fuentes Salinas, M.; Correa Méndez, F.; Borja de la Rosa, A.; Corona Ambriz, A. 2008. Características tecnológicas de 16 maderas del estado de Tamaulipas, que influyen en la fabricación de tableros de partículas y de fibras. *Revista Chapingo. Serie ciencias forestales y del ambiente*. 14(1):65-71.
- 34) Grandtner, M.M. 2005. Elsevier's Dictionary of Trees. Volume 1. Elsevier B.V. The Netherlands.
- 35) Guizar Nolazco, E.; Sanchez Velez, A. 1991. Guía para el reconocimiento de los principales árboles del Alto Balsas. Universidad Autónoma Chapingo. México.
- 36) Gutiérrez Carvajal, L.; Dorantes López, J. 2007. Especies forestales de uso tradicional del Estado de Veracruz. CONAFOR-CONACYT-UV 2003-2004. México.
- 37) Herrera Ferreyra, M.A. 1992. Características Físico-Mecánicas de la Madera de 15 especies del municipio de Morelia. Tesis Profesional. UMSNH.
- 38) Huerta Crespo, J.; Becerra Martínez, J. 1982. Anatomía macroscópica y algunas características físicas de diecisiete maderas tropicales mexicanos. Boletín Divulgativo No. 46. INIF. México. (\* Citado en Tamarit Urias y López Torres, 2007).

- 39) Lascurain, M. *et al.* 2007. Características anatómicas y propiedades mecánicas de la Madera de *Oecopetalum mexicanum* Greenm. & C.H. Thomps. (Icacinaceae) de la sierra de Misantla, Veracruz, México. *Maderas y Bosques*. 13(2):83-95.
- 40) Lincoln, W.A. 1986. *World Woods in Color*. Linden Publishing. USA.
- 41) López Locia, M.; Valencia Manzo, S. 2001. Variación de la densidad relativa de la madera de *Pinus greggii* Engelm. del norte de México. *Madera y Bosques*. 7(1):37-46.
- 42) Machuca Velasco, R. 1995. Estudio tecnológico de la madera de *Quercus insignis* de Huatusco, Veracruz, México. Tesis de Licenciatura. División de Ciencias Forestales. Universidad de Chapingo. Chapingo, Estado de México. México.
- 43) Martínez Castillo, J.L.; Martínez-Pinillos Cueto, E. 1996. Características de maquinado de 32 especies de madera. *Madera y Bosques*. 2(1):45-61.
- 44) Martínez Trinidad, T; Borja de la Rosa, A.; Ávalos-Rodríguez, M.A. 2001. Características tecnológicas de la madera de sac-chacah de Campeche en diferentes zonas del árbol. *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*. 7(1):91-97.
- 45) Martínez-Pinillos Cueto, E.; Martínez Castillo, J.L. 1996. Características de cepillado y lijado de 33 especies de madera. *Madera y Bosques*. 2(2):11-27.
- 46) Mondragón Noguez, V.S. 2004. Contribución al conocimiento de la Madera de *Lysiloma acpulcensis* (Kunth) Benth. Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 47) Nájera Luna, J.A. *et al.* 2005. Propiedades físicas y mecánicas de la madera en *Quercus laeta* Liebm. De el Salto, Durango. *Ra Ximhai*. 1(3):559-576.
- 48) Navarro Martínez, J.; Borja de la Rosa, A.; Machuca Velasco, R. 2005. Características tecnológicas de la madera de palo morado (*Peltogyne mexicana* Martínez) de tierra

colorada, Guerrero, México. *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente.* 11(1):73-82.

49) Niembro Rocas, A. 1990. Árboles y arbustos útiles de México. Editorial LIMUSA. México.

50) Ordóñez Candelaria, V.R.; Bárcenas Pazos, G.M.; Quiroz Soto, A. 1989. Características físico-mecánicas de la madera de diez especies de San Pablo Macuiltianguis, Oaxaca. Nota Técnica. LACITEMA-INIREB. Xalapa, México.

51) Pennington, T.D.; Sarukhán, J. 1998. Segunda edición. Árboles tropicales de México. Manual para la identificación de las principales especies. Ediciones Científicas Universitarias. UNAM. México.

52) Pérez Tello, I. 1994. Propiedades físico-mecánicas de la madera de *Bucida buceras* y *Lysiloma bahamensis*. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

53) Quiñones Olguín, J.O. 1974. Características físicas y mecánicas de la madera de cinco especies mexicanas. Boletín Técnico Número 42. INIF. México.

54) Quintanar Isaías, A. *et al.* 1998. Algunas características anatómicas y acústicas de tres especies de angiospermas de Huayacocotla, Ver. *Madera y Bosques.* 4(1):15-25.

55) Ramos Pantaleón, P. 1999. Características y propiedades de la madera de *Quercus elliptica* Née (Encino) del municipio de Morelia, Michoacán, México. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

56) Rojas García, F.; Villers Ruiz, L. 2005. Comparación de dos métodos para estimar la densidad de la madera de *Pinus hartwegii* Lindl. del volcán La Malinche. *Madera y Bosques.* 11(1):63-71.

- 57) Romero Amaya, C.; De la Paz Pérez Olvera, C.; Corral López, G. 1982. Características anatómicas y físicomecánicas de ocho especies de coníferas de Baja California Norte. Boletín Técnico Número 57. INIF. México.
- 58) Romero Hinojosa, J.A. 1986. Estudio tecnológico de *Pinus douglasiana* y *Pinus leiophylla* para proponer usos racionales. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 59) Schulz, H. 1999. Tecnología de la Madera de especies forestales. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. México.
- 60) Silva Guzmán, J.A. 1989. Determinación de algunas características anatómicas y propiedades tecnológicas del fuste de palma de coco (*Cocos nucifera* L.). Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 61) Silva Guzmán, J.A. 2008. Fichas técnicas sobre características tecnológicas y usos de maderas comercializadas en México. Comisión Nacional Forestal. México.
- 62) Soler, M. 2001. Mil Maderas. Editorial UPV. España.
- 63) Sotomayor Castellanos, J.R. 1980. Ocho características tecnológicas de la madera de diez especies tropicales de la Selva Lacandona. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 64) Sotomayor Castellanos, J.R. 1987. Calidad de la madera para la industria de la construcción. Consideraciones Tecnológicas, Industriales y Comerciales. Cámara Nacional de la Industria de la Construcción. México.
- 65) Sotomayor Castellanos, J.R. 2005. Características mecánicas y clasificación de 150 especies de maderas Mexicanas. *Investigación e Ingeniería de la Madera*. UMSNH. 1(1):3-22. México.

- 66) Sotomayor Castellanos, J.R.; Guridi Gómez, L.I.; García Moreno, T. 2010. Características acústicas de la madera de 152 especies mexicanas. Velocidad del ultrasonido, módulo de elasticidad, índice material y factor de calidad. Base de datos. *Investigación e Ingeniería de la Madera*. 6(1):3-32.
- 67) Tamarit Urias, J.C. 1996. Determinación de los índices de calidad de pulpa para papel de 132 maderas latifoliadas. *Madera y Bosques*. 2(2):29-41.
- 68) Tamarit Urias, J.C. 1997\*. Propiedades mecánicas de 71 maderas latifoliadas en función del peso seco volumétrico. Reporte de investigación. CIR-Sureste, INIFAP. México. (\* Citado en Tamarit Urias y López Torres, 2007. Cita 69).
- 69) Tamarit Urias, J.C.; Fuentes Salinas, M. 2003. Parámetros de humedad de 63 maderas latifoliadas mexicanas en función de su densidad básica. *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*. 9(2):155-164.
- 70) Tamarit Urias, J.C.; López Torres, J.L. 2007. Xilotecología de los principales árboles tropicales de México. Libro Técnico No. 3. INIFAP-CIR Golfo Centro, Campo Experimental San Martinito. Tlahuapan, Puebla. México.
- 71) Téllez Sánchez, C. 2004. Descripción anatómica, caracterización físico mecánica y análisis químico de la Madera de *Andira inermis* (W. Wright) DC. Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 72) Torelli, N. 1982. Estudio promocional de 43 especies forestales tropicales mexicanas. Programa de Cooperación Científica y Técnica, México-Yugoslavia. SARH. SFF. México.
- 73) Valdovinos Sánchez, S. 2004. Estudio anatómico microscópico, índices de calidad de pulpa, propiedades físico-mecánicas y químicas de la Madera de un Encino (*Quercus conspersa* Benth.) de la región de Morelia, Michoacán, México. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

- 74) Vega Sámano, A. 2002. Estudio anatómico, densidad básica e índices de calidad de pulpa de la madera de 4 árboles frutales del Municipio de Morelia: *Cataegus pubescens* (H.B.K.) Steud. (tejocote), *Prunus serotina* Ehrh. (capulín borracho), *Prunus hintonii* (C.K. Allen) Kosterm. (ucaz, aguacatillo) y *Psidium guajava* L. (guayabo). Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 75) Villaseñor Aguilar, J.M. 2005. Comportamiento mecánico de la madera de *Prosopis* sp. en la relación con la variación de su masa. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 76) Villaseñor Aguilar, J.M. 2007. Comportamiento higroelástico de la madera de *Pinus douglasiana*. Evaluado por ultrasonido, ondas de esfuerzo, vibraciones transversales y flexión estática. Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.
- 77) Wiemann, M.C.; Green, D.W. 2007. Estimating Janka hardness from specific gravity for tropical and temperate species. Research Paper FPL-RP-643. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory. USA.
- 78) Zárate Morales, R.P.; Ordoñez Candelaria, V.R.; Martínez Castillo, J.L. 2001. Determinación de algunas propiedades físicas y mecánicas de *Grevillea robusta* A. Cunn. del estado de Veracruz. *Madera y Bosques*. 7(1):57-69.
- 79) Zizumbo Cortés, F. 1998. Estudio Tecnológico de la madera de *Pithecellobium ebano* (Benth.) Berlan., como fundamento para su aprovechamiento racional. Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.

Referencias complementarias:

- 80) Barajas Morales, J.; León Gómez, C. 1984. Anatomía de maderas de México: Especies de una selva caducifolia. Instituto de Biología. Publicaciones especiales 1. Universidad Nacional Autónoma de México.
- 81) Cheers, G. Editor. 2006. Edición en Español. Botánica. Guía ilustrada de plantas. Könnemann. Alemania.
- 82) De la Paz Pérez Olvera, C.; Dávalos Sotelo, R.; Quintanar Isaías, P.A. 2005. Influencia de los radios en algunas propiedades físicas y mecánicas de la madera de ocho encinos (*Quercus*) de Durango, México. *Madera y Bosques*. 11(2):49-68.
- 83) Encina Domínguez, J.A.; Villareal Quintanilla, J.A. 2002. Distribución y aspectos ecológicos del género *Quercus* (Fagaceae), en el estado de Coahuila, México. *Polibotánica*. 13:1-23.
- 84) Guizar Nolazco, E.; Sanchez Velez, A. 1991. Guía para el reconocimiento de los principales árboles del Alto Balsas. Universidad Autónoma Chapingo. México.
- 85) Gutiérrez Carvajal, L.; Dorantes López, J. 2007. Especies forestales de uso tradicional del Estado de Veracruz. CONAFOR-CONACYT-UV 2003-2004. México.
- 86) Lincoln, W.A. 1986. *World Woods in Color*. Linden Publishing. USA.
- 87) Niembro Rocas, A. 1990. *Árboles y arbustos útiles de México*. Editorial LIMUSA. México.
- 88) Pennington, T.D.; Sarukhán, J. 1998. Segunda edición. *Árboles tropicales de México. Manual para la identificación de las principales especies*. Ediciones Científicas Universitarias. UNAM. México.
- 89) Sánchez-Ramos, G.; Reyes-Castillo, P. 2006. Ecological interaction of *Pantophthalmus roseni* (Enderlein) (Diptera: Pantophthalmidae) and the red oak *Quercus*

*germane* Sachltdl. Et Cham. (Fagaceae) in a Mexican cloud forest. Acta Zoological Mexicana. 22(2):45-56.

90) Soler, M. 2001. Mil Maderas. Editorial UPV. España.

91) Tamarit Urias, J.C.; López Torres, J.L. 2007. Xilotecología de los principales árboles tropicales de México. Libro Técnico No. 3. INIFAP-CIR Golfo Centro, Campo Experimental San Martinito. Tlahuapan, Puebla. México.

92) Tropicos. <http://www.tropicos.org/Home.aspx>.

93) United States Department of Agriculture. Agricultural Research Service. <http://www.ars.usda.gov/main/main.htm>.

94) United States Department of Agriculture. Germplasm Resources Information Network. <http://www.ars-grin.gov/>.

95) United States Department of Agriculture. Natural Resources Conservation Services. <http://plants.usda.gov/index.html>.

96) Valencia-A., S. 2004. Diversidad de género *Quercus* (Fagaceae) en México. Boletín de la Sociedad Botánica de México. 75:33-53.

## 6. SÍNTESIS GENERAL

El libro “*Comportamiento elástico de la madera*” es una contribución al estudio de la madera, modelada y analizada, ésta como un sólido elástico, macroscópicamente homogéneo, con propiedades de un medio continuo y con simetrías materiales y elásticas ortotrópicas.

A manera de síntesis general, se presentan las siguientes conclusiones:

El Capítulo 2 “*Comportamiento elástico de la madera. Consideraciones tecnológicas*”, concluye que:

Las hipótesis sobre las propiedades tecnológicas de la madera, permiten modelar a la madera como un material de comportamiento elástico lineal, macroscópicamente homogéneo, con propiedades de medio continuo y con simetrías materiales y elásticas de carácter ortotrópico.

Las principales variables físicas que modifican el comportamiento elástico de la madera sugieren que la madera es un material mecanoelástico, higoelástico, termoelástico y viscoelástico.

El Capítulo 3 “*Modelo general de comportamiento elástico de la madera*”, propone como conclusiones que:

Idealizando la madera con la ayuda de las hipótesis simplificadoras acerca de la elasticidad en el comportamiento mecánico de la madera, de la homogeneidad de su macroestructura, así como de sus propiedades de un medio continuo con simetrías materiales y elásticas ortotrópicas, es posible interpretar el comportamiento elástico de la madera con un Modelo elástico general.

A partir de las ecuaciones de campo, y con un adecuado sistema de coordenadas, adaptado éste a las características estructurales de la madera, pueden generarse ecuaciones constitutivas que interpreten los resultados obtenidos experimentalmente.

Las relaciones constitutivas del comportamiento elástico de la madera, están conformadas por las constantes y las características elásticas de la madera. Estas variables pueden ser

modificadas entre otros parámetros, por la temperatura, el contenido de humedad y por la orientación anatómica de la madera.

El Capítulo 4 “*Modelos de predicción para características elásticas de la madera*”, concluye que:

El análisis estadístico de las bases de datos aceptadas en Ciencias, Tecnología e Ingeniería de la madera, permitió determinar valores de referencia de las características elásticas de la madera.

Los resultados numéricos de relaciones y desigualdades entre los módulos de elasticidad, los módulos de rigidez y los coeficientes de Poisson, fueron satisfactorias con las predicciones teóricas del Modelo general de comportamiento elástico de la madera. La investigación verificó igualmente, los requisitos de simetría de los términos no diagonales de la matriz de constantes elásticas, requeridos por el Modelo elástico general de la madera.

Este argumento propone que las fórmulas presentadas en este capítulo, pueden ser aceptadas como Modelos de predicción numérica de los valores de las características elásticas de la madera, a partir de un parámetro simple e intrínseco del material y de fácil determinación experimental, como lo es su densidad.

El Capítulo 5 “*Características elásticas de maderas mexicanas*”, concluye que:

Empleando Modelos de predicción que utilizan la densidad de la madera como factor explicativo, se estimaron 12 características elásticas para 490 maderas de especies mexicanas.